

水文学の一手法としての周波数特性のベクトル表示 (その II)

正 員 藤 田 睦 博*

概 要

前報¹⁾において降雨流出系の周波数特性のベクトル表示 (ナイキスト図) が、その動特性解析に有効な手法である事を示した。

本来伝達関数という概念は、物理系の性質を決定しているパラメータが時間に対して変らない定係数系か、パラメータが空間的に集中している定係数線形系の分野で発展してきたものである。

工学的に見るならば、系の動作に重要かつ本質的な影響を与えるもののみを取りあげたり、従属変数が変化する範囲を限定して考えると非線形系を線形系で近似できる場合が多く、自動制御系等で伝達関数を用いる主な理由の一つとなっている。

一方降雨流出系における直接流出については、単位図等の線形解析法が広く用いられている。しかし流域内における局所的流れは乱流であり本来非線形の流れである。線形解析法には制限があって、対象とする流域面積が小さければ非線形系として取扱かわねばならない事は周知のことである。

筆者は、天塩川上流部のそれぞれ流域面積の異なる 6 カ所の地点における直接流出系のナイキスト図を求め、システマティックに流域の特性の解析を試みた。

1. 流域及び出水資料の概要

天塩川美深町美深橋より上流部流域を対象として、この流域内の 6 カ所の地点について解析した。流域の概要を図-1 に示す。天塩川は天塩岳 (1,558 m) の西斜面を源として急流部 60 km を西北に流れ、士別平野に出て剣淵川と合流する。そして多寄平野を北流して名寄平野に至り名寄川と合流し、天塩港を経て日本海に注ぐ幹川流路延長 286.2 km、流域面積 5,588 km² 余りの本道第 2 の河川である。

岩尾内、名寄真蕨別地点は、それぞれ天塩川上流部 (集水面積 344.7 km²)、名寄川 (集水面積 696.6 km²) を集水域とし、流域全体が国有林に被われた代表的山地流域である。又名越橋地点は剣淵川をその集水域とし、その中央部の剣淵町を中心としてかなり大規模に水田が発達している。岩

尾内地点より下流天塩川主流部に沿って町村が発達しており、その周辺に水田が広がっている。

表-1 に各地域の雨量観測所の支配面積等を示す。表-2

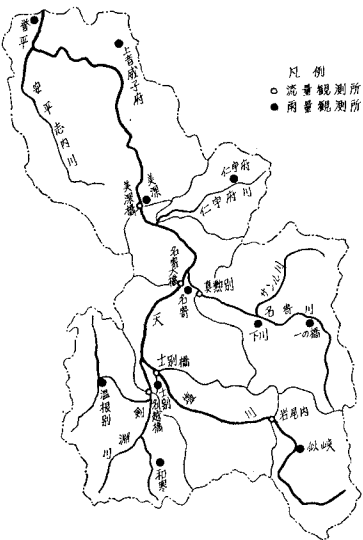


図-1 天塩川流域図

表-1

流量観測所名	雨量観測所名	面 積 (km ²)	面積比率 (%)
岩 尾 内	似 峡	344.7	100
	計	344.7	100
士 別 橋	士 別	118.8	16
	和 寒	98.0	14
	似 峡	513.5	70
	計	730.1	100
名 寄 大 橋	名 寄	169.9	10
	下 川	68.1	4
	士 別	300.5	17
	温 根	289.1	17
	和 寒	376.5	22
	似 峡	515.1	30
	計	1,719.2	100

* 北海道大学工学部 助教授 工修

流量観測所名	雨量観測所名	面積 (km ²)	面積比率 (%)
美 深 橋	美 深	120.0	4
	仁 字	226.7	8
	名 寄	361.4	12
	一 の	308.8	11
	下 川	332.7	12
	士 別	300.5	10
	温 根	289.1	10
	和 寒	376.5	13
	似 峡	583.1	20
	計	2,899.0	100
名 越 橋	士 別	53.9	9
	温 根	280.1	46
	和 寒	278.4	45
	計	612.4	100
名 寄 真 敷 別	名 寄	55.2	8
	下 川	264.6	38
	一 の	308.8	44
	似 峡	68.0	10
	計	696.6	100

表—2 岩 尾 内

洪水 番号	生 年 月 起 日	総雨量 (mm)	初期損 失雨量 (mm)	(総雨量)-(初 期損失雨量) (mm)	流出率
1	S32.8.13~15	53.9	15.0	38.9	.312
2	S32.9.18~22	70.7	18.2	52.5	.389
3	S33.7.23~25	25.4	13.2	12.2	.676
4	S33.8.19~22	44.9	13.7	31.2	.254
5	S33.8.27~30	63.5	3.0	60.5	.141
6	S34.9.6~8	57.5	0.5	57.0	.129
7	S34.9.27~29	35.5	4.0	31.5	.467
8	S35.8.2~4	82.0	6.0	76.0	.238
9	S37.7.31~8.2	76.5	13.0	63.5	.316
10	S37.8.3~5	72.5	13.0	59.5	.445

表—3 土 別 橋

洪水 番号	生 年 月 起 日	総雨量 (mm)	初期損 失雨量 (mm)	(総雨量)-(初 期損失雨量) (mm)	流出率
1	S32.8.13~16	58.3	3.6	54.7	.273
2	S32.9.17~23	78.0	3.7	74.3	.314
3	S33.7.23~26	27.4	8.1	20.1	.888
4	S33.8.20~23	36.3	6.9	29.4	.434
5	S33.8.27~31	61.5	1.8	59.7	.264
6	S34.9.6~10	58.4	7.8	50.6	.376
7	S34.9.27~10.1	34.6	8.0	26.6	.698
8	S35.8.2~5	68.8	0.7	68.1	.263

洪水 番号	生 年 月 起 日	総雨量 (mm)	初期損 失雨量 (mm)	(総雨量)-(初 期損失雨量) (mm)	流出率
9	S36.7.25~28	69.4	19.9	49.5	.193
10	S37.7.31~8.2	73.9	13.5	60.4	.465
11	S37.8.3~5	67.8	5.9	62.5	.502
12	S37.8.7~8	44.9	1.7	43.2	.489
13	S37.9.8~10	35.7	4.9	30.8	.310

表—4 名 寄 大 橋

洪水 番号	生 年 月 起 日	総雨量 (mm)	初期損 失雨量 (mm)	(総雨量)-(初 期損失雨量) (mm)	流出率
1	S33.7.23~26	30.4	9.5	20.9	.608
2	S33.8.19~23	49.1	7.6	41.5	.512
3	S33.8.27~31	58.1	5.5	52.6	.400
4	S34.9.6~10	60.8	4.9	55.9	.398
5	S34.9.27~30	36.7	11.6	25.1	.493
6	S36.7.25~28	60.9	18.8	42.1	.484
7	S36.9.5~8	58.2	3.6	54.6	.228
8	S36.9.16~20	55.2	4.3	50.9	.347
9	S37.7.31~8.2	69.9	11.4	58.5	.447
10	S37.8.3~5	59.1	7.6	51.5	.516
11	S37.8.6~9	64.9	10.9	54.0	.312
12	S37.8.16~19	48.0	17.9	30.1	.739
13	S37.9.8~10	54.1	6.5	47.6	.432

表—5 美 深 橋

洪水 番号	生 年 月 起 日	総雨量 (mm)	初期損 失雨量 (mm)	(総雨量)-(初 期損失雨量) (mm)	流出率
1	S37.7.31~8.2	68.3	11.8	56.5	.419
2	S37.8.3~5	53.1	18.7	34.4	.473
3	S37.8.6~9	62.8	11.9	50.9	.317
4	S37.9.8~10	54.3	5.9	48.4	.346
5	S37.9.10~13	33.3	14.7	18.6	.502

表—6 名 寄 真 敷 別

洪水 番号	生 年 月 起 日	総雨量 (mm)	初期損 失雨量 (mm)	(総雨量)-(初 期損失雨量) (mm)	流出率
1	S32.8.5~6	47.6	10.3	37.3	.115
2	S32.8.13~15	80.2	7.1	73.1	.176
3	S33.7.23~24	30.7	11.5	19.2	.164
4	S33.7.31~8.1	36.2	7.8	28.4	.157
5	S33.8.20~22	71.4	13.3	58.1	.348
6	S33.8.27~30	63.2	11.0	52.2	.177
7	S33.9.27~30	53.6	14.7	38.9	.211
8	S35.8.2~3	69.1	9.2	59.9	.242
9	S36.7.25~27	54.0	17.2	36.8	.223
10	S36.9.5~7	43.4	4.2	39.2	.241

洪水 番号	生 年 月 日	総雨量 (mm)	初期損 失雨量 (mm)	(総雨量)-(初 期損失雨量) (mm)	流出率
11	S 37. 8. 1~ 2	60.6	16.1	44.5	.652
12	S 37. 8. 3~ 5	44.3	11.0	33.3	.500
13	S 37. 8. 6~ 8	65.2	21.9	43.3	.515
14	S 37. 9. 8~ 9	44.1	9.4	34.7	.372
15	S 37. 9. 10~13	31.5	5.5	26.0	.388

表-7 名 越 橋

洪水 番号	生 年 月 日	総雨量 (mm)	初期損 失雨量 (mm)	(総雨量)-(初 期損失雨量) (mm)	流出率
1	S 32. 8. 13~16	64.2	0.6	63.6	.397
2	S 33. 7. 23~25	36.9	8.5	28.4	.341
3	S 33. 8. 20~22	54.0	8.7	45.3	.530
4	S 33. 8. 27~29	61.4	4.9	56.5	.510
5	S 34. 9. 6~ 8	58.3	6.7	51.6	.431
6	S 34. 9. 27~29	31.6	3.6	28.0	.315
7	S 35. 8. 2~ 4	40.9	0.3	40.6	.245
8	S 36. 7. 25~28	61.3	3.9	57.4	.398
9	S 36. 9. 5~ 8	48.1	13.0	35.1	.476

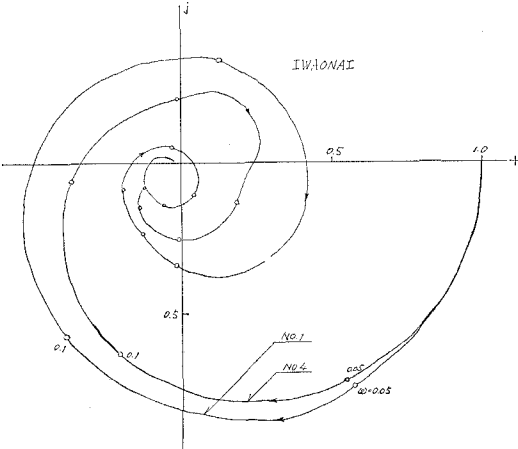


図-2 A

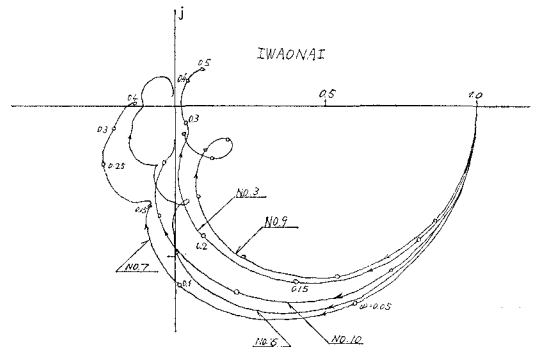


図-2 B

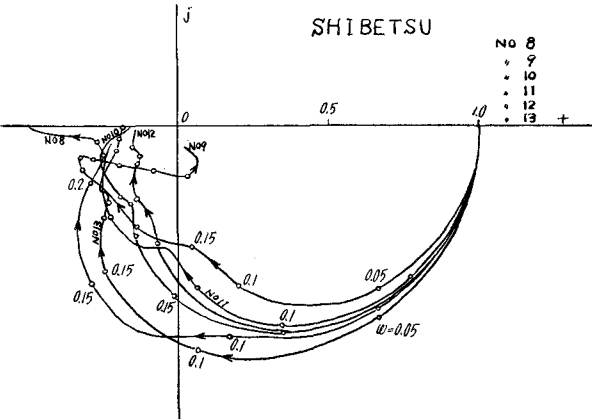


図-3 A

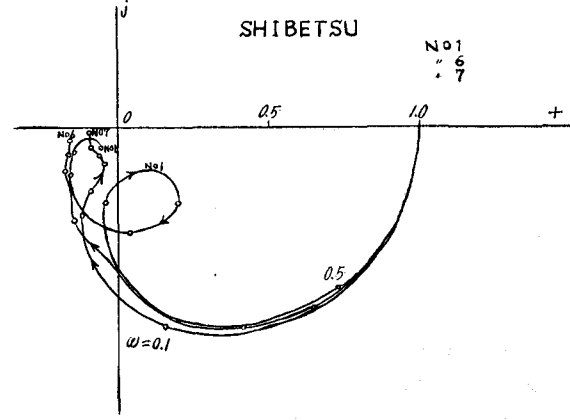


図-3 B

から表-7までは、解析に用いた洪水例における降雨の概要を示す。

2. 各流域のナイキスト図とその考察

ナイキスト図作成の基本式は、周波数伝達関数を $G(j\omega)$ とすると

$$G(j\omega) = \frac{\int_0^\infty O(t) e^{-j\omega t} dt}{\int_0^\infty i(t) e^{-j\omega t} dt} = \frac{\int_0^\infty O(t) \cos \omega t dt - j \int_0^\infty O(t) \sin \omega t dt}{\int_0^\infty i(t) \cos \omega t dt - j \int_0^\infty i(t) \sin \omega t dt} \quad (1)$$

$i(t)$: 降雨量

$O(t)$: 直接流出量

j : 虚数単位

更に次のようにおくと

$$\left. \begin{aligned} A &= \int_0^\infty i(t) \cos \omega t dt & B &= \int_0^\infty i(t) \sin \omega t dt \\ C &= \int_0^\infty O(t) \cos \omega t dt & D &= \int_0^\infty O(t) \sin \omega t dt \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

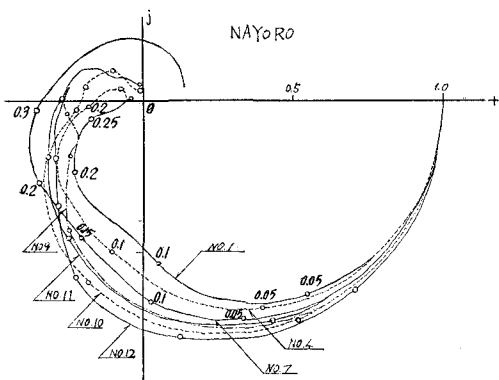


図-4A

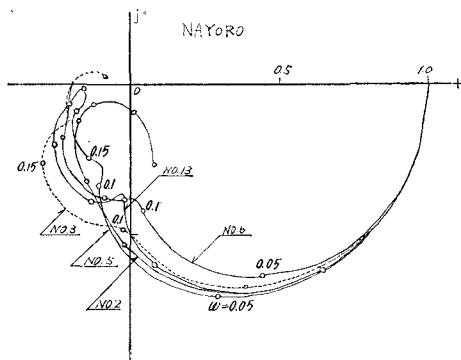


図-4B

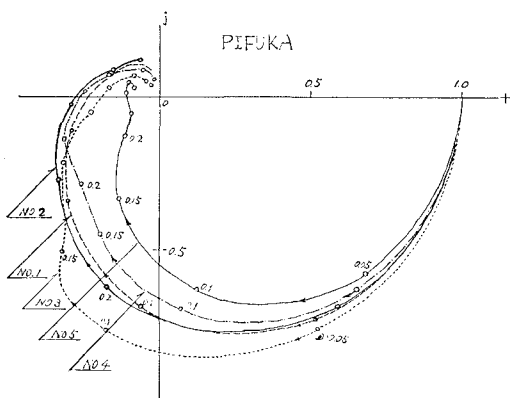


図-5

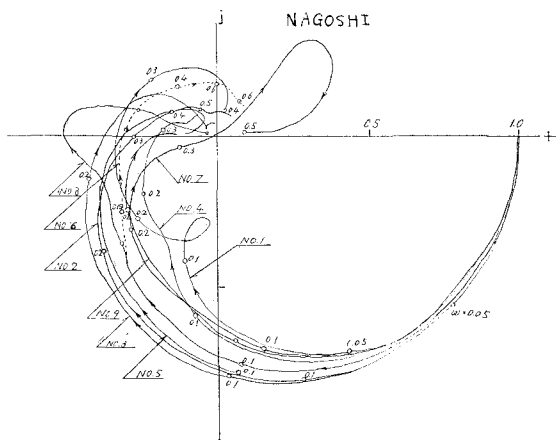


図-6

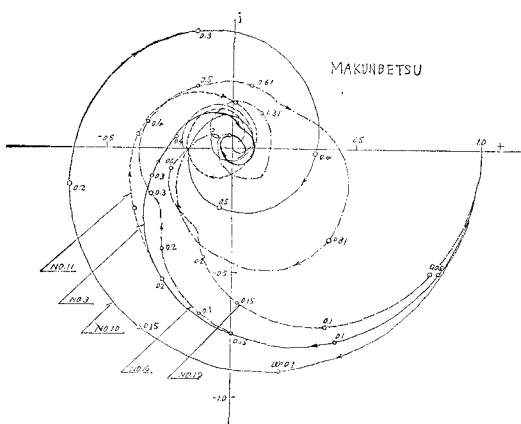


図-7A

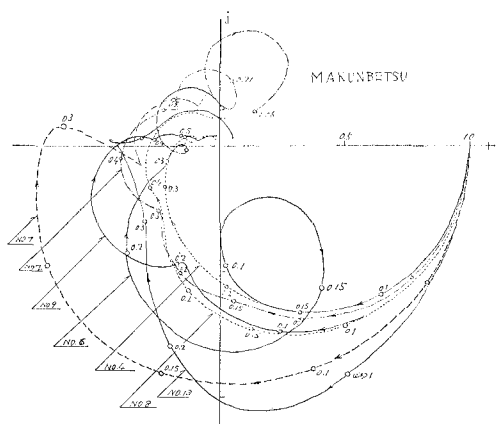


図-7B

(1) 式は

$$G(j\omega) = \frac{C-jD}{A-jB} = \frac{AC+BD}{A^2+B^2} + j \frac{BC-AD}{A^2+B^2} \quad (3)$$

となり実数部、虚数部を各々計算できるから容易にナイキスト図を作成することができる。又 A, B, C, D の各値を計算するにあたって積分範囲が 0 から無限大であるが、直

接流出を解析する場合さしつかえない事は前報に述べたとおりである。

図-2 から 図-7 まで上述 6 地点の洪水例毎のナイキスト図を示す。

これらの諸図から、まず流域面積による流出特性を調べる。流域面積の大きい美深、名寄、士別の各地点において

は、ほぼ線形性が成立していると思われる。一方岩尾内、名寄真敷別地点においては、非線形性がかなり強いと思われる。ただし名越橋地点においては、名寄真敷別流域より流域面積が小さいにもかかわらず降雨流出は線形である。この事は、第1節でも述べたように名越橋流域内には、町村及びその周辺に水田が広がっており、名寄真敷別流域は全体が森林で被われているので、かなり境界条件が異なっているためと思われる。このように洪水例毎にナイキスト図を作成すると、各流域とも統一的な尺度で線形性、非線形性を判定できる。

次に個々の流域について、ナイキスト図から流出の非線形性の種類に関する考察を進める。岩尾内流域のナイキスト図である図-2Aと図-2Bを比較すると、ナイキスト図の形状は著しく異なっている。図-2Aで示される洪水例については、ほぼ完全な時間遅れの影響があらわれている。時間遅れがナイキスト図に及ぼす影響については、前報に詳しく述べてあるので省略する。図-2Bによって示されている洪水群には、図-8のようにナイキスト図の曲線の途中にコブ状の更に曲率半径の小さい曲線があらわれている。図-8の破線曲線が途中でループを描いているのは、実線曲線のコブが更に極端になったものと思われる。同様な現象が、名寄真敷別地点のナイキスト図にもあらわれており非常に興味深い。

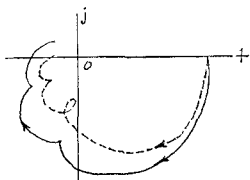


図-8

筆者はこのコブ状の影響がどのような非線形要素によるものかを調べるため、図-9で示されるような簡単なモデルを考えた。このモデルにおいて $G(j\omega)$ は伝達関数をあらわし、 $i'(t)$ と $O(t)$ 間のナイキスト図は、たとえ $i'(t)$ がいかなる形であっても同一である。したがって実測資料から求めたナイキスト図は、モデルで破線で結んだ $i(t)$ と $O(t)$ 間のナイキスト図に相当する。

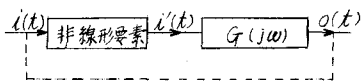


図-9

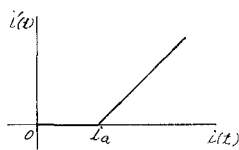


図-10

間のナイキスト図を求めた。実際の計算にあたっては、 $i(t) = e^{-0.2t}$ とし図-10の不動帯の折点 i_a の値として、 $i_a =$

0.2, 0.4, 0.6 の3種類をとり、それぞれ case 1, case 2, case 3 とした。計算結果を図-11に示す。図-11における破線の半円径は、計算に用いた一次遅れ $1/(j\omega + 1)$ のナイキスト図を示す。したがって case 1, case 2, case 3 において ω を無限大とすると原点に収束する。どの case のナイキスト図も途中波状を示しており、これが岩尾内、名寄真敷別地点におけるナイキスト図のコブ状の形状と対応するものと思われる。

初期損失雨量としてハイドログラフの立上り点以前の降雨を除いて直接流出の解析を行なうことは、非線形要素として図-10で示されるような一種の不動帯を考慮しているわけである。

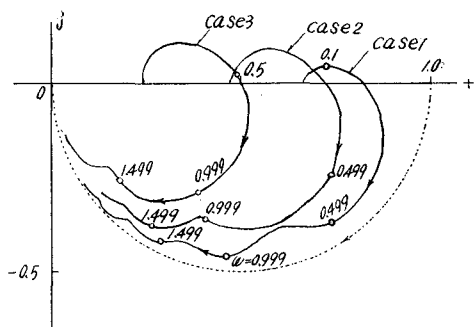


図-11

3. む す び

降雨流出系における非線形要素としては、時間遅れ、不動帯があることがわかった。しかし実際の資料より算出したナイキスト図と、モデルに不動帯を入れて計算した場合のナイキスト図が、必ずしも形状が一致していない。このことは、モデルに採用した伝達関数 $G(j\omega)$ を一次遅れとしたこともあり、更に高次遅れについても吟味する必要があると思う。しかしながら例えば、岩尾内地点のナイキスト図で筆者は非線形要素として時間遅れが卓越する図-2Aの洪水例と、不動帯が卓越すると思われる図-2Bで示される洪水例とに分類した。同一の地点で上述した2種類のタイプのナイキスト図が洪水毎にあらわれることに対しては、次のように考えたと説明できる。すなわち図-10で示される不動帯において、入力 $i(t)$ が i_a まで達する間は不動帯の出力 $i'(t)$ は0であるから、降雨の初期で i_a より小さな降雨が継続すると、線形要素に入る入力 は0となり、いわゆる時間遅れの形となる。一方初期の降雨量が i_a より大きければ、時間遅れはなくなり2つのタイプのナイキスト図があらわれるはずである。 i_a の値をどの程度に推定すればよいのかについても現在研究中であるが、実際の資料については上述の理論と一致している。したがって結論として、時間遅れと不動帯は、一体となっていることがわ

かった。

又貯留量と流量の関係は一般にループを描き、ループの頂点はハイドログラフのピークである。この事実は系の性質がハイドログラフのピークの前後で異なっているわけ

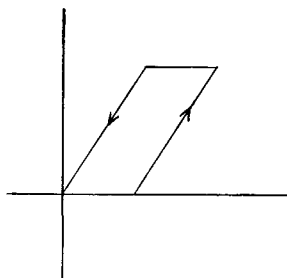


図-12

で、図-12に示すヒステリシスのような非線形要素が考えられ、この点についても今後研究したい。

最後に終始御指導をいただいた山岡教授に感謝します。

本研究は文部省特定研究費(災害科学)による研究の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 藤田睦博：水文学の一手法としての周波数特性のベクトル表示，土木学会北海道支部研究発表論文集，1969. 2.
- 2) I. Yamaoka, M. Fujita: Evaluation of simulation models for river runoff through Nyquist plots, proc. of the 13th congress of the I.A.H.R., Sept., 1969.