

各種の I 及び「 Γ 」型鋼材の曲げ弾塑性特性について

正 員 中 村 作 太 郎*

正 員 ○ 志 村 政 雄**

1. 緒 言

各種鋼材すなわち、SS-41、FCM-41 の H 型鋼材及び FNB-40 T-A、CTEN-A、FTW-60 の山形鋼材を用い、橋梁構造部材としてよく用いられる断面形 I 及び「 Γ 」の桁を製作し、フランジを上面として単純支持し、中央二点集中線荷重載荷によって曲げ極限強度・弾性限度以内における応力度分布及びその弾塑性特性について追求し、各種の興味ある現象¹⁾を見出した。

最近、鋼材の科学的進歩とその応用範囲の拡大にともない、鋼構造物においては弾性理論のみならず、塑性理論・弾塑性理論による理論解析及び弾塑性実験^{2)~5)}が盛んに行なわれるようになって来た。

しかし弾塑性理論による解析^{6)~10)}においては種々実際と合致しない仮定・問題点が多々あり、これを実際の弾塑性現象に近づけようとするための合理的な理論解析は甚しく難解とされている。

そこで本研究においては、鋼材桁の曲げ弾塑性現象を徹底的に追求する目的と最近新しく開発されつつある新種鋼材¹¹⁾の特性を見出す目的を兼ねて曲げ弾塑性実験を試みた次第である。

2. 曲げ弾塑性実験

(1) 実験に用いた機器

万能試験機：RH-100 型、最大力量 100 t；X-Y レコーダー；ストレインメーター（インジケーター）：SM-4 J 抵抗線歪測定器、SM-60 AT 抵抗線静歪測定器、DPM-E 型抵抗線動的歪測定器；スイッチボックス SS-24 J；ストレインゲージ：KL-20 A 5 (Gage Length 20 mm, Resistance Ω 119.5 $\pm$ 0.3, Gage Factor 2.06 $\pm$ 1%)、KP-10-A 1 (Gage Length 10 mm, Resistance Ω 120.0 $\pm$ 0.3, Gage Factor 2.03 $\pm$ 1%)；接着剤：ボンド 3,000；ダイヤルゲージ：精度 1/100 mm

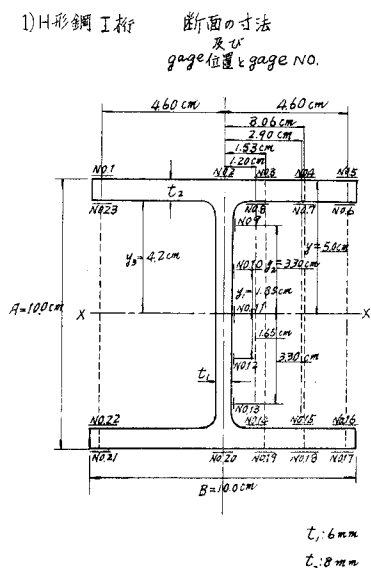
(2) 使用鋼材の種類¹¹⁾

SS-41：一般構造用圧延鋼材でその機械的性質その他は

JIS 規格通りのもの、FCM-41：SM-41 に対する耐候性鋼材で溶接構造用圧延鋼材としての機械的性質・溶接性は SM-41 の JIS 規格通りのもの、FNB-40 T-A：ニオブ系を添加して降伏点を高めた高張力鋼で特に 40 T は鉄塔用に開発され引張強度も 58 kg/cm² 以上あり SS-41 などよりはるかに強いもの、CTEN-A (フジコルテン、50 キロ級 FUJI-COR-TEN-A)：耐候性鋼材として多く用いられ SM 鋼材と同程度の溶接性をそなえ加工性・耐摩耗性も良好であり、塗膜との優れた密着性をもちその引張強度も 50 kg/cm² 以上ある塗装用鋼材、FTW-60 (フジハイテン-60)：独特な化学成分と熱処理により高い降伏点と引張強度 (引張強度 60 $\sim$ 70 kg/cm² または 60 $\sim$ 75 kg/cm²) を有し、一般鋼材より高い切欠靱性と優れた溶接性・加工性・疲労強度・耐摩耗性をも兼ねそなえたきわめて経済性に富む鋼種。

(3) 鋼材桁の断面寸法とゲージの位置

実験に用いた桁の断面は H 形鋼 I 断面及び複山形鋼「 Γ 」



図—1 I 形断面桁の寸法及び歪測定ゲージの位置

* 室蘭工業大学教授

** 室蘭工業大学助手

2) 山形鋼断面 断面の寸法

Gage位置: Gage No

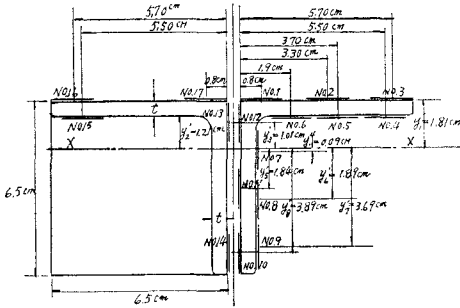


図-2 T形断面桁の寸法及び歪測定ゲージの位置

断面でその断面寸法及びゲージの位置は、それぞれ図-1及び図-2の通りとする。

なお、SS-41, FCM-41のH型鋼及びFNB-40 T-A, CTEN-A, FTW-60の山形鋼はいずれも富士製鉄K.K.製作の規格品である。

(4) 実験方法

鋼材桁すなわち、上述の各鋼種よりなるそれぞれのI形断面及びT形断面の桁を一本ずつ万能試験機(RH-100型)

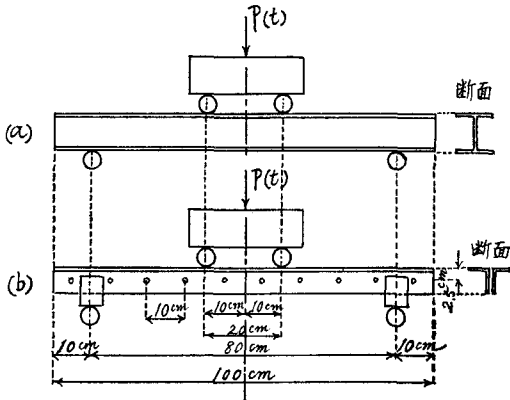


図-3 I形及びT形断面桁の荷重ならびに支持方法
(両端単純支持、二点線荷重載荷)

$$\left. \begin{aligned} \text{反力 } R_A = R_B = P/2; \text{ 曲げモーメント } M = Px/2 \cdots 0 \leq x \leq a, M = P(l-x)/2 \cdots (a+b) \leq x \leq l, M_C = M_D \\ = M_{\max} = Pa/2; \text{ せん断力 } Q = P/2 \cdots 0 \leq x \leq a, Q = -P/2 \cdots (a+b) \leq x \leq l, \text{ 曲げ応力度 } \sigma = \pm My/I = \\ \pm M/S \text{ (+: 引張応力度, (-): 圧縮応力度), せん断応力度 } \tau_{yz} = (Q/2zI) \int_{y_1}^{y_0} y dF \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 y, z : 断面の図心を原点とせる垂直及び水平座標の距離、 dF : 原点より垂直距離 y における微小区間の面積、 y_0 : 原点より断面の上・下縁まで測った垂直距離、 y_1 : τ_{yz} を求めんとする点の原点より測った垂直距離。

$$\left. \begin{aligned} \text{支間中央点 } M \text{ の曲げたわみ } \delta_M = (Pa/4EI)(a^3/3 - l^2/4) \\ \text{支間中央点 } M \text{ のせん断たわみ } \Delta Q = 2Pa(l-a)/GA_w \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、 G : せん断弾性係数、 A_w : ウェブの断面積、 l : 支間長、 P : 二点荷重の合計(合力)

の載荷台の上に載せ、図-3に示す通り両端単純支持、中央集中二点線荷重の方法により載荷し、荷重は極限荷重に至るまで逐次増加した。

応力度及びたわみについては弾性限度以内のみならず、塑性領域における現象をも把握するため、前記せる通りの静的及び動的歪測定器、ダイヤルゲージ及びX-Yレコーダーをそれぞれ併用し、その現象を詳細にわたり視測・測定した。

なお、塑性領域の極限強度付近の現象のほか、それに至るまでの弾塑性領域における現象の過程については特に重視する方針をとった。

3. 桁の曲げ理論解

(1) 弾性理論解

桁の弾性曲げ解析法におけるBernoulli-Navierの仮設、Hookeの法則に関する仮定のほか従来用いられている諸仮定をそのまま用い、次式を採用する。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon/y = 1/\rho = \phi, M = \int_A \sigma y dA = EI\phi, \\ \sigma = E\varepsilon = Ey\phi \\ M_y = EI\phi_y = \sigma_y S, 0 < \phi < \phi_y \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 ρ : 曲率半径、 ε : 歪、 y : 中立軸からの垂直距離、 E : 弾性係数、 A : 断面積、 I : 断面2次モーメント、 M : 弾性限度以内における曲げモーメント、 M_y : 降伏モーメント、 σ : 弾性限度以内における曲げ応力度、 σ_y : 降伏曲げ応力度、 S : 断面係数、 ϕ : 弾性限度以内における曲率、 ϕ_y : 降伏モーメント時の曲率。

なお、図-4を参照し、中央二点集中荷重を受ける単純桁の反力、曲げモーメント、せん断力、曲げ応力度、せん断応力度、たわみなどの解式を求めれば次の通りとなる。

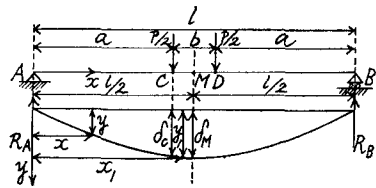


図-4 単純桁の弾性曲げとそのたわみ

(2) 弾塑性曲げ解式^(6),9),10)

塑性領域における理論的仮定としては、1) 歪は中立軸からの距離に比例する。2) 応力-歪関係は静的降伏点 σ_y に到達するまでは弾性で、 σ_y に達した後は一定応力 σ_y のもとに無制限塑性流れを生ずる。3) 圧縮側の応力-歪関係は引張側と同じとする。4) 変形は微小と考え曲げの曲率はた

$$\begin{aligned} M &= 2 \int_{y_0}^{d/2} \sigma_y y b dy + 2 \int_{d_w/2}^y (\sigma_y/y_0) y b y dy + 2 \int_0^{d_w/2} (\sigma_y/y_0) y w y dy + 2 \int_0^{d/2-w} (\sigma_y/y_0) y w y dy \\ &= \sigma_y \{bd^2/4 - by_0^2/3 - bd_w^2/12 y_0 + w d_w^2/12 y_0\} = \sigma_y \{bd^2/4 - by_0^2/3 + S(d/2)/y_0 - bd^2/12 y_0\} \\ &= \sigma_y b \{d^2/4 - \sigma_y^2/3 E^2 \phi^2\} - (E \phi d/2) (S - bd^2/6) \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 b : フランジの幅、 t : 板厚、 w : ウェブの板厚、 d_w : ウェブの深さ、 d : I 形断面桁の深さ、 I : I 形断面桁の断面 2 次モーメント、 S : 断面係数 $= I/(d/2)$ 、 $I = bd^3/12 - bd_w^3/12 + w d_w^3/12$ 、 y_0 : 弾性域の深さ $= \sigma_y/E \phi$

また

$$M/M_y = (bd^2/4S) \{1 - (1/3) (\phi_y/\phi)^2\} + (\phi/\phi_y) (1 - bd^2/6S) \quad (5)$$

(5) 式の適用範囲はフランジ外縁が降伏し始めてからフランジ全体が降伏するまでの範囲である。すなわち、 ϕ/ϕ_y が $1 < \phi/\phi_y < (d/2)/\{(d/2) - 1\}$ の範囲内にある。

次に図-5(b)を参照し、フランジ全体が降伏してウェブが降伏し始めた状態からウェブ内部に塑性領域が広がって行く間を考えてみる。

$$\begin{aligned} M &= 2 \int_{d_w/2}^{d/2} \sigma_y b y dy + 2 \int_{y_0}^{d_w/2} \sigma_y w y dy + 2 \int_y^{y_0} (\sigma_y/y_0) y w y dy \\ &= \sigma_y \{bd^2/4 - bd_w^2/4 + w d_w^2/4\} - \sigma_y w y_0^2/3 \end{aligned} \quad (6)$$

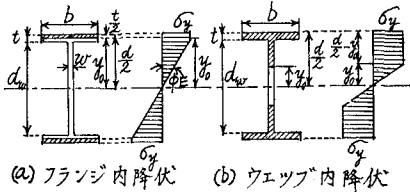


図-5 I 形断面桁の弾塑性曲げ

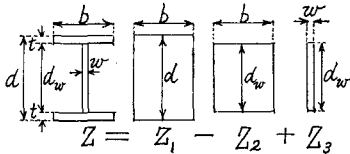


図-6 I 形断面桁の塑性断面係数

I 形断面桁の塑性断面係数 Z は図-6 に示すように三つの部分 Z_1 , Z_2 , Z_3 に分割出来る。各成分はいずれも矩形断面なので、 $Z_1 = bd^2/4$, $Z_2 = bd_w^2/4$, $Z_3 = wd_w^2/4$ として得られる。

$$M = \sigma_y (Z - w y_0^2/3) = \sigma_y \{Z - (w/3) (\sigma_y^2/E^2 \phi^2)\}$$

$$\text{ただし } 0 < y_0 < d_w/2 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} M/M_y &= Z/S - (w/3) (\sigma_y^2/E^2 \phi^2 S) \\ &= Z/S - (w d^2/12 S) (\phi_y/\phi)^2 \\ &= f - (w d^2/12 S) (\phi_y/\phi)^2 \end{aligned}$$

$$\text{ただし } (d/2)/\{(d/2) - 1\} < \phi/\phi_y < \infty \quad (8)$$

わみの 2 回微分で近似出来るとする。などを基本として用い、I 形断面桁、T 形断面桁について弾塑性曲げ解式を誘導する。図-5(a) は I 形断面桁においてフランジ先端から降伏が始まり、フランジの一部が塑性領域になった場合を示しており、

(8) 式において

$$M_y = \sigma_y S = EI \phi_y$$

または

$$\sigma_y = E \phi_y d/2 \quad (9)$$

I 形断面の場合は矩形断面の場合よりも急速に最終モーメント M_P に近づいて行く。すなわち I 形断面桁ではフランジが全部降伏してしまうと桁の余剰強度が急激に減少する。

T 形断面桁の場合には上部フランジの先端から降伏が始まり、上部フランジの一部が塑性領域になった状態と更にフランジ全長が降伏するまでの状態とフランジ全体が降伏し始めてからウェブ内部に塑性領域が広がって行く間の状態に分けて考えてみる。

図-7 を参照し、

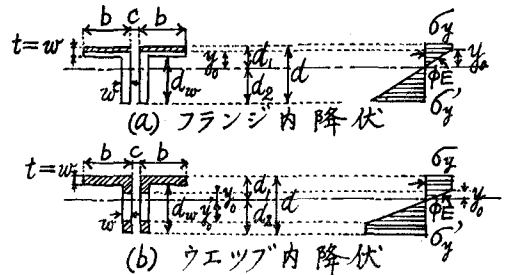


図-7 T 形断面桁の弾塑性曲げ

$$\begin{aligned}
M &= 2 \int_{y_0}^{d_1} \sigma_y y b dy + 2 \int_{d_1-w}^{y_0'} (\sigma_y/y_0) y b y dy + 2 \int_0^{d_1-w} (\sigma_y/y_0) y w y dy + 2 \int_0^{d_2} (\sigma_y'/d_2) y w y dy \\
&= 2\sigma_y [b(d_1^2/2 - y_0^2/2) + (b/y_0) \{ (y_0^3/3) - (d_1-w)^3/3 \} + (w/y_0) \{ (d_1-w)^3/3 \}] + 2\sigma_y' w d_2^2/3 \\
&= \sigma_y [b(d_1^2 - \sigma_y^2/E^2\phi^2) + \{ (2b/3)(\sigma_y^2/E^2\phi^2) - 2b(d_1-w)^3 E\phi/3\sigma_y \} + 2w(d_1-w)^3 E\phi/3\sigma_y] + 2\sigma_y' w d_2^2/3 \quad (10)
\end{aligned}$$

(10) 式で、 $y_0 = \sigma_y/E\phi$ 、 $d_2 = \sigma_y'/E\phi$ 、 $S_1 = I/d_1$ 、 $S_2 = I/d_2$ 、 $I = 2[bw^3/12 + bw(d_1-w)^2/2 + wd_2^3/12 - wd_2\{d_2/2 - (d_1-w)\}^2]$ 、 S_1 、 S_2 ：断面係数、 I ：断面 2 次モーメント。

$$\begin{aligned}
M/M_y &= (1/S_1)[b(d_1^2 - \sigma_y^2/E^2\phi^2) + (2b/3)\{\sigma_y^2/E^2\phi^2 - (d_1-w)^3 E\phi/\sigma_y\} + 2w(d_1-w)^3 E\phi/3\sigma_y] + (1/S_2)(2wd_2^2/3) \\
&= (1/S_1)[bd_1^2\{1 - (\phi_y/\phi)^2\} + (2b/3)[d_1^2(\phi_y/\phi)^2 - \{(d_1-w)^3/d_1\}(\phi/\phi_y)] - \{2w(d_1-w)^3/3d_1\}(\phi/\phi_y)] \\
&\quad + (1/S_2)(2wd_2^2/3) \quad (11)
\end{aligned}$$

(11) 式で、

$$\left. \begin{aligned} M_y &= \sigma_y S_1 = EI\phi_y \\ \text{または} \\ M_y &= \sigma_y' S_2 = EI\phi_y \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(11) 式の適用範囲はフランジ外縁が降伏し始めてからフランジ全体が降伏するまでの間、 ϕ/ϕ_y が $1 < \phi/\phi_y < d_1/(d_1-w)$ の範囲内である。

次にフランジ全体が降伏してウェブが降伏し始めた状態からウェブ内部に塑性領域が広がって行く間について考える。すなわち $0 < y_0 < (d_1-w)$ の範囲について取り扱う。

$$\begin{aligned}
M &= 2 \int_{d_1-w}^{d_1} \sigma_y b y dy + 2 \int_{y_0}^{d_1-w} \sigma_y w y dy + 2 \int_0^{y_0'} (\sigma_y/y_0) y w y dy + 2 \int_{y_0'}^{d_2} (\sigma_y'/y_0') y w y dy + 2 \int_{y_0'}^{d_2} \sigma_y' w y dy \\
&= 2\sigma_y [(1/2)\{bd_1^2 - b(d_1-w)^2\} + (1/2)\{w(d_1-w)^2 - wy_0^2\} + wy_0^2/3] + 2\sigma_y' \{wy_0^2/3 + (w/2)(d_2^2 - y_0'^2)\} \\
&= \sigma_y w \{b(2d_1-w) + d_1^2 - d_1w + w^2 + (1/3-1)\sigma_y^2/E^2\phi^2\} + \sigma_y' w \{d_2^2 + (2/3-1)(\sigma_y'^2/E^2\phi^2)\} \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M/M_y &= (w/S_1)\{b(2d_1-w) + d_1^2 - d_1w + w^2 - 2\sigma_y^2/3E^2\phi^2\} + (\sigma_y'/\sigma_y)(w/S_1)\{d_2^2 - (1/3)(\sigma_y'/E^2\phi^2)\} \\
&= (w/S_1)\{b(2d_1-w) + d_1^2 - d_1w + w^2\} - (2d_1^2w/3S_1)(\phi_y/\phi)^2 - (d_2/d_1)(w/S_1)\{d_2^2 - (d_2^3/3)(\phi_y/\phi)^2\}, \\
&\text{ただし} \quad d_1/(d_1-w) < \phi/\phi_y < \infty \quad (14)
\end{aligned}$$

なお、I 形断面の場合の中立軸の位置は塑性領域に入るに従い上昇し、全塑性曲げでは弾性曲げの位置に比べかなりの差異を示すこととなる。

I 形断面の場合は上述の弾塑性理論が割合によく諸研究家の実験によっても実証されているところであるが、I 形断面の場合は実際に合致した理論を確立せんとすれば、種々面倒な問題が存在するように思う。

実験値と比較の理論計算値では全塑性曲げを主体として記載した。

4. 実験成果と理論値の比較

(1) I 形断面桁

図-8 は弾性限度以内の断面応力度分布、図-9、10 は上・下フランジ及びウェブの主要点における弾・塑性領域の

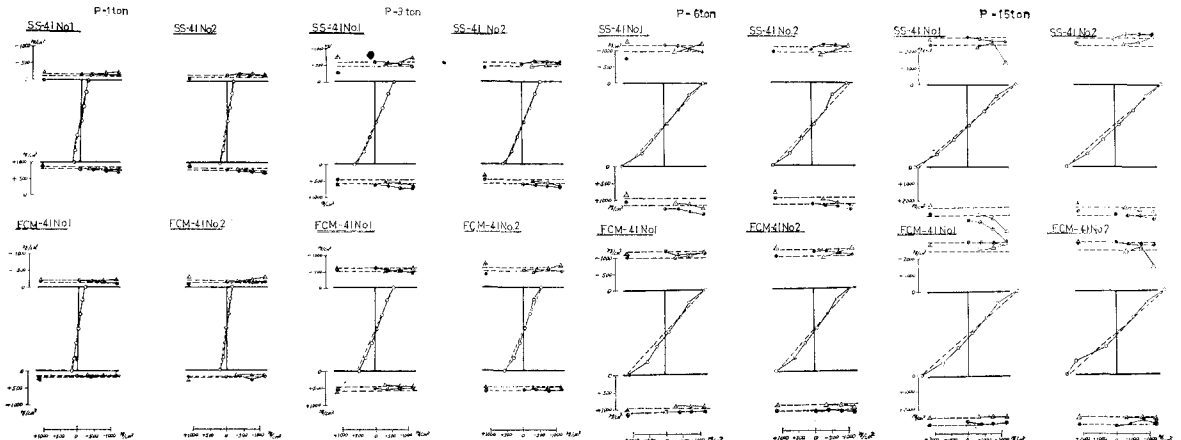


図-8 I 形断面桁の弾性領域における断面応力度分布
($P=1t, 3t, 6t, 15t$ の場合)

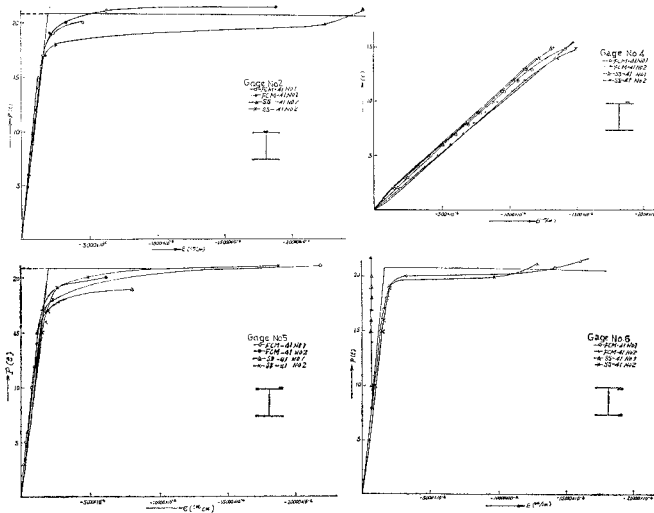


図-9 I形断面桁の上フランジの主要点 (No. 2, 4, 5, 6) における弾性及び塑性領域の荷重一変曲線

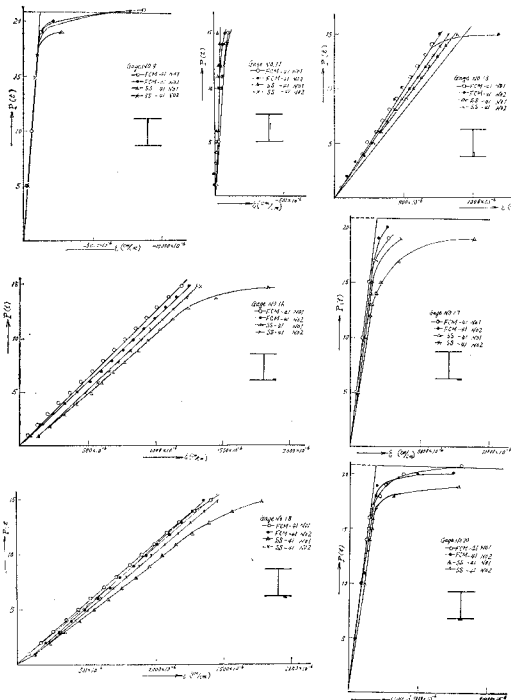


図-10 I形断面桁の下フランジ及びウェブの主要点 (No. 9, 11, 13, 16, 17, 18, 20) における弾性及び塑性領域の荷重一変曲線

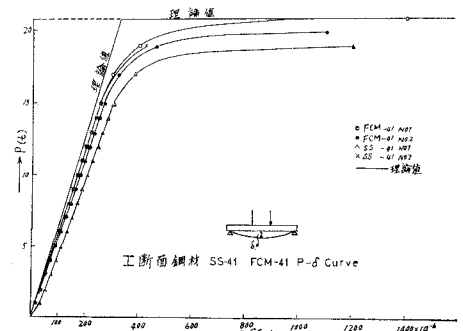


図-11 I形断面桁の支間中央点の弾・塑性領域における荷重一変曲線

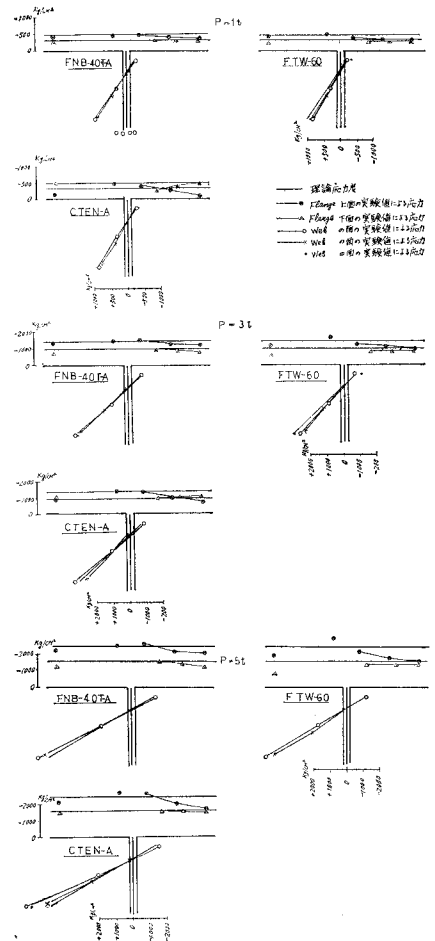


図-12 I形断面桁の弾性領域における断面応力度分布 (荷重 $P=1t, 3t, 5t$ の場合)

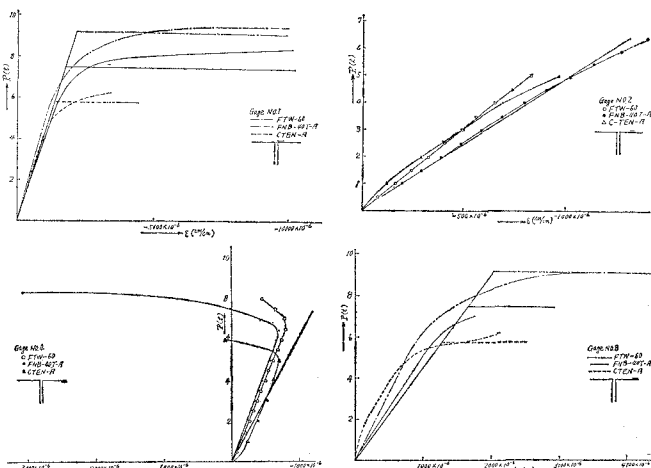


図-13 I形断面桁のフランジの主要点 (No. 1, 2, 4, 8) における弾性及び塑性領域の荷重一歪曲線

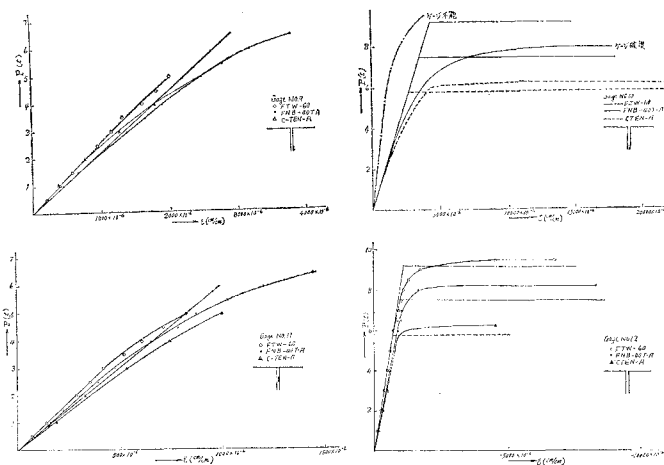


図-14 I形断面桁のウェブの主要点 (No. 9, 10, 11, 12) における弾性及び塑性領域の荷重一歪曲線

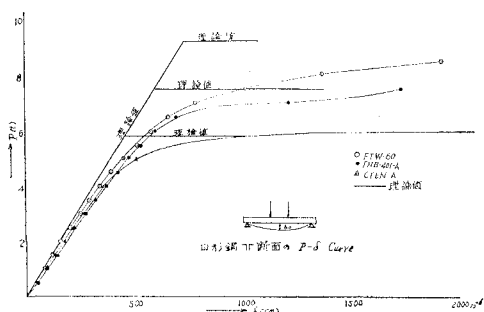


図-15 I形断面桁の支間中央点の弾・塑性領域における荷重一たわみ曲線

荷重一歪曲線、図-11は支間中央点の弾・塑性領域における荷重一たわみ曲線を示したものである。

(2) I形断面桁

図-12は弾性限度以内の断面応力度分布、図-13, 14はフ

ランジ及びウェブの主要点における弾・塑性領域の荷重一歪曲線、図-15は支間中央点の弾・塑性領域における荷重一たわみ曲線を示したものである。

5. 結 言

1) I及びI形断面桁共、弾性領域内の断面応力度分布、主要点の荷重一歪曲線、支間中央点の荷重一たわみ曲線のいずれも実験値と理論値がほぼ一致し、理論の妥当なことを確認することが出来た。

2) I及びI形断面桁共、弾性領域特に弾塑性移行過程領域においては、主要点の荷重一歪曲線、支間中央点の荷重一たわみ曲線のいずれも、実験値と理論値の傾向が大体合致してはいるが、実験値の克明さに比べ理論の不完全さを痛感させられた。殊にI形断面桁の弾塑性移行過程領域における理論については種々研究の余地があると

思う。

3) I 及び T 形断面桁共、実験の降伏荷重から極限荷重に至る過程は理論的過程と傾向がほぼ合致し、鋼材桁としての極限強度は材料規格試験における極限強度とほぼ合致する傾向のあることを認めることが出来た。

4) T 形断面桁の塑性領域におけるフランジ外端部の荷重一歪実験曲線では、二、三の新しい興味ある現象を発見出来た。

5) 鋼種 FCM-41 は SS-41 に比べ、応力度分布・歪曲線共優れ、FTW-60 は強度のみならず歪曲線の点でも優秀なことを認めることが出来た。

なお、本研究においては室蘭工業大学土木工学科昭和44年度卒業の学生、石川幸雄・田中直人の両君ならびに同校土木工学教室の教職員各位のご協力を得たことを付し、心から感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 中村作太郎・志村政雄：土木学会第24回年次学術講演会講演集第1部，I-13, 33 (1969).
- 2) Ronald W. Frost and Charles G. Schilling: Journal of the Proceedings of the American Society of Civil Engineers, **ST 3**, 55 (1964).
- 3) Alexander Chajes: Journal of the Proceedings of the American Society of Civil Engineers, **ST 6**, 1549 (1968).
- 4) Konrad Basler and Bruno Thürlimann: Journal of the Proceedings of the American Society of Civil Engineers, **ST 6**, 153 (1961).
- 5) Herbert A. Sawyer: Journal of the Proceedings of the American Society of Civil Engineers, **ST 8**, 43 (1961).
- 6) 倉西正嗣ほか5名共訳：Philip G. Hodge 構造物の塑性解析，コロナ社，11 (1961).
- 7) 佐藤常三訳：H. H. ベズーホッフ弾性・塑性論，日刊工業新聞社，301 (1956).
- 8) 柳島釺仁夫ほか2名共訳：Alfred M. Freudenthal 工業用材料と構造物の非弾性挙動，コロナ社，219 (1961).
- 9) 藤田譲ほか2名：塑性設計法，森北出版，15 (1961).
- 10) 鶴戸口英善ほか2名：材料力学（下巻），日本機械学会，479 (1963).
- 11) 富士製鉄 K.K.：耐候性高張力鋼フジコルテン橋梁マニュアル，富士製鉄 K.K.，3 (1967).