

強震記録による曲線立体ラーメンの応答に関する研究

正員 酒井 忠 明*
 正員 芳 村 仁**
 学生員 ○荒 木 洋***

ま え が き

最近の地震応答解析において、ある強震記録を入力し電算等で応答値を求めたものが数多くみられる様になった。この報告では強震記録そのままに駆動する水平振動台を用いて実験を行ない理論応答値と比較した。ここで模型の動的外力による応答を決定するには模型の基本的パラメーターが必要であり、これらの中で各振動モードの固有振動周期と減衰定数が特に必要である。これらのパラメーターの数値は接続部や固定部のような局所的なものによってかなり影響されると思われる。それでこの点を特に気を配り実験を行なった。自由振動などの予備的実験を行なった後、次に示すような基本的実験を行なった。

- 1) 強震記録による強制振動 (1 自由度系)
- 2) 多自由度系の定常波による強制振動
- 3) 強震記録による多自由度の強制振動

また以下の報告に使用する記号は次のとおり。

m : 質 量 T_0 : 非減衰固有振動周期
 k : バネ定数 T_d : 減衰固有振動周期
 p : 非減衰円振動数 ω : 強制力の円振動数
 pa : 減衰円振動数 ω_r : 強制力の共振円振動数
 h : 減衰定数

1. 1 自由度系の応答

イ) 寸法及び数値

$$W = 586 \text{ g}$$

$$EI = 11890 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$k = 3EI \cdot \delta / l^3 = 69.575 \text{ g/cm} \quad (\delta=1 \text{ のとき})$$

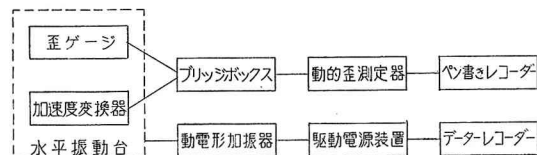


図-1 実験装置

$$m = W/g = 0.598 \text{ g} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}$$

$$p^2 = k/m = 116.500 \text{ 1/sec}^2$$

$$p = 10.792 \text{ 1/sec}$$

ロ) 固有振動周期及び減衰定数

減衰定数は、次式により各時間毎の最大振幅の比より求める。

$h \ll 1$ のとき

$$h = \log_e \frac{a_n}{a_{n+1}} / 2\pi$$

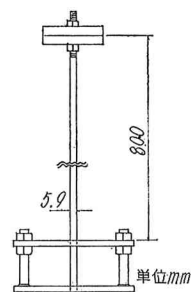


図-2

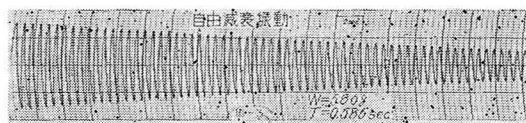


図-3

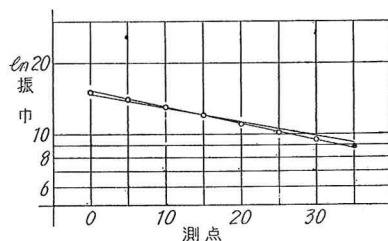


図-4

* 北海道大学工学部教授

** 北海道大学工学部助教授

*** 北海道大学工学部大学院

○実測値

$$T_d = \frac{\Delta t}{n} = \frac{34.1}{20} \cdot 0.586 \text{ sec}$$

$$h = (\log_e a_n - \log_e a_1) / 2\pi(n-1) = 0.00232$$

○計算値

$$T_0 = \frac{2\pi}{p} = \frac{2 \times 3.14159}{10.792} = 0.582 \text{ sec}$$

$$T_d = \frac{2\pi}{p\sqrt{1-h^2}} = \frac{2 \times 3.14159}{10.792 \times \sqrt{1-0.00232^2}} = 0.582 \text{ sec}$$

ハ) 強震記録による応答

作用させた強震記録は1968年8月の十勝沖地震のもの
で広尾役場で測定したNS成分のもの。 $(\ddot{x}_{\max} = 237.2 \text{ gal})$
なお計算値は微分方程式を、Taylor 展開式を利用し変形
した Runge-Kutta 法により求めた。最初の式の誘導は省
略しプログラム化に必要なところだけを下に示す。

$\ddot{x} = y$ とおくと1質点の運動方程式は

$$\dot{y} = -2hpy - p^2x - \ddot{z} \text{ となる}$$

いま

$$\begin{cases} k_1 = \Delta t y_{i-1} \\ k_2 = \Delta t \left(y_{i-1} + \frac{L_1}{2} \right) \\ k_3 = \Delta t \left(y_{i-1} + \frac{L_2}{2} \right) \\ k_4 = \Delta t (y_{i-1} + L_3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 = -\Delta t (2hpy_{i-1} + p^2x_{i-1} + \ddot{z}_{i-1}) \\ L_2 = -\Delta t \left\{ 2hp \left(y_{i-1} + \frac{L_1}{2} \right) + p^2 \left(x_{i-1} + \frac{K_1}{2} \right) + \ddot{z}_i \right\} \\ L_3 = -\Delta t \left\{ 2hp \left(y_{i-1} + \frac{L_2}{2} \right) + p^2 \left(x_{i-1} + \frac{K_1}{2} \right) + \ddot{z}_i \right\} \\ L_4 = -\Delta t \left\{ 2hp (y_{i-1} + L_3) + p^2 (x_{i-1} + K_3) + \ddot{z}_i \right\} \end{cases}$$

$$\ddot{z}_i = \frac{\ddot{z}_{i-1} + \ddot{z}_i}{2}$$

とおくことにより前式は

$$\begin{cases} x_i = x_{i-1} + \frac{1}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \\ y_i = y_{i-1} + \frac{1}{6} (L_1 + 2L_2 + 2L_3 + L_4) \\ \dot{y}_i = -2hpy_{i-1} - p^2x_{i-1} - \ddot{z} \end{cases}$$

となる

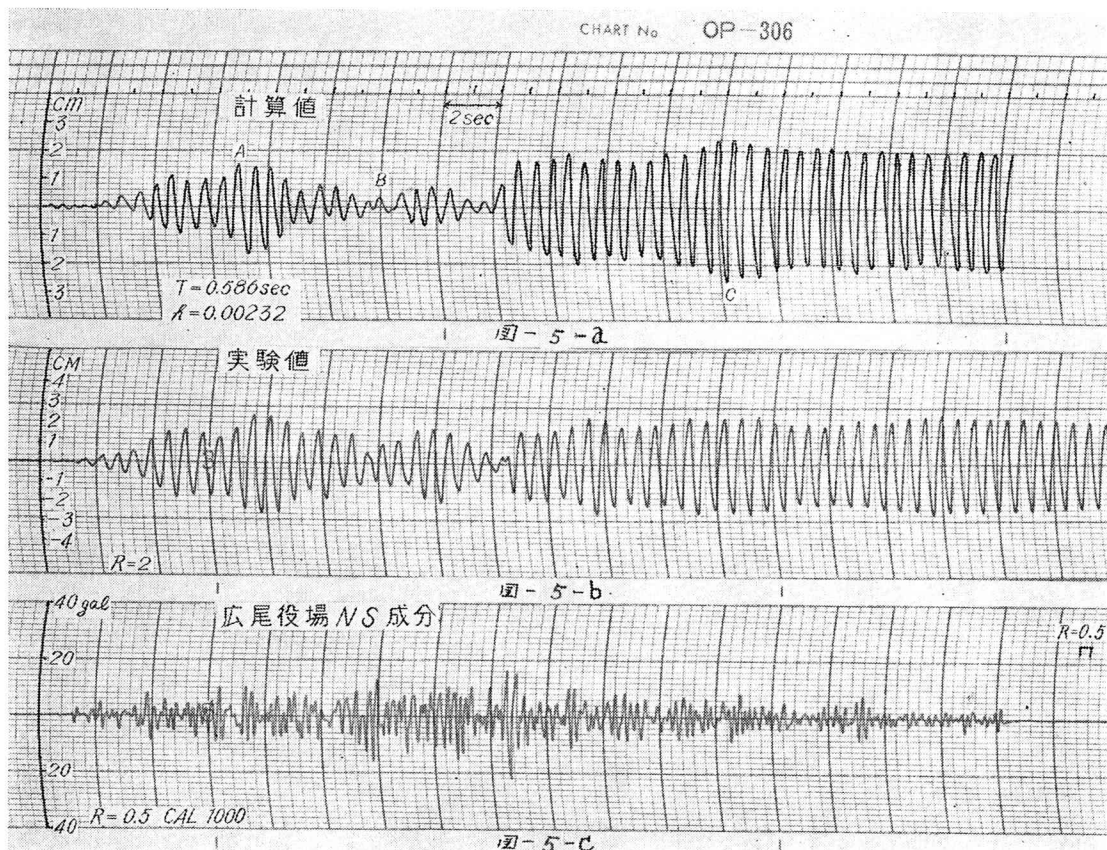


図-5

入力したデータは $T=0.586$ (sec), $h=0.00232$, $\Delta t=0.04$, $2hp=0.0497$, $p^2=114.96$ (1/sec²), 作用最大加速度 $\ddot{z}_{\max}$ は $\frac{237.2}{10.73} = 22.1$ gal

図より波形はほぼ一致し、デジタル量も比較的良くあい最大値では双方とも 2.6 cm (計算値は 2.64 cm) となっている。また双方ともに質点が固有振動周期の近辺で振動することが確かめられた。デジタル計算機により入力加速度を変化させたときの応答値は (図-6) の如くで直線関係にあることが判った。また減衰定数が 10^{-3} 台の範囲では固有振動周期の方が応答値に与える影響が大きいことがわかった。

例) 入力 $\ddot{z}_{\max}=221$ gal のときの最大値

$$T = 0.583 \quad h = 0.00232 \rightarrow x_{\max} = 4.4 \text{ cm}$$

$$T = 0.586 \quad h = 0.00232 \rightarrow x_{\max} = 4.9 \text{ cm}$$

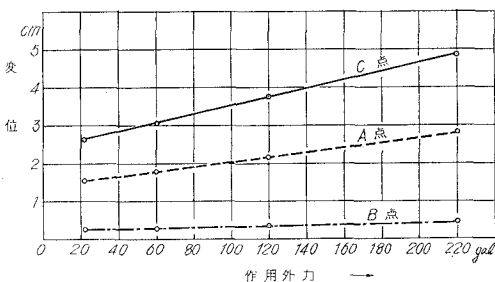


図-6

2. 多自由度系の応答

1) 寸法及び数値

I_p = 橋脚の断面 2 次モーメント ($5.945 \times 10^{-3} \text{ cm}^4$)

I_{qv} = 桁の縦軸に関する断面 2 次 M ($9.97 \times 10^{-4} \text{ cm}^4$)

I_{qh} = 桁の横軸に関する断面 2 次 M ($1.297 \times 10^{-3} \text{ cm}^4$)

J_p = 橋脚のねじり抵抗モーメント ($1.189 \times 10^{-2} \text{ cm}^4$)

J_T = 桁のねじり抵抗モーメント ($1.962 \times 10^{-3} \text{ cm}^4$)

r = 半径 (49 cm)

l = 橋脚長 (80 cm)

ただし

$$\left[\begin{array}{l} I_p = \pi d^4/64, \quad J_p = \pi d^4/32 \\ a r = a^3 b/3 \cdot f_1 \left(\frac{b}{a} \right) \quad \text{ここでは } f_1(1.14) = 0.49214 \end{array} \right]$$

模型は 36 次不静定であるが構造が対称であるため 18 次不静定構造物として解ける。ここでは紙面の都合上、途中の計算式、数値は省略する。

ロ) 固有振動周期および減衰定数

まず最初に理論値を求めるが、外力が橋横方向に作用したときを対称振動、橋軸方向に作用したときを逆対称振動として扱う。また計算は模型が対称なることにより半分の点について行えば十分である。各点の y 方向 (橋横方向)

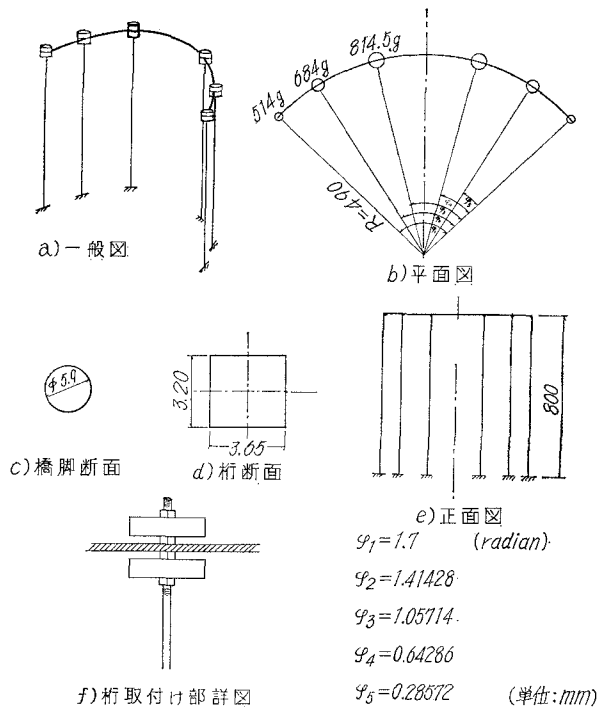


図-7 多自由度系のモデル

変位を y_1, y_2, y_3 とし x 方向 (橋軸方向) 変位を y_1', y_2', y_3' とすると 6 質点の運動方程式は

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \ddot{y}_1 + \alpha_{11} y_1 + \alpha_{12} y_2 + \cdots + \alpha_{12'} y_2' + \alpha_{13'} y_3' = 0 \\ m_2 \ddot{y}_2 + \alpha_{21} y_1 + \alpha_{22} y_2 + \cdots + \alpha_{22'} y_2' + \alpha_{23'} y_3' = 0 \\ \vdots \\ m_3 \ddot{y}_3 + \alpha_{61} y_1 + \alpha_{62} y_2 + \cdots + \alpha_{62'} y_2' + \alpha_{63'} y_3' = 0 \end{array} \right\} (1)$$

ここで

(α_{ij} は case i なる荷重状態の y 方向のたわみ)

($\alpha_{ij'}$ は case i なる荷重状態の x 方向のたわみ)

いま

$$y_r = X_r q(t), \quad \frac{d^2 y_r}{dt^2} = X_r \frac{d^2 q(t)}{dt^2} \quad (r = 1, 2, 3')$$

として代入すると

$$\ddot{q} + p^2 q = 0 \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \left(\alpha_{11} m_1 - \frac{1}{p^2} \right) X_1 + \alpha_{12} m_2 X_2 + \cdots + \alpha_{13'} m_3 X_3' \\ \alpha_{21} m_1 X_1 + \left(\alpha_{22} m_2 - \frac{1}{p^2} \right) X_2 + \cdots + \alpha_{23'} m_3 X_3' \\ \vdots \\ \alpha_{61} m_1 X_1 + \alpha_{62} m_2 X_2 + \cdots + \left(\alpha_{63'} m_3 - \frac{1}{p^2} \right) X_3' \end{array} \right\} (3)$$

これより p を求める式として

$$\begin{vmatrix} \left(\alpha_{11}m_1 - \frac{1}{p^2}\right), & \alpha_{12}m_2, & \cdots & \alpha_{13}m_3 \\ \alpha_{21}m_1, & \left(\alpha_{22}m_2 - \frac{1}{p^2}\right), & \cdots & \alpha_{23}m_3 \\ \vdots & & & \\ \alpha_{61}m_1, & \alpha_{62}m_2, & \cdots & \left(\alpha_{63}m_3 - \frac{1}{p^2}\right) \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

(4) 式より p の値がわかればこれを (3) 式に用いて, $X_1, X_2, \dots$ の比が求まり基準振動 (固有振動) の振動モード (型) がわかる。 m, α に下記の如き数値を用いる。

$$m_1 = 0.52448 \text{ (g} \cdot \text{sec}^2/\text{cm)} \quad m_2 = 0.69795 \quad m_3 = 0.83112$$

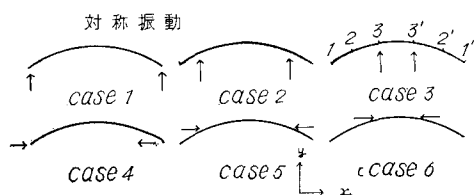
表—1 対 称 振 動 の 場 合

(g·sec/cm)

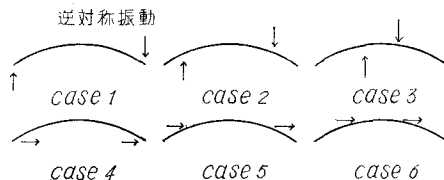
	case 1	case 2	case 3	case 4	case 5	case 6
$\alpha_{\xi 1}$	3.54742	3.17506	2.74842	-0.51131	-0.19360	-0.01047
$\alpha_{\xi 2}$	3.17506	3.14376	2.95902	-0.10444	-0.08053	-0.00609
$\alpha_{\xi 3}$	2.74842	2.95902	3.32877	0.34119	0.16399	0.00982
$\alpha_{\xi 1'}$	-0.51131	-0.10444	0.34119	0.55108	0.20307	0.01098
$\alpha_{\xi 2'}$	-0.19360	-0.08053	0.16399	0.20307	0.10905	0.00735
$\alpha_{\xi 3'}$	-0.01047	-0.00609	0.00982	0.01098	0.00735	0.00139

表—2 逆 対 称 振 動 の 場 合

	case 1	case 2	case 3	case 4	case 5	case 6
$\alpha_{\xi 1}$	2.48286	1.86707	0.75025	-1.09756	-0.57654	-0.12751
$\alpha_{\xi 2}$	1.86707	1.58080	0.69415	-0.74263	-0.50569	-0.15970
$\alpha_{\xi 3}$	0.75025	0.69415	0.40859	-0.26214	-0.21605	-0.11252
$\alpha_{\xi 1'}$	-1.09756	-0.74263	-0.26214	2.44910	2.14591	1.94741
$\alpha_{\xi 2'}$	-0.57654	-0.50569	-0.21605	2.14591	2.08851	1.97551
$\alpha_{\xi 3'}$	-0.12751	-0.15970	-0.11252	1.94741	1.97551	1.96205



図—8



図—9

以上の数値を入れて電算でとくと次の如くなった。

表—3 固有振動周期

対 称	計算値 (sec)	実測値 (sec)	逆 対 称	計算値 (sec)	実測値 (sec)
1 次	0.4992	0.5000	1 次	0.4231	0.417
2 次	0.1786	0.1700	2 次 (動揺)	0.3028	0.296
3 次	0.0513	—	3 次	0.0925	—
4 次	0.0066	—	4 次	0.0416	—
5 次	0.0040	—	5 次	0.0035	—
6 次	0.0022	—	6 次	0.0022	—

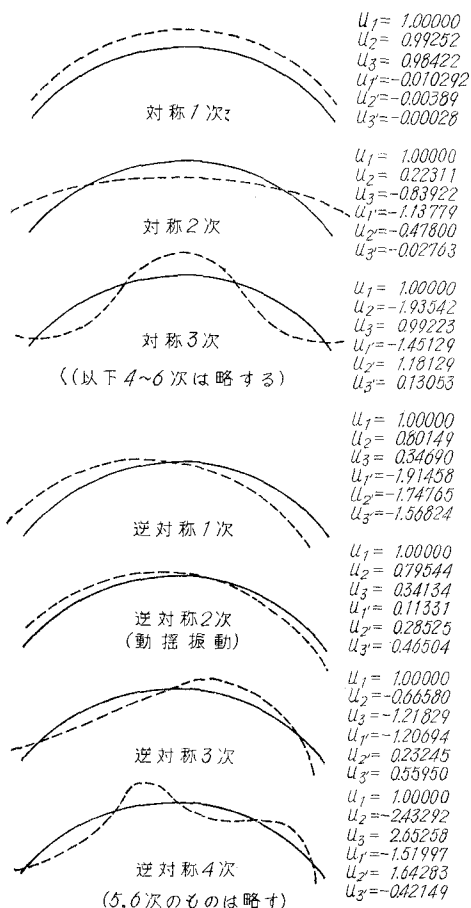
減衰定数については、振動各次のものを求めるのに各振動モードに引張って離す、そうしてその自由振動波形より求めるのが正確と考えられるが、実際には桁剛度が大きいことなどによりモードに等しくは引張れずこの方法は取止めた。それで振幅一定なる強制力を振動数をかけて作用させそれより共振曲線を書き固有周期と減衰定数を求めた。減衰定数は次式より求まる。

$$h^2 \ll 1, \quad a/a_{\max} = 1/\sqrt{2} \text{ とおく}$$

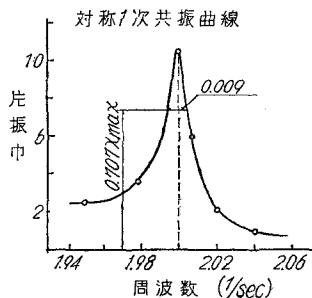
$$2h = \frac{a/a_{\max}}{\sqrt{1-(a/a_{\max})^2}} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \frac{\Delta\omega}{\omega_r}$$

図-11, 12 より周期 T , 及び減衰定数 h を求めると

実測値において 3 次振動より高次のものについて橋脚部が長いので、橋脚のみが振動し質点はほとんど振動しなかつた。



図—10 振動曲線



図—11

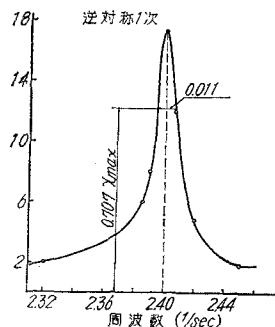
った。それ故高次の固有振周期は捕えられなかった。

ハ) 強震記録による応答

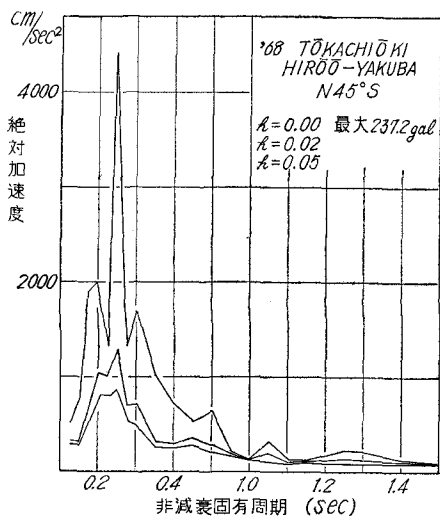
この報告では 68 年十勝沖地震震度尾 N.S 成分の加速度

表—4

	$\Delta\omega/2\pi$	$\omega r/2\pi$	$T(\text{sec})$	h
対 称 1 次	00.09	2.00	0.500	0.00225
逆対称 1 次	0.011	2.40	0.417	0.00229
逆対称 2 次	0.016	3.375	0.297	0.00237



図—12



図—13 加速度応答スペクトル

表—5

	1 の y 方向	2 の y 方向	3 の y 方向	1 の x 方向	2 の x 方向	3 の x 方向
$(\ddot{y} + \ddot{z})_{\max}$ (gal)	395.18	392.05	388.90	14.14	5.89	0.35
$m(\ddot{y} + \ddot{z})_{\max}$ (g)	207.26	273.63	323.22	7.416	4.11	0.29
基部モーメント (kg·cm)	17.0149	17.0653	14.5735	-4.7531	-4.5981	-1.5997
理 論 歪 ($\times 10^{-4}$)	8.4427	8.4678	7.2313	2.3584	2.2815	0.7937
実 測 歪 ($\times 10^{-4}$)	9.2006	9.3112	8.4656	3.1681	2.8381	1.0616

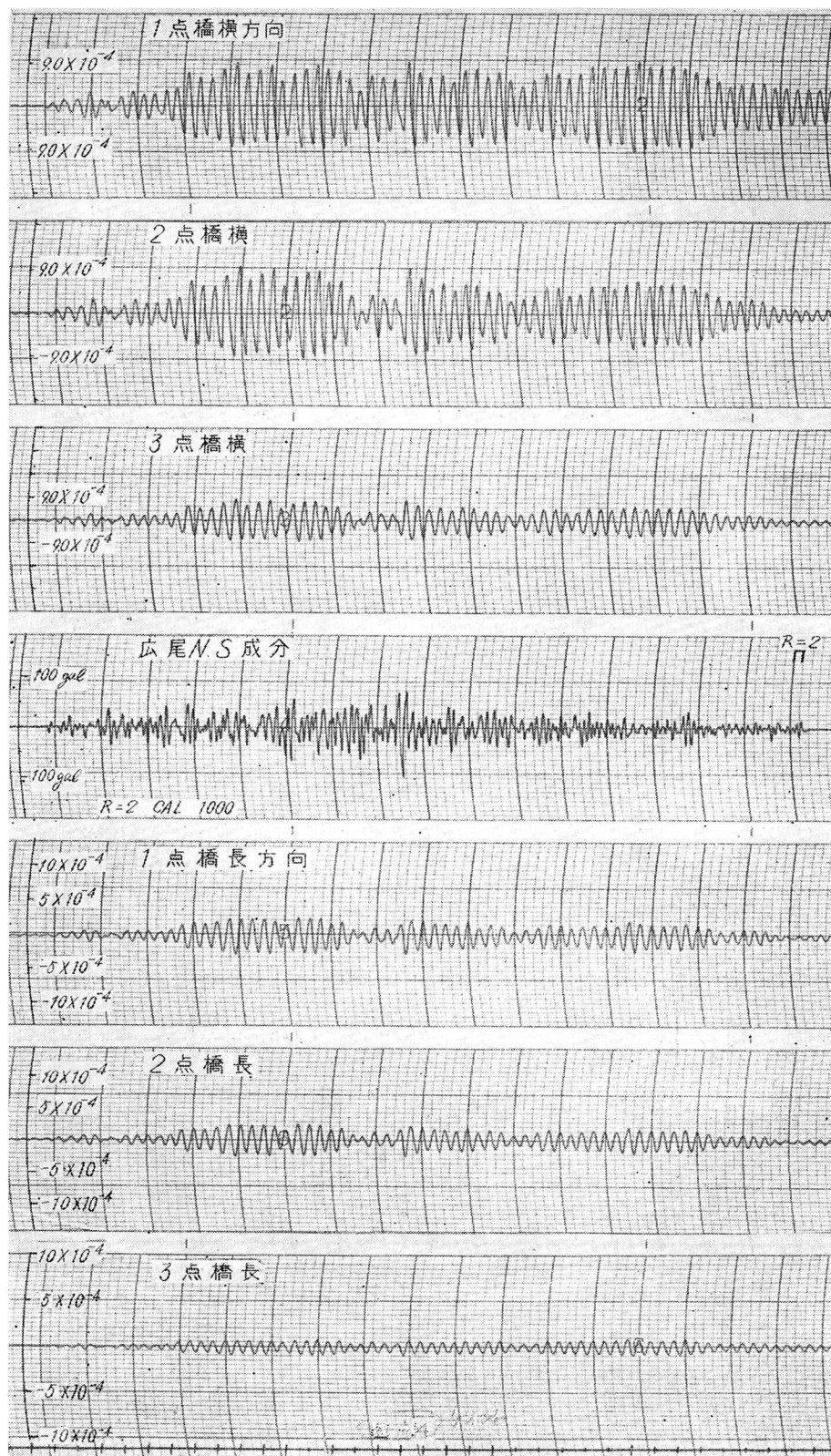


図-14

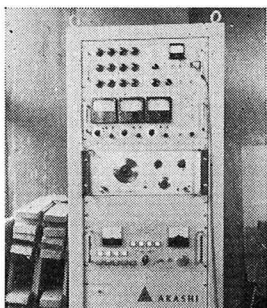


写真-1 駆動電源装置

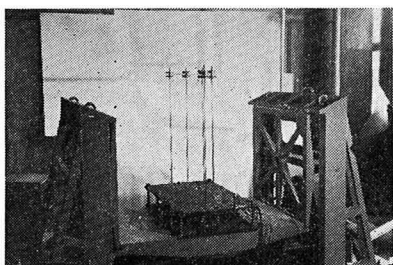


写真-2 水平振動台

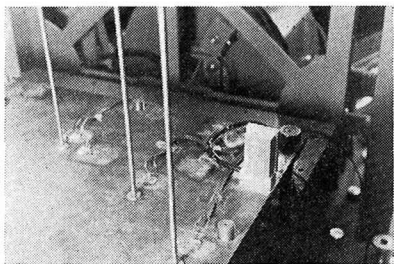


写真-3 起振器及び加速度変換器

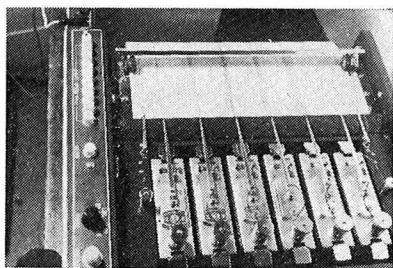


写真-4 応答記録

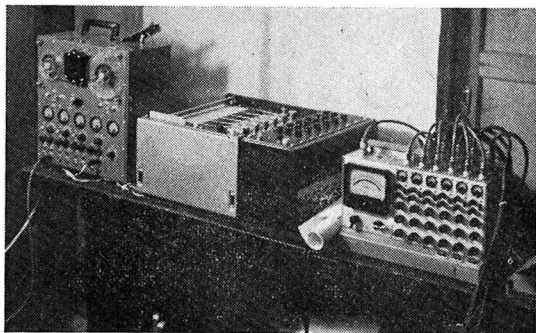


写真-5 データレコーダ及び記録部

あ と が き

固有振動周期や減衰定数に与える固定部、連結部等の局部的影響は十分な正確さで計算もしくは予知することが出来ない。かつこれらの影響は小さいとは言い難いので模型を作る際には細心の注意が必要である。また減衰、また減衰定数は J. L. Alfard と G. W. Houser の論文⁵⁾ にも指摘されている様に、共振振幅によって影響を及ぼされる事がわかった (1 質点系について)。それ故模型に与える外力、つまりその予想される応答の大小によって減衰定数を決定する必要がある様に思われる。また多質点系の計算には後藤七郎さんの論文、プログラム等を参考にさせて頂いた。最後に終始本実験に助言と助力をくださった小野寿恵吉助手、建築構造第一研究室の皆様に深く感謝の意を表し本報告を終わります。

参 考 文 献

- 1) 松平 精: 基礎振動学.
- 2) 小高昭夫: 耐震構造の総合研究.
- 3) 土木学会: 振動便覧.
- 4) 北海道防災会議: 43 年研究報告書.
- 5) A dynamic test of a For story Reinforced concrete building: (Bulletin of the Seismological Society of America 1951).

応答スペクトル図 (図-13) を利用し、自乗平均法により各点の最大絶対加速度を求めた。そうして橋脚基部の歪で実測値と合せてみた。

なお計算には固有周期が 0.05 秒以上のものを使用した。振動台の作用加速度に限度があるため、ここでは $\ddot{z}_{\max}$ を 0.425 倍の 100.8 gal を作用させた。

$$\langle \ddot{y} + \ddot{z} \rangle_{\max} = \sqrt{\sum_{r=1}^n \left\{ \mu_r X_r S_A(T_r) \right\}^2}$$

$$\mu_r = \sum_i m_i X_{ir} / \sum_i m_i X_{ir}^2$$

$$\mu_1 = 1.00897 \quad \mu_2 = -0.01511 \quad \mu_3 = -0.00042$$

$$S_A(T_1) = 391.5 \text{ gal} \quad S_A(T_2) = 789.1 \text{ gal} \quad S_A(T_3) = 203.9 \text{ gal}$$

以上の値を使用して 3 次までの自乗平均法により最大加速度、慣性力及び歪を求めると (表-5) の如くなった。