

隔壁の変形を考慮した薄肉箱桁の応力解析について

正 員 吉 田 紘 一*

1. ま え が き

薄肉長方形断面部材の曲げねじりは一般にその断面形状が変化しないと言う仮定に立った曲げねじり理論で解析されている。しかし実際の構造物では断面自身のもつラーメン剛性とか有限個の隔壁などにより断面変形に抵抗しているのみである。コンクリート桁のように断面変形に断面のラーメン作用のみで抵抗している場合については、断面変形がそり応力に大きな影響を与えていることが知られている⁴⁾。

一方、有限個の隔壁のみでその断面変形に抵抗している場合についても、もし隔壁が変形しなくても断面形状は部分的にしか保持されず、しかも隔壁自身変形を起すため、断面不変を仮定した場合とはかなり異なった結果が生じると考えられる。

箱桁における隔壁の問題については F. Resinger¹⁾ が折板理論でそりモーメント、および隔壁に作用する断面力の解析方法を示している。一方、能町²⁾ は剛な隔壁を有する場合について、そり応力の差分方程式による解を与えている。

ここでは、変形可能な隔壁で等区画に区切られた箱桁について、能町の方法にしたがって変位せん断公式を適用して、そり応力の差分方程式を誘導した。この差分方程式は F. Resinger のそりモーメントの式と同等なものである。

2. 基 本 公 式

図-1 のような箱桁を構成する帯板部材に対し、変位せん断方程式は次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} T_{AB} &= \frac{Eat}{6} (2\ddot{u}^A + \ddot{u}^B) + \frac{\bar{S}_{AB} - \bar{S}_{BA}}{a} + C_{AB} \\ T_{BA} &= \frac{Eat}{6} (2\ddot{u}^B + \ddot{u}^A) + \frac{\bar{S}_{BA} - \bar{S}_{AB}}{a} - C_{AB} \end{aligned} \right\} \quad (A)$$

ただし

- T_{AB}, T_{BA} : 帯板 AB の辺 A, B におけるせん断力
- S_{AB}, S_{BA} : 帯板 AB の辺 A, B における法線方向力
- u : 軸方向 (x 方向) 変位
- a, t : 帯板部材の高さおよび厚さ
- E : 弾性係数

$$\dot{u} = \frac{du}{dx}, \quad \bar{S} = \int S dx.$$

帯板の両端における深さ方向のせん断力 ζ は

$$\left. \begin{aligned} (\zeta)_{x=0} &= \int_0^a q_{x=0} ds = \bar{S}_0^{AB} - \bar{S}_0^{BA} + aC_{AB} \\ (\zeta)_{x=\lambda} &= \int_0^a q_{x=\lambda} ds = \bar{S}_\lambda^{AB} - \bar{S}_\lambda^{BA} + aC_{AB} \end{aligned} \right\} \quad (B)$$

S 方向変位 w^{AB} は

$$Gtw^{AB} = \frac{Gt(u^A - u^B)}{a} + \frac{\bar{S}_{AB} - \bar{S}_{BA}}{a} + C_{AB} \quad (C)$$

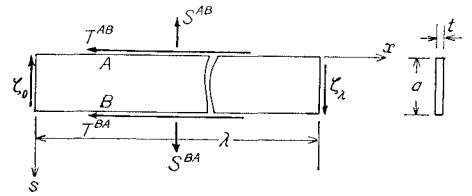


図-1 帯板要素 AB

3. 一軸対称断面

図-2 のような断面と荷重状態を考えると、対称性より軸方向変位は

$$u^A = -u^D, \quad u^B = -u^C.$$

S は箱桁自身のラーメン剛性を考慮しないと、荷重のみに関係する故

$$\begin{aligned} S_{AB} &= p, \quad S_{AD} = -q^A, \quad S_{BC} = q^B, \\ S_{BA} &= S_{DA} = S_{CB} = 0. \end{aligned}$$

以上の条件を公式 (A) に用いると、A 点, B 点におけるせん断力は

$$T_{AB} = \frac{Eat_1}{6} (2\ddot{u}^A + \ddot{u}^B) + \frac{\bar{p}}{a} + C_{AB}.$$

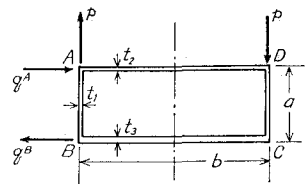


図-2 断面形と荷重状態

* 北海道開発局土木試験所構造研究室

$$T^{AD} = \frac{Ebt_2}{6} \ddot{u}^A - \frac{\bar{q}^A}{b} + C^{AD}.$$

$$T^{BA} = \frac{Eat_1}{6} (2\ddot{u}^B + \ddot{u}^A) - \frac{\bar{p}}{a} - C^{AB}.$$

$$T^{BC} = \frac{Ebt_3}{6} \ddot{u}^B + \frac{\bar{q}^B}{b} + C^{BC}.$$

A 点, B 点でせん断力のつり合いをとると, $T^{AB} + T^{AD} = 0$, $T^{BA} + T^{BC} = 0$, となる。これに上式を代入すると,

$$\left(\frac{Eat_1}{3} + \frac{Ebt_2}{6} \right) \ddot{u}^A + \frac{Eat_1}{6} \ddot{u}^B + \frac{\bar{p}}{a} - \frac{\bar{q}^A}{b} + C^{AB} + C^{BA} = 0. \quad (1)$$

$$\left(\frac{Eat_1}{3} + \frac{Ebt_3}{6} \right) \ddot{u}^B + \frac{Eat_1}{6} \ddot{u}^A - \frac{\bar{p}}{a} + \frac{\bar{q}^B}{b} - C^{AB} + C^{BC} = 0. \quad (2)$$

ここで u^A , u^B を次のようにおく

$$u^A = u^o + u^w, \quad u^B = u^o - \beta u^w.$$

ただし

$\ddot{u}^o$: A, B 点における横方向曲げ歪

$\ddot{u}^w$: A 点におけるそり歪

$$\beta = \frac{3at_1 + bt_2}{3at_1 + bt_3}.$$

式(1), (2)を加えて

$$k_1 \ddot{u}^o + \frac{\bar{q}^B - \bar{q}^A}{b} + (C^{AB} + C^{BC}) = 0. \quad (3)$$

式(2)に β を乗じて, (1)より引くと

$$k_2 \ddot{u}^w + \frac{\bar{p}}{a} - \frac{\bar{q}^A + \beta \bar{q}^B}{b(1+\beta)} + C^{AB} + \frac{C^{AD} - \beta C^{BC}}{1+\beta} = 0. \quad (4)$$

上式中

$$k_1 = Eat_1 + \frac{Ebt_2 + Ebt_3}{6}.$$

$$k_2 = \frac{2Eat_1 + Ebt_2 - Eat_1 \beta}{6}.$$

C^{AB} , C^{AD} , C^{BC} が x について定数であることを考慮して, 式(4)を x について一度微分し, 二度積分すると $r-1$, r の隔壁にはさまれる区間 r では

$$k_2 \ddot{u}^w + \frac{\bar{p}_r}{a} - \frac{\bar{q}_r^A + \bar{q}_r^B \beta}{b(1+\beta)} - k_2 \ddot{u}_{r-1}^w \frac{\lambda - x}{\lambda} - k_2 \ddot{u}_r^w \frac{x}{\lambda} = 0. \quad (5)$$

ただし, $\ddot{u}_r^w$ は r 点におけるそり歪である。さらに上式を二度積分すると,

$$\begin{aligned} k_2 \ddot{u}^w + \frac{\bar{p}_r}{a} - \frac{\bar{q}_r^A + \bar{q}_r^B \beta}{b(1+\beta)} + k_2 \ddot{u}_{r-1}^w \frac{\lambda^2}{6} \left\{ \left(\frac{x}{\lambda} \right)^3 - 3 \left(\frac{x}{\lambda} \right)^2 + 2 \frac{x}{\lambda} \right\} + k_2 \ddot{u}_r^w \frac{\lambda^2}{6} \left\{ \frac{x}{\lambda} - \left(\frac{x}{\lambda} \right)^3 \right\} \\ - k_2 \ddot{u}_r^w \frac{\lambda - x}{\lambda} - k_2 \ddot{u}^w \frac{x}{\lambda} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

ただし $\bar{p}$, $\bar{p}$, $\bar{q}$, $\bar{q}$, は $x=0$, $x=\lambda$ で 0 となるように積分定数を定める。式(5)を一度微分して式(4)とくらべると

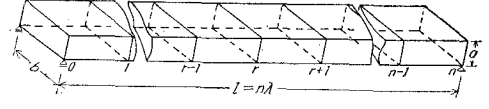


図-3

$$C_r^{AB} + \frac{C_r^{AD} - \beta C_r^{BC}}{1+\beta} = -\frac{k_2}{\lambda} \Delta \ddot{u}_{r-1}^w$$

式(6)を一度微分して $(r, r-1)$ 区間および $(r, r+1)$ 区間の u_r^w を求めて消去すると

$$\begin{aligned} \frac{\lambda k_2}{6} (\Delta^2 \ddot{u}_{r-1}^w + 6 \ddot{u}_r^w) = \frac{k_2}{\lambda} \Delta^2 \ddot{u}_{r-1}^w - \frac{\bar{p}_{r,r+1} - \bar{p}_{r,r-1}}{a} \\ + \frac{\bar{q}_{r,r+1}^A - \bar{q}_{r,r-1}^A + (\bar{q}_{r,r+1}^B - \bar{q}_{r,r-1}^B) \beta}{b(1+\beta)} \end{aligned} \quad (8)$$

$\bar{p}_{r,r+1}$ は r 点における $r+1$ 方向区間の荷重による値。

4. 節点における力のつり合いと隔壁の変形抵抗せん断力

部材 AB について節 r 点におけるせん断力のつり合いは, 隔壁の変形抵抗せん断力を z_r , ここに作用する集中力を P_r , とすると

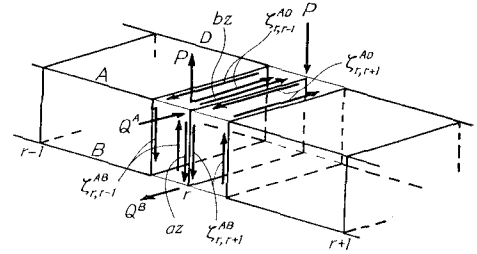


図-4 節点 r の力のつり合

$$\zeta_{r,r+1}^{AB} - \zeta_{r,r-1}^{AB} = aZ_r - P_r.$$

公式(B)を用いると

$$a \Delta C_r^{AB} = \bar{p}_{r,r-1} - \bar{p}_{r,r+1} + P_r - aZ_r. \quad (9)$$

同様に部材 AD, BC について

$$b \Delta C_r^{AD} = -(\bar{q}_{r,r-1}^A - \bar{q}_{r,r+1}^A + Q_r^A) - bZ_r \quad (10)$$

$$b \Delta C_r^{BC} = \bar{q}_{r,r-1}^B - \bar{q}_{r,r+1}^B + Q_r^B + bZ_r. \quad (11)$$

S 方向の変位について公式(C)を用いると

$$G_{t1} a \dot{w}^{AB} = G_{t1} (u^A - u^B) + \bar{p}_r + C_r^{AB} \cdot a. \quad (12)$$

$$G_{t2} b \dot{w}^{AD} = 2G_{t2} u^A - \bar{q}_r^A + C_r^{AD} \cdot b. \quad (13)$$

$$G_{t3} b \dot{w}^{BC} = 2G_{t3} u^B + \bar{q}_r^B + C_r^{BC} \cdot b. \quad (14)$$

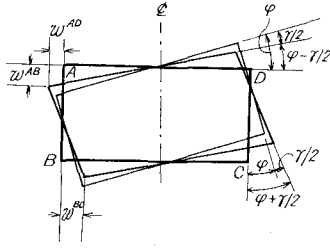
桁の反時計回りの回転を φ とし, 断面の変形度を γ とすると

$$2w^{AB} = b\varphi^{AD} = b(\varphi - \gamma/2). \quad (15)$$

$$w^{BC} - w^{AD} = a\varphi^{AB} = a(\varphi + \gamma/2). \quad (16)$$

式(12)より

$$G_{t1} ab(\varphi - \gamma/2) = 2G_{t1} u_r^w(1+\beta) + 2\bar{p}_r + 2aC_r^{AB}.$$



図—5 断面の回転と変形

式(13)× t_3 —式(14)× t_2 より

$$Gt_2t_3ab(\phi + \gamma/2) = -2Gt_2t_3u^w(1+\beta) + t_3\bar{q}_r^A + t_2\bar{q}_r^B + t_2C_r^{BC} - t_3C_r^{AD}.$$

上式をそれぞれ x について 0 から λ まで積分すると

$$Gab(\Delta\varphi_{r-1} - \Delta\gamma_{r-1/2}) = 2G(1+\beta)\Delta\bar{u}_{r-1} + \frac{2a\lambda}{t_1}C_r^{AB}. \quad (17)$$

$$Gab(\Delta\varphi_{r-1} + \Delta\gamma_{r+1/2}) = -2G(1+\beta)\Delta\bar{u}_{r-1} - \frac{b\lambda}{t_2}C_r^{AD} + \frac{b\lambda}{t_2}C_r^{BC}. \quad (18)$$

式(9), (10), (11)と(7)より

$$-\frac{k_2}{\lambda}\Delta^2\bar{u}_{r-1} = \frac{P_r^*}{a} - \frac{Q_r^{*A} + Q_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)} - 2Z_r. \quad (19)$$

ただし

$$P_r^* = \bar{p}_{r,r-1} - \bar{p}_{r,r+1} + P_r.$$

$$Q_r^{*A} = \bar{q}_{r,r-1}^A - \bar{q}_{r,r+1}^A + Q_r^A.$$

$$Q_r^{*B} = \bar{q}_{r,r-1}^B - \bar{q}_{r,r+1}^B + Q_r^B.$$

隔壁の変形抵抗せん断力 Z_r と変形度 γ_r の関係は

$$Z_r = Gt_d\gamma_r. \quad (20)$$

ただし t_d は隔壁厚。

5. 基本差分方程式

式(17)に式(8), (9), (20)を用いると

$$Gab(\Delta^2\varphi_{r-1} - \Delta^2\gamma_{r-1/2}) + \frac{2Gata}{t_1}\lambda\gamma_r - \frac{G(1+\beta)}{3}\lambda^2(\Delta^2\bar{u}_{r-1} + 6\bar{u}_r) = -\frac{2\lambda}{t_1}F_r^* + \frac{2G(1+\beta)}{k_2}\lambda\left\{\frac{\bar{p}_r^*}{a} - \frac{\bar{q}_r^{*A} + \bar{q}_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)}\right\}. \quad (21)$$

式(18)に式(8), (10), (11), (20)を用いると

$$Gab(\Delta^2\varphi_{r-1} + \Delta^2\gamma_{r-1/2}) - Gt_d\left(\frac{b}{t_2} + \frac{b}{t_3}\right)\lambda\gamma_r + \frac{G(1+\beta)}{3}\lambda^2(\Delta^2\bar{u}_{r-1} - 6\bar{u}_r) = \frac{\lambda}{t_2}Q_r^{*A} + \frac{\lambda}{t_3}Q_r^{*B} - \frac{2G(1+\beta)}{k_2}\lambda\left\{\frac{\bar{p}_r^*}{a} - \frac{\bar{q}_r^{*A} + \bar{q}_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)}\right\}. \quad (22)$$

$$\left[k_2 \cdot C_a \frac{D_i^2}{\lambda^4} + \left\{\frac{k_2 \cdot C_1}{\lambda^2} - \frac{4G(1+\beta)}{3}\right\} D_i + 8G(1+\beta)\right] S_i[\bar{u}_r^w] = \frac{C_2}{\lambda} S_i\left[\frac{P_r^*}{a} + \frac{Q_r^{*A} + Q_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)}\right] + \frac{C_d}{\lambda^3} D_i \cdot S_i\left[\frac{P_r^*}{a} - \frac{Q_r^{*A} + Q_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)}\right] - \frac{8G(1+\beta)}{k_2\lambda} S_i\left[\frac{\bar{p}_r^*}{a} - \frac{\bar{q}_r^{*A} + \bar{q}_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)}\right] + \frac{2}{\lambda}\left(\frac{b}{t_2}\beta - \frac{b}{t_3}\right) S_i\left[\frac{Q_r^{*A} - Q_r^{*B}}{b(1+\beta)}\right]$$

式(19)と(20)より

$$-\frac{k_2}{\lambda}\Delta^2\bar{u}_{r-1} + 2Gt_d\gamma_r = \frac{\bar{p}_r^*}{a} - \frac{Q_r^{*A} + Q_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)}. \quad (23)$$

ただし

$$\bar{p}_r^* = \bar{p}_{r,r+1} - \bar{p}_{r,r-1}$$

$$\bar{q}_r^{*A} = \bar{q}_{r,r+1}^A - \bar{q}_{r,r-1}^A$$

$$\bar{q}_r^{*B} = \bar{q}_{r,r+1}^B - \bar{q}_{r,r-1}^B$$

式(21)~(23)が基本の差分方程式で、式(21)と式(22)より φ_r を消去し、さらに式(23)を用いて γ_r を消去すると

$$-k_2 \cdot C_d \frac{\Delta^4\bar{u}_{r-2}}{\lambda^4} + \left\{k_2 \cdot C_1 - \frac{4}{3}G(1+\beta) \cdot \lambda^2\right\} \frac{\Delta^2\bar{u}_{r-1}}{\lambda^2} - 8G(1+\beta)\bar{u}_r^w = -\frac{1}{\lambda}C_2\left\{\frac{P_r^*}{a} + \frac{Q_r^{*A} + Q_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)}\right\} + \frac{8(1+\beta)G}{k_2\lambda}\left\{\frac{\bar{p}_r^*}{a} - \frac{\bar{q}_r^{*A} + \bar{q}_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)}\right\} + \frac{C_d}{\lambda^3}\Delta^2\left\{\frac{P_{r-1}^*}{a} - \frac{Q_{r-1}^{*A} + Q_{r-1}^{*B}\beta}{b(1+\beta)}\right\} - \frac{2}{\lambda}\left(\frac{b}{t_2}\beta - \frac{b}{t_3}\right)\frac{Q_r^{*A} - Q_r^{*B}}{b(1+\beta)}. \quad (24)$$

ただし

$$C_1 = \left(\frac{2a}{t_1} + \frac{b}{t_2} + \frac{b}{t_3}\right).$$

$$C_2 = \left(\frac{b}{t_2} + \frac{b}{t_3} - \frac{2a}{t_1}\right).$$

$$C_d = \frac{ab}{t_d}\lambda.$$

式(24)は $Q_r^{*A} = Q_r^{*B}$ の場合 F. Resinger¹⁾ が誘導したそりモーメントの式に一致する。さらに $t_2 = t_3$, $C_d = 0$, すなわち二軸対称断面で隔壁の変形がない場合は能町²⁾の式に一致する。

6. 差分方程式の解

式(24)の差分方程式を解くため、次のフーリエ定和分変換公式を用いる。

定和分変換公式

$$S_i[\Delta^2 f_{r-1}] = -\sin \frac{i\pi}{n} \cdot \left\{(-1)^i f_n - f_0\right\} - D_i \cdot S_i[f_r].$$

$$S_i[\Delta^4 f_{r-2}] = -\sin \frac{i\pi}{n} \cdot \left\{(-1)^i \Delta^2 f_{n-1} - \Delta^2 f_{-1}\right\} + D_i \cdot \sin \frac{i\pi}{n} \cdot \left\{(-1)^i f_n - f_0\right\} + D_i^2 S_i[f_r].$$

ただし

$$D_i = 2\left(1 - \cos \frac{i\pi}{n}\right).$$

逆変換公式

$$f_r = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} S_i[f_r] \sin \frac{i\pi}{n} r.$$

式(24)にフーリエ定和分変換をほどこすと

$$+k_2 \frac{C_d}{\lambda^4} \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i D^2 \dot{u}_{n-1}^w - D^2 \dot{u}_{-1}^w \right\} - \left\{ k_2 C_d \frac{D_i}{\lambda^4} + \frac{C_1}{\lambda^2} - \frac{4G(1+\beta)}{3} \right\} \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i \dot{u}_n^w - \dot{u}_0^w \right\}. \quad (25)$$

断面変形度 γ_r は式 (23) より

$$\gamma_r = \frac{k_2 \cdot C_d}{2Gab} \frac{D^2 \dot{u}_{r-1}^w}{\lambda^2} + \frac{C_d}{2Gab\lambda} \left\{ \frac{P_r^*}{a} - \frac{Q_r^{*A} + Q_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)} \right\}. \quad (26)$$

断面回転角 φ_r は式 (21), (22) より $D^2 \gamma_{r-1}$ を消去してさらに式 (25) を用いて γ_r を消去すると

$$D^2 \varphi_{r-1} = \frac{k_2 C_2}{4Gab} D^2 \dot{u}_{r-1}^w + \frac{C_1}{4Gab} \lambda \left\{ \frac{P_r^*}{a} + \frac{Q_r^{*A} + Q_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)} \right\} + \frac{\lambda}{2Gab(1+\beta)} \left(\frac{b}{t_2} \beta - \frac{b}{t_3} \right) \frac{Q_r^{*A} - Q_r^{*B}}{b}.$$

上式を二度和分して

$$\varphi_r = \frac{k_2 \cdot C_2}{4Gab} \dot{u}_r^w + \frac{C_1}{4Gab} \lambda \iint \left\{ \frac{P_r^*}{a} + \frac{Q_r^{*A} + Q_r^{*B}\beta}{b(1+\beta)} \right\} dr dr + \frac{\lambda}{2Gab(1+\beta)} \left(\frac{b}{t_3} \beta - \frac{b}{t_3} \right) \iint \frac{Q_r^{*A} - Q_r^{*B}}{b} dr dr. \quad (27)$$

上式中 $\iint$ は和分の記号で $\iint f(x) dx = F(x)$ は $AF(x) = f(x)$ となるような $F(x)$ を与えるもの。

1) 集中逆対称荷重 P が作用する場合

両端でそり応力がなく、かつ断面の変形もないような支持条件を考えると、 $D^2 \dot{u}_{n-1}^w = D^2 \dot{u}_{-1}^w = \dot{u}_n^w = \dot{u}_0^w = 0$ となるゆえ、式 (25) に代入して逆変換をほどこすと、

$$\dot{u}_r^w = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\left(\frac{C_2}{\lambda} + \frac{C_d}{\lambda} D_i \right) \frac{1}{a} S_i[P_r^*] - \frac{8G(1+\beta)}{k_2 \lambda} \frac{1}{a} S_i[\bar{P}^*]}{k_2 C_d \frac{D_i^2}{\lambda^4} + \left\{ \frac{k_2 C_1}{\lambda^2} - \frac{4G(1+\beta)}{3} \right\} D_i + 8G(1+\beta)} \sin \frac{i\pi}{n} r. \quad (28)$$

荷重項

荷重 P が節点 c 上ある場合

$$\left. \begin{aligned} S_i[P^*] &= P \sin \frac{i\pi}{n} c. \\ S_i[\bar{P}^*] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\iint P_r^* dr dr = \begin{cases} -\frac{P}{n} (n-c) r. & r < c \\ -\frac{P}{n} (n-r) c. & r > c \end{cases} \quad (30)$$

荷重 P が節点 c と $c+1$ の間にある場合

$$\begin{aligned} \bar{P}_{c+1,c} &= P(1-\xi), \quad \bar{P}_{c,c+1} = -P \cdot \xi \\ \bar{P}_{c+1,c} &= -\frac{\lambda^2 P \xi (1-\xi) (2-\xi)}{6} \\ \bar{P}_{c,c+1} &= \frac{\lambda^2 P \xi (1-\xi) (1+\xi)}{6} \end{aligned}$$

よって

$$\left. \begin{aligned} S_i[P^*] &= \bar{P}_{c+1,c} \sin \frac{i\pi}{n} c - \bar{P}_{c,c+1} \sin \frac{i\pi}{n} (c+1). \\ S_i[\bar{P}] &= \bar{P}_{c+1,c} \sin \frac{i\pi}{n} c - \bar{P}_{c,c+1} \sin \frac{i\pi}{n} (c+1). \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$$f(r) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\left\{ k_2 C_d \frac{D_i}{\lambda^4} - \frac{4G(1+\beta)}{3} + \frac{k_2 c_1}{\lambda^2} \right\} \left\{ (-1)^i - 1 \right\}}{k_2 C_d \frac{D_i^2}{\lambda^4} + \left\{ \frac{k_2 C_1}{\lambda^2} - \frac{4G(1+\beta)}{3} \right\} D_i + 8G(1+\beta)} \sin \frac{i\pi}{n} \sin \frac{i\pi}{n} r. \quad (35)$$

断面変形度 γ_r は式 (26) より

$$\gamma_r = \frac{k_2 C_d}{2Gab} \frac{D^2 \dot{u}_{r-1}^w}{\lambda^2} + \frac{C_d}{2Gab} \frac{p}{a} \quad (36)$$

回転角 φ_r は式 (27) より

$$\varphi_r = \frac{1}{4Gab} \left\{ k_2 C_2 \dot{u}_r^w + \frac{C_1}{a} \lambda^2 \frac{p}{2} r(r-n) \right\}. \quad (37)$$

$$\iint P_r^* dr dr = \begin{cases} \left\{ \bar{P}_{c+1,1} (n-c) + \bar{P}_{c,c+1} (n-c-1) \right\} \frac{r}{n}. & r \leq c \\ \left\{ \bar{P}_{c+1,c} \cdot c + \bar{P}_{c,c+1} (c+1) \right\} \frac{n-r}{n}. & r \geq c+1 \end{cases} \quad (32)$$

γ_r, φ_r は式 (26), (27) に式 (30), (32) を代入して求められる。

2) 等分布荷重 P の作用する場合

差分方程式 (24) の荷重項は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P_r^* &= \bar{P}_{rr-1} - \bar{P}_{rr+1} + P_r = p\lambda. \\ \bar{P}_r^* &= \bar{P}_{r,r+1} - \bar{P}_{rr-1} = p\lambda^3/12. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

よって式 (24) の解は

$$\dot{u}_r^w = -\frac{P}{a} \left\{ \frac{C_2}{8G(1+\beta)} - \frac{\lambda^2}{12k_2} \right\} (1-f(r)). \quad (34)$$

ただし、 $f(r)$ は式 (25) で $\dot{u}_0^w = \dot{u}_n^w = 1$, $S_i[P_r^*] = S_i[\bar{P}^*] = 0$ において

7. 数 値 計 算

数値計算に用いた断面諸元は次のごとくである。

$$\begin{aligned} h &= 1.5 \text{ m}, \quad b = 4.0 \text{ m}, \quad t_1 = 1.0 \text{ cm}, \quad t_2 = 1.0 \text{ cm}, \quad t_3 = 1.2 \text{ cm} \\ l &= 40 \text{ m}, \quad n = 10, \quad \lambda = l/n = 4.0 \text{ m} \\ t_4 &= 0.1 \text{ cm}, \quad E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

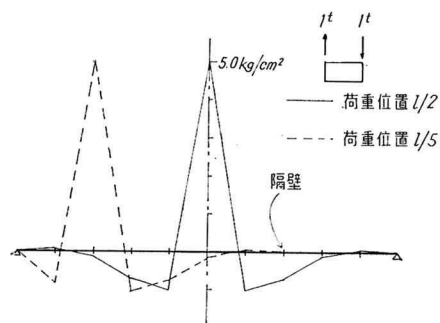


図-6 そり応力 σ_w (A 点)

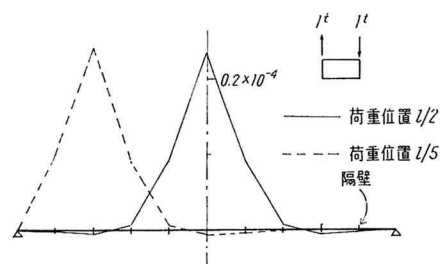


図-7 隔壁の変形度 γ_r (隔壁位置以外の値は意味がない)

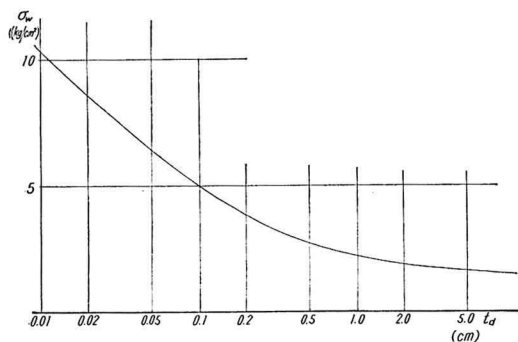


図-8 そり応力と隔壁厚の関係

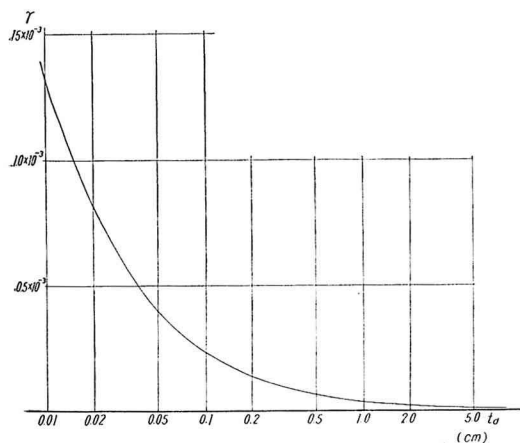


図-9 隔壁変形度と隔壁厚の関係

上の諸値を用いて隔壁上に集中偶力 $P = 1 \text{ ton}$ の作用する場合のそり応力 σ_w と隔壁の変形度 γ_r の分布を図-6, 7に示す。これを見るとそり応力、変形度ともに荷重点を離れると急速に減少していることがわかる。

図-8, 9には隔壁厚の変化と、そり応力、断面変形度の関係を示した。これを見るとこの断面では $t_d = 5.0 \text{ cm}$ 以上では断面の変形を無視した値と大差ないが、 $t_d = 0.1 \text{ cm}$ 付近ではかなりの差が見られる。

8. 模型実験

理論の妥当性を検討するために模型実験を行なった。模

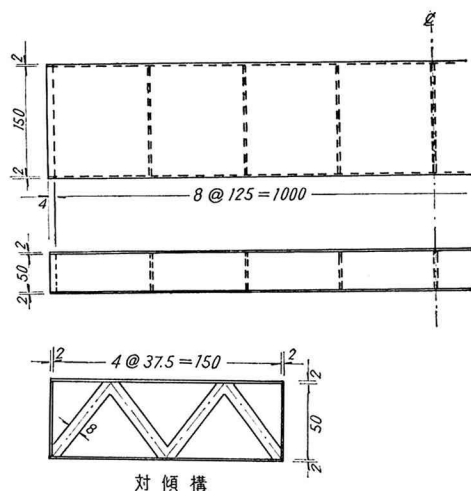


図-10 模型桁 (単位: mm)

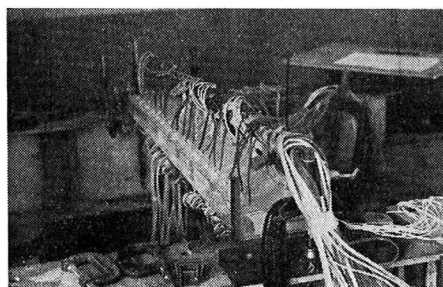


写真-1 模型桁

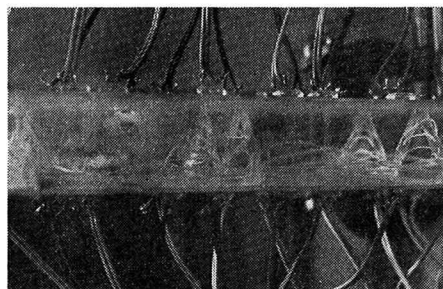


写真-2 対傾構

型は図-10、写真-1、2に示すように0.2 mm厚の亚克力ガラス(弾性係数 $E=37000 \text{ kg/cm}^2$, ポアソン比 $\nu=0.35$)で作製し、対傾構も同一の亚克力ガラスで作製したものである。

測定は、そり歪と対傾構の軸方向歪についてストレインゲージで行ない、逆対称荷重を作用させた場合について行った。

図-11, 12にスパン中央に逆対称荷重 $P=10 \text{ kg}$ を作用させた場合の実験結果を示した。図-11はそり歪でゲージはAとB, CとDをそれぞれ対に用いて測定した。これを見ると桁の端部に大きな値が出ている他は全体としてよい値を示している。桁端部については理論計算を $r=0, N$ で $\sigma_w = E\dot{u}'' = 0$ とした境界条件にした a のに対して、実際は剛な隔壁があるために軸方向変位が拘束されたために多少大きな値が生じたと考えられる。図-12は同じ荷重状態

の対傾構の歪で理論値の節点位外の値は意味がないが、これを見ると理論値はよく実験値と近似していることがわかる。

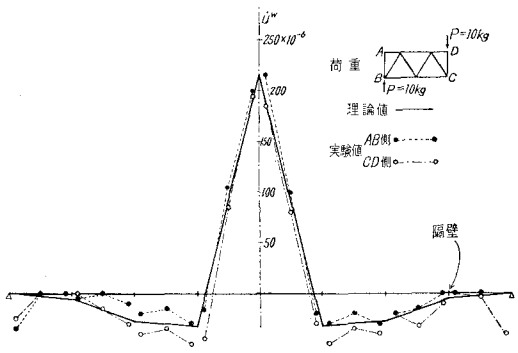


図-11 そり歪

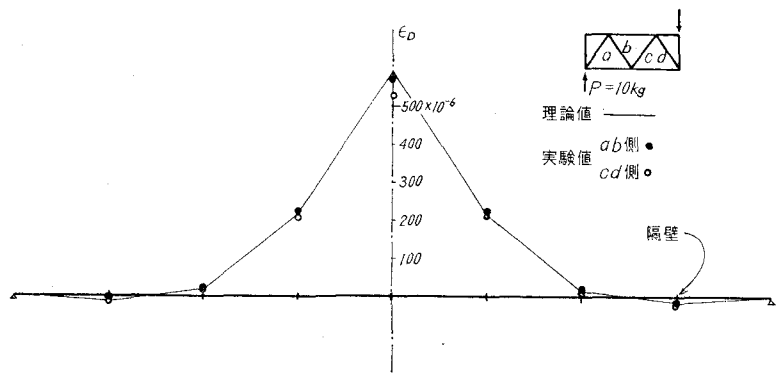


図-12 対傾構の歪 (隔壁位置以外の理論値には意味がない)

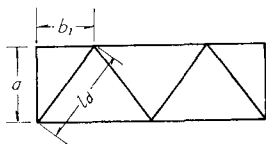


図-13 対傾構

なお対傾構はせん断力による変形度が等しくなるような隔壁厚に換算して計算を行なった。換算厚の計算式は次のようになる。

$$t_a = \frac{E}{G} \frac{ab_1}{l_D} f_D \quad (38)$$

ただし、 f_D は対傾構の断面積、 a, b, l_D は図-13に示す通りである。又対傾構の歪は

$$\varepsilon_D = \frac{ab_1}{l_D} \gamma_r \quad (39)$$

9. あとがき

以上隔壁の変形も考慮に入れて一軸対称薄肉長方形断面

桁が等しく隔壁で分割されている場合についてのそり応力の4次の差分方程式を誘導し、これにフーリエ定分変換を適用した解析方法と数値計算例を示した。さらに模型実験によって理論の妥当性を確認した。

実際の問題にあるフランジやウェブなどがリブなどにより直交異方性析となっている場合は k_2, β の t_1, t_2, t_3 に換算板厚を用いる事により計算できる。

なお曲線箱桁の場合について今後研究を行なうつもりである。

最後に本研究に当たり助言をいただいた室蘭工業大学能町純雄教授に対し記して感謝の意を表わすしたいです。

参考文献

- 1) Fritz, Resinger: Der dünnwandige Kastenträger. Stahlbau Heft 13, 1959 (外崎忍訳, 土木試験所月報 No. 186, 187).
- 2) 能町純雄: 剛なダイロフラムで等区画に分けられる薄肉長方形箱桁の曲げねじれについて, 土木学会論文

集第 146 号 (昭和 42. 10).

- 3) シェピッツ：軽量構造の力学，石崎潑雄訳，コロナ社 (昭和 41. 6).
- 4) 能町純雄・尾崎 諤：断面の変形を考慮した矩形箱桁の振りについて，土木学会北海道支部技術資料第 22 号

(昭和 41).

- 5) S. G. Nomachi: On Finite Fowier Sine Series with Respect to Finite Differences. 室蘭工業大学紀要, Vol. 5, No. 1, July, 1965.