

曲げ moment と軸力を受ける円形断面鉄筋 コンクリートの新しい解法

正員 今井芳雄*

§1. 前 言

鉄筋 concrete 円形断面部材，例えば円柱橋脚の断面中心に鉛直荷重 N と曲げ moment M の2つを一緒に受ける時は，両者は合成されて，断面中心からの偏心 $e = \frac{M}{N}$ をもつ1個の偏心軸荷重 N のみが作用することと equal である。この時断面の半径，鉄筋量を定める解法は，吉田徳次郎，福田武雄等の著書に導かれているが，その解法はいずれも concrete 応力 σ_c を最初に求めなければならない。このため，作用鉄筋応力 σ_s を所望の指定値に持って行くためには常に σ_c から誘導しなければならない。更にこの σ_c を求めるためにもその前に鉄筋比 p の仮定が必要である。然しこの鉄筋比も，この鉄筋比をもとにしてやがて算出されるであろうところの σ_s とを直接結びつける様解法は誘導されていない。従って断面半径，鉄筋量相互の増減と stress との調整がかなりの手数である。鉄筋 concrete はやはり材料 cost として鉄筋費が大いなる weight を占めるから，作用鉄筋応力は許容応力一杯になる様仕向け，鉄筋量の軽減を図ることが経費節減に役立つわけである。最初に σ_s を求める様な設計が楽に行ないうるのであれば大いにたすかるわけである。今，許容鉄筋応力を σ_s とするとき，筆者は，仮想鉄筋 area $A_s''' = \frac{N}{\sigma_s}$ を仮想に，實在鉄筋 area に付加するという計算操作を工夫した。これによると最初に σ_s を求める式が誘導されるので，この σ_s を許容値一杯になる様，所望断面をうる事が出来る。これは従来の解法に更に新たなる便利さを加えるものと考え発表するわけでありませう。

§2. 仮想鉄筋 area A_s''' の導入

直径が ab である円形断面 ab が中心 O に，この断面に垂直な軸圧縮荷重 N を受け，更に断面 ab に曲げ moment M を受けるならば $\frac{M}{N} = e$ とおくと， M と N の効果は断面中心 O からの偏心が e である軸力 N 1個の効果と同一である。この偏心軸重 N による断面 ab に直角な stress の分布が直線であるという仮定に従い，この時中立軸を mn とし(第1図)，concrete は tension に耐えられぬと

いう仮定に従う。断面 ab に生ずる圧縮力の合力を C ，鉄筋引張力の合力を T とすれば $\Sigma V=0$ から

$$N+C+T=0 \tag{1}$$

である。 N, C, T の絶対値については

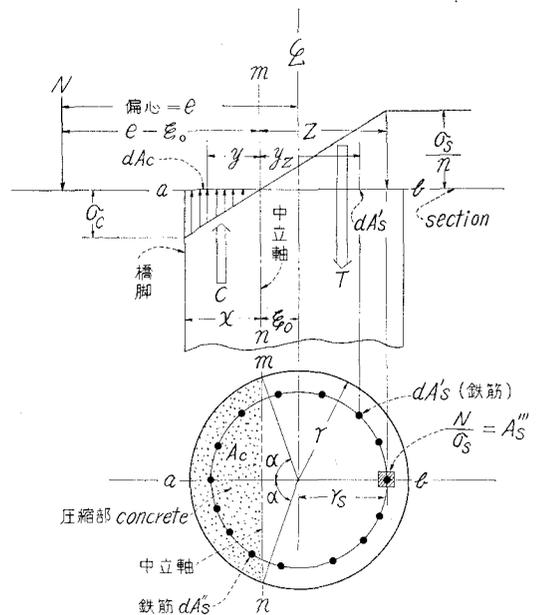
$$C = N+T \tag{2}$$

が成立する。圧縮力 side で中立軸から断面最遠点までの距離を x とすれば(第1図)

圧縮力の合計

$$\begin{aligned} C &= \int_{A_c} \frac{\sigma_c}{x} y \cdot dA_c + n \int_{A_s'''} \frac{\sigma_c}{x} y \cdot dA_s''' \\ &= \frac{\sigma_c}{x} \left[\int_{A_c} y \cdot dA_c + n \int_{A_s'''} y \cdot dA_s''' \right] \\ &= \frac{\sigma_c}{x} [G_c + n \cdot G_s'''] \end{aligned} \tag{3}$$

である。但し G_c = 圧縮部 concrete area A_c の中立軸 mn に対する断面1次 moment, G_s''' = 圧縮部鉄筋 area A_s''' の



第1図

* 北海道産業短期大学助教授

中立軸 mn に対する断面 1 次 moment。

次に鉄筋引張応力の合計を T とすれば (第 1 図)

$$T = n \int_{A'_s} \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{Z} \cdot y_z \cdot dA'_s = n \int_{A'_s} \frac{\sigma_c}{x} y_z \cdot dA'_s$$

$$= \frac{\sigma_c}{x} n \int_{A'_s} y_z \cdot dA'_s = \frac{\sigma_c}{x} \left\{ n \cdot G'_s \right\} \quad (4)$$

但し G'_s = 引張側鉄筋 area の中立軸 mn に対する断面 1 次 moment, A'_s = 引張部鉄筋 area, Z = 中立軸 mn から最遠距離にある鉄筋迄の距離

$$\therefore Z = r(\cos \alpha + \mu),$$

$$\mu \cdot r = r_s$$

(3) 式で得た合力 C と (4) 式で得た合力 T の関係を (2) 式に代入すると numerical に

$$\frac{\sigma_c}{x} \left[G_c + n \cdot G'_s \right] = N + \frac{\sigma_c}{x} \left[n \cdot G'_s \right] \quad (5)$$

となる。今 (5) 式の N を $N = \sigma_s \times A_s'''$ とおけば

$$N = \frac{\sigma_s}{n} \times n \cdot A_s''' = \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{Z} \cdot Z \cdot n \cdot A_s'''$$

$$= \frac{\sigma_c}{x} \cdot Z \cdot n \cdot A_s''' \quad (6)$$

となるから (5) 式は右边が変形されて

$$\frac{\sigma_c}{x} \left[G_c + n G'_s \right] = \frac{\sigma_c}{x} \cdot Z \cdot n \cdot A_s''' + \frac{\sigma_c}{x} \left[n \cdot G'_s \right]$$

$$= \frac{\sigma_c}{x} \left[Z \cdot n \cdot A_s''' + n \cdot G'_s \right] \quad (7)$$

となって共通の $\frac{\sigma_c}{x}$ であらわされる。

$$\therefore \frac{\sigma_c}{x} G_c = \frac{\sigma_c}{x} \left[n \cdot G'_s - n G'_s + n \cdot A_s''' \cdot Z \right] \quad (8)$$

$$\therefore G_c = n (G'_s - G'_s + A_s''' \cdot Z)$$

$$\therefore G_c = n (A_s \cdot \xi_0 + A_s''' \cdot Z) \quad (9)$$

但し $\xi_0 = r \cdot \cos \alpha$

A_s = 抗張及び抗圧鉄筋 area の和 = $A'_s + A_s''$

$$\therefore G_c = \int_{A_s} dA_c \cdot y = 2 \int_0^{r \cdot \sin \alpha} d\eta \cdot (Y - r \cos \alpha) \cdot \frac{Y - r \cos \alpha}{2}$$

$$= \int_0^{r \cdot \sin \alpha} (r^2 - \eta^2) d\eta - 2r \cos \alpha \int_0^{r \cdot \sin \alpha} Y \cdot d\eta + r^2 \cos^2 \alpha \int_0^{r \cdot \sin \alpha} d\eta$$

$$\therefore G_c = r^2 \int_0^{r \cdot \sin \alpha} d\eta - \int_0^{r \cdot \sin \alpha} \eta^2 \cdot d\eta - 2r \cos \alpha \int_0^{r \cdot \sin \alpha} \sqrt{r^2 - \eta^2} \cdot d\eta + r^2 \cdot \cos^2 \alpha \int_0^{r \cdot \sin \alpha} d\eta$$

$$\therefore G_c = r^3 \cdot \sin \alpha - \frac{1}{3} r^3 \cdot \sin^3 \alpha - r^3 \cdot \alpha \cdot \cos \alpha = r^3 \left\{ \frac{1}{3} \sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - \alpha \cdot \cos \alpha \right\} \quad (10)$$

が得られる。

§4. 円形断面における圧縮部 concrete area の中立軸 mn に対する moment of inertia I_c の算定 (第 2 図)

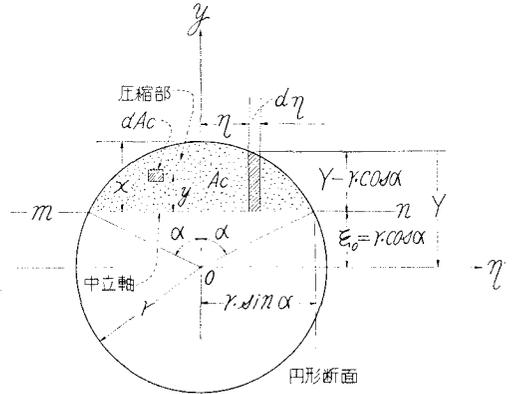
$$I_c = \int_{A_c} dA_c \cdot y^2 = 2 \int_0^{r \cdot \sin \alpha} \frac{1}{3} d\eta (Y - r \cos \alpha)^3 = \frac{2}{3} \left[\int_0^{r \cdot \sin \alpha} (\sqrt{r^2 - \eta^2})^3 d\eta - 3r^3 \cdot \cos \alpha \int_0^{r \cdot \sin \alpha} d\eta \right.$$

$$\left. + 3r \cdot \cos \alpha \int_0^{r \cdot \sin \alpha} \eta^2 d\eta + 3r^2 \cos^2 \alpha \int_0^{r \cdot \sin \alpha} \sqrt{r^2 - \eta^2} \cdot d\eta - r^3 \cdot \cos^3 \alpha \int_0^{r \cdot \sin \alpha} d\eta \right]$$

* ある。(9)式をみるに A_s は円周上に等間隔に配置してあるからその重心は円の中心 O にある。又(9)式の左辺 G_c は圧縮部 concrete の断面 1 次 moment であるからその変化は中立軸の位置に関する。中立軸 mn (第 1 図) が中心 O に近寄るとき増す。右辺 ξ_0 と Z は減少して等式が釣合う。(9)式右辺には $A_s''' = \frac{N}{\sigma_s}$ 即ち鉄筋応力 σ_s を含んでいるこれは新しい解析である。次に必要な平衡条件は C, N, T 3 力の或点に関する moment の合計が zero なる条件である。これらは断面の moment of inertia を要求することになる。

§3. 円形断面圧縮部 concrete の断面 1 次 moment の算定

先ず(9)式左辺 G_c を求める。半径 r の円形断面の中立軸を mn とする (第 2 図) 中立軸 mn を下縁にもつ微小面積 $\{d\eta \times (Y - r \cdot \cos \alpha)\}$ の mn 軸に対する断面 1 次 moment は (面積) \times (重心迄の距離) $= d\eta (Y - r \cdot \cos \alpha) \times \frac{Y - r \cdot \cos \alpha}{2}$ である。

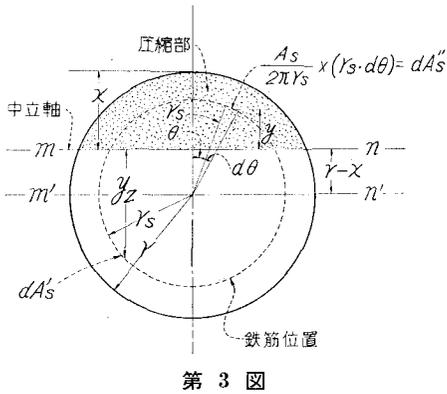


第 2 図

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{3} \left\{ \frac{3}{4} r^4 \cdot \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha - \frac{21}{8} r^4 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right. \\
&\quad \left. + r^4 \cdot \alpha \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{2} \cos^2 \alpha \right) + r^4 \cdot \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha \right\} \\
&= \frac{1}{12} r^4 \left\{ \sin \alpha \cdot \cos \alpha (-13 - 2 \cos^2 \alpha) + 3 \alpha (1 + 4 \cos^2 \alpha) \right\} \quad (11)
\end{aligned}$$

§5. 円周上にある鉄筋の中立軸に対する moment of inertia の算定

円周上等間隔で配置される全部の鉄筋 area A_s が半径 r_s の円周上にすき間なく延べに分布しているものとみなされる時 (第3図) 弧 $ds = r_s \cdot d\theta$ 上の鉄筋 area $= dA_s'' = dA_s'$ $= \frac{A_s}{2\pi \cdot r_s} (r_s \cdot d\theta) = \frac{A_s \cdot d\theta}{2\pi}$ 従って中立軸 mn に平行であって円を中心を通る $m'n'$ 軸に対する total 鉄筋 A_s の moment of inertia を $I_{m'n's}$ とすれば



第3図

$$\begin{aligned}
I_{m'n's} &= 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{A_s \cdot d\theta}{2\pi} \cdot (r_s \cdot \cos \theta)^2 \\
&= 4 \times \frac{A_s (r_s)^2}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta d\theta = \frac{1}{2} A_s (r_s)^2
\end{aligned}$$

故に全鉄筋 area A_s の中立軸 mn に対する moment of inertia I_{mns} は

$$\begin{aligned}
I_{mns} &= \int_{A_s'} dA_s'' (y)^2 + \int_{A_s''} dA_s' (y_z)^2 = I_{m'n's} + A_s (r-x)^2 \\
&= \frac{1}{2} A_s (r_s)^2 + A_s (r-x)^2 = I_{m'n's} + I_{mns} \\
\therefore n \cdot I_{mns} &= n \cdot A_s \left\{ (r-x)^2 + \frac{1}{2} (r_s)^2 \right\} \quad (12)
\end{aligned}$$

但し $I_{m'n's}$ は圧縮部鉄筋の中立軸 mn に対する moment of inertia (a)

I_{mns} は引張部鉄筋の中立軸 mn に対する moment of inertia (b)

§6. 外力 moment $N \cdot e$ と内力 moment の平衡

さきに §2. において (9) 式によって, 断面に垂直な外力と内力の関係を得たので, 本節では moment の平衡を解

析する。偏心軸荷重 N と円の断面 ab に生ずる圧縮と引張応力の moment を考える。先ず moment の原点を中立軸 mn にとる (第1図) とき $\Sigma M=0$ の条件から

$$\begin{aligned}
&-N(e-\xi_0) + \int_{A_c} \frac{\sigma_c}{x} \cdot y \cdot dA_c \cdot y + n \int_{A_s'} \frac{\sigma_c}{x} \cdot y \cdot dA_s' \cdot y \\
&\quad + n \int_{A_s''} \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{Z} \cdot y_z \cdot dA_s'' \cdot y_z = 0 \\
\therefore &-N \cdot e + N \cdot \xi_0 + \frac{\sigma_c}{x} \int_{A_c} dA_c \cdot y^2 \\
&\quad + n \frac{\sigma_c}{x} \int_{A_s'} dA_s' \cdot y^2 + n \frac{\sigma_c}{x} \int_{A_s''} dA_s'' \cdot (y_z)^2 = 0 \\
\therefore &-N \cdot e + N \cdot \xi_0 \\
&\quad + \frac{\sigma_c}{x} I_c + \frac{\sigma_c}{x} \cdot n \cdot I_{mns}' + \frac{\sigma_c}{x} \cdot n \cdot I_{mns}'' = 0 \quad (13) \\
\therefore &N \cdot e = \frac{\sigma_c}{x} [I_c + n \cdot I_{mns}' + n \cdot I_{mns}'] + N \cdot \xi_0 \\
\therefore &N \cdot e = \frac{\sigma_c}{x} [I_c + n \cdot I_{mns}] + N \cdot \xi_0 \quad (14)
\end{aligned}$$

(14) 式右辺第1項の $\frac{\sigma_c}{x} [I_c + n \cdot I_{mns}]$ は concrete stress σ_c , 鉄筋 stress σ_s の時半径 r , 鉄筋 area $= A_s$ という断面 ab のもつ内部抵抗 moment である。但し ξ_0 は円中心から中立軸の位置までの距離である (第1図)。

§7. 鉄筋 stress σ_s を基調とする断面釣合一般式

先ず (9) 式左辺 G_c に (10) 式の結果を用いて (9) 式を書き改めると

$$\begin{aligned}
G_c &= r^3 \left\{ \frac{1}{3} \sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - \alpha \cdot \cos \alpha \right\} \\
&= n (A_s \cdot \xi_0 + A_s'' \cdot Z) \quad (15)
\end{aligned}$$

$$n (A_s \cdot \xi_0 + A_s'' \cdot Z) = n \left\{ A_s \cdot r \cos \alpha + A_s'' \cdot r (\cos \alpha + \mu) \right\} \quad (16)$$

但し $r_s = \mu \cdot r$

$$\begin{aligned}
\therefore &n (A_s \cdot \xi_0 + A_s'' \cdot Z) \\
&= n \cdot r \left\{ A_s \cos \alpha + A_s'' (\cos \alpha + \mu) \right\} \quad (17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore &r^3 \left\{ \frac{1}{3} \sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - \alpha \cdot \cos \alpha \right\} \\
&= n \left\{ A_s \cdot r \cos \alpha + A_s'' \cdot r (\cos \alpha + \mu) \right\} \quad (18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore &n \cdot A_s \\
&= \frac{r^2 \left\{ \frac{1}{3} \sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - \alpha \cdot \cos \alpha \right\} - n \cdot A_s'' (\cos \alpha + \mu)}{\cos \alpha} \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore &n \cdot A_s = r^2 \left\{ \frac{1}{3} \tan \alpha \cdot (2 + \cos^2 \alpha) - \alpha \right\} \\
&\quad - n \cdot A_s'' \left(1 + \mu \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \right) \quad (20)
\end{aligned}$$

$$\therefore n \cdot A_s = r^2 \cdot \Psi(\alpha) - n \cdot A_s'' \cdot \phi(\alpha) \quad (21)$$

但し

$$\Psi(\alpha) \equiv \frac{1}{3} \tan \alpha \cdot (2 + \cos^2 \alpha) - \alpha$$

$$\phi(\alpha) \equiv 1 + \mu \cdot \frac{1}{\cos \alpha}, \quad \left(\text{但し } \mu = \frac{r_s}{r} \right) \quad (23)$$

(21)式、即ち(20)式は $A_s'' = \frac{N}{\sigma_s}$ という具合に鉄筋 stress σ_s を含んでいるので σ_s と断面半径 r を仮定すれば、鉄筋 area A_s と中立軸位置角 α の組合わせて $\Sigma V=0$ が満足されることを意味する。次に $\Sigma M=0$ の条件から求めた(14)式に(11)式の I_c 、(12)式の $n \cdot I_{mns}$ を代入すると

$$N \cdot e = \frac{\sigma_c}{x} [I_c + n \cdot I_{mns}] + N \xi_0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \therefore N \cdot e &= \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{r(1 - \cos \alpha)}{r(\cos \alpha - \mu)} \\ &\cdot \left[\frac{1}{12} r^4 \left\{ \sin \alpha \cdot \cos \alpha (-13 - 2 \cos^2 \alpha) \right. \right. \\ &\left. \left. + 3\alpha(1 + 4 \cos^2 \alpha) \right\} + n \cdot A_s \left\{ (r-x)^2 + \frac{1}{2} r_s^2 \right\} + N \xi_0 \right] \quad (24) \end{aligned}$$

が得られる。(24)式において $n \cdot A_s$ の値に $\Sigma V=0$ の条件で求めた(19)、(20)、(21)のどれかで示された $n \cdot A_s$ を用いると、

$$\begin{aligned} N \cdot e &= \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{(\cos \alpha + \mu)} \cdot r \times \left[r^2 \left[\frac{1}{24} \sin 2\alpha (-13 \right. \right. \\ &\left. \left. - 2 \cos^2 \alpha) + \alpha \left(\frac{1}{4} + \cos^2 \alpha \right) \right] + \left\{ \frac{1}{3} \tan \alpha (2 + \cos^2 \alpha) \right. \right. \\ &\left. \left. - \alpha \right\} \times \frac{1}{2} (2 \cos^2 \alpha + \mu^2) \right] - n \cdot A_s'' \left(1 + \mu \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \right) \\ &\times \frac{1}{2} (2 \cos^2 \alpha + \mu^2) + N \cdot r \cdot \cos \alpha \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore N \cdot e &= \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{y(\alpha)} \cdot r \left[r^2 \left[\Phi(\alpha) + \Psi(\alpha) \cdot Z(\alpha) \right] \right. \\ &\left. - n \cdot A_s'' \times \phi(\alpha) \cdot Z(\alpha) \right] + N \cdot r \cdot \cos \alpha \quad (26) \end{aligned}$$

が得られる。但し

$$y(\alpha) \equiv \cos \alpha + \mu \quad (27)$$

$$\Phi(\alpha) \equiv \frac{1}{24} \sin 2\alpha (-13 - 2 \cos^2 \alpha) + \alpha \left(\frac{1}{4} + \cos^2 \alpha \right) \quad (28)$$

$$\Psi(\alpha) \equiv \frac{1}{3} \tan \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - \alpha \quad (22)$$

$$Z(\alpha) \equiv \frac{1}{2} (2 \cos^2 \alpha + \mu^2) \quad (29)$$

$$\phi(\alpha) \equiv 1 + \mu \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \quad (23)$$

(26)式において左辺 $N \cdot e$ は構造物に作用する外力として与えられる moment である。右辺は鉄筋応力 σ_s 、断面半径 r を仮定すれば(26)式を満す中立軸位置角 α の関数 $y(\alpha)$ 、 $\Phi(\alpha)$ 、 $\Psi(\alpha)$ 、 $Z(\alpha)$ 、 $\phi(\alpha)$ が存在しうることを示している。然し直接(26)式をとくことは困難であるから α を仮定し試算で解かざるを得ない。更に(26)式には鉄筋 area A_s を含んでいないので、試算は楽である。角 α による試算を便利にするため、表-1に α の関数 $y(\alpha)$ 、 $\Phi(\alpha)$ 、 $\Psi(\alpha)$ 、 $Z(\alpha)$ 、 $\phi(\alpha)$ の値を角度 1° 刻みにその値をのせてあるので、これを利用

するとよい。指定した σ_s の値のとき、ほぼ(26)式の左辺 $N \cdot e$ に近い値を与える α を見出したなら、この α のもとで、真の σ_s と A_s を精算する。そこで(26)式において

$$n \cdot A_s'' = n \cdot \frac{N}{\sigma_s}$$

とおきもどすならば

$$\begin{aligned} N \cdot e &= \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{y(\alpha)} \cdot r \cdot r^2 \left[\Phi(\alpha) + \Psi(\alpha) \cdot Z(\alpha) \right] \\ &+ N \cdot r \left\{ -\frac{1}{y(\alpha)} \cdot \phi(\alpha) \times Z(\alpha) + \cos \alpha \right\} \quad (30) \end{aligned}$$

となる。

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\sigma_s}{n} &= \frac{N \left[e - r \left\{ -\frac{\phi(\alpha) \cdot Z(\alpha)}{y(\alpha)} + \cos \alpha \right\} \right] \cdot y(\alpha)}{r^3 \{ \Phi(\alpha) + \Psi(\alpha) \cdot Z(\alpha) \}} \\ \therefore \frac{\sigma_s}{n} &= \frac{N \cdot e \cdot y(\alpha) + N \cdot r \{ \phi(\alpha) \cdot Z(\alpha) - \cos \alpha \cdot y(\alpha) \}}{r^3 \{ \Phi(\alpha) + \Psi(\alpha) \cdot Z(\alpha) \}} \quad (31) \end{aligned}$$

として鉄筋 stress σ_s は精算出来る。この(31)式の $\frac{\sigma_s}{n}$ の値を(20)式に代入すれば鉄筋 area は

$$\begin{aligned} n \cdot A_s &= r^2 \cdot \Psi(\alpha) - n \cdot A_s'' \cdot \phi(\alpha) \\ \therefore n \cdot A_s &= r^2 \cdot \Psi(\alpha) - \frac{N \cdot \phi(\alpha)}{n} \quad (32) \end{aligned}$$

が得られるのでこれで精算出来る。断面における stress の直線分布(第1図)の仮定から

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_c}{r(1 - \cos \alpha)} &= \frac{\sigma_s}{r \cos \alpha + r_s} \\ \therefore \sigma_c &= \frac{\sigma_s (1 - \cos \alpha)}{n (\cos \alpha + \mu)} \quad (33) \end{aligned}$$

但し

$$\mu \cdot r = r_s$$

によって concrete stress σ_c が精算される。

§8. 計算例

第4図に示す鉄道橋 pier が KS-18 荷重で水平震度 0.3 の地震力をうけるとき設計軸荷重 $N=497,522$ kg、pier 軀体底面 $I-I$ section に対する moment = 194,094,000 kg·cm である。即ち $N \cdot e = 194,094,000$ kg·cm である。

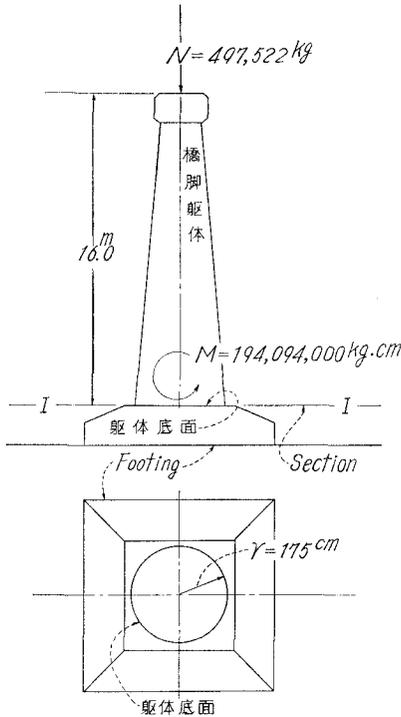
$$\text{常時許容 } \sigma_c = 60 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{常時許容 } \sigma_s = 1,600 \text{ kg/cm}^2$$

地震時の許容応力割増は 0.5 とする。今、 $I-I$ section の半径 $r=175$ cm とするとき必要な鉄筋 concrete 断面を地震時について設計するものとする。

解 中立軸位置角 α によって試算する

(イ) 中立軸位置角 $\alpha = 69^\circ = 1.2042772$ radian とおく。この時 $r^2 = (175 \text{ cm})^2 = 30,625 (\text{cm})^2$



第 4 図

$$\begin{aligned}
 &= 160 \text{ kg/cm}^2 \cdot \frac{1}{1.284468} \times 175 \text{ cm} \left[30,625 \text{ cm}^2 [0.0861248 + 0.643971 \times 0.5567576] - 3,109.5 \text{ cm}^2 \times 1.9955392 \right] \\
 &\quad + 497,522 \text{ kg} \times 175 \text{ cm} \times 0.35836795 \\
 &= 160 \text{ kg/cm}^2 \times 136.2432 \left[13,617.723 \text{ cm}^2 - 6,205,129 \text{ cm}^2 \right] + 10^7 \times 3.12018 = 10^8 \times 1.6158646 + 10^7 \times 3.12018 \\
 &= 192,788,260 \text{ kg} \cdot \text{cm} < 194,094,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} = N \cdot e
 \end{aligned}$$

即ち、この試算では $\sigma_s = 2,400 \text{ kg/cm}^2$, $A_s = 571,765 \text{ cm}^2$, $r = 175 \text{ cm}$, $r_s = 162.1 \text{ cm}$ では、抵抗 moment は不足である。

(二) 中立軸位置角 $\alpha = 70^\circ = 1.2217303 \text{ radian}$ において試算する (26) 式右辺は

$$\begin{aligned}
 &160 \text{ kg/cm}^2 \cdot \frac{175 \text{ cm}}{(\cos \alpha + 0.9261)} \times \left[(175 \text{ cm})^2 \times [0.093908 + 0.7170525 \times 0.5458078] - 3,109.5 \text{ cm}^2 \times 3.7735 \times 0.5458078 \right] \\
 &\quad + 497,522 \text{ kg} \times 175 \text{ cm} \times \cos 70^\circ \\
 &= 189,202,846 \text{ kg} \cdot \text{cm} + 29,778,445 \text{ kg} \cdot \text{cm} \\
 &= 218,981,300 \text{ kg} \cdot \text{cm} > 194,094,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} = N \cdot e
 \end{aligned}$$

即ち $\alpha = 70^\circ$ になる時断面の抵抗 moment は充分 $N \cdot e$ に耐える。

(一) 中立軸角 $\alpha = 69.5^\circ = 1.21300366 \text{ radian}$ とすれば

$$\begin{aligned}
 &\cos \alpha = \cos 69.5^\circ = 0.352073813 \quad \text{**} \\
 &\frac{\sigma_s}{n} = \frac{N \cdot e y(\alpha) + N \cdot r \{ \phi(\alpha) \cdot Z(\alpha) - \cos \alpha \cdot y(\alpha) \}}{r^3 \{ \Phi(\alpha) + \Psi(\alpha) \cdot Z(\alpha) \}} \\
 &\therefore \frac{\sigma_s}{n} = \frac{194,094,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} \times 1.2781738 + 497,522 \text{ kg} \times 175 \text{ cm} \{ 3.6304142 \times 0.55278597 - 0.352073813 \times 1.2781738 \}}{(175 \text{ cm})^3 \{ 0.09146778 + 0.68058910 \times 0.552786 \}} \\
 &= \frac{383,633,422 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{2,506,515 (\text{cm})^3} = 153.055 \text{ kg/cm}^2 \\
 &\therefore \sigma_s = 153.055 \text{ kg/cm}^2 \times 15 = 2,295.85 \text{ kg/cm}^2 < 2,400 \text{ kg/cm}^2
 \end{aligned}$$

(32) 式によると、この時鉄筋 area はこの σ_s を用いて

$$r(1 - \cos \alpha) = r(1 - 0.37460) = r \times 0.6254$$

$$A_s''' = \frac{N}{\sigma_s}$$

とおくから

$$A_s''' = \frac{497,522 \text{ kg}}{1,600 \text{ kg/cm}^2 \times (1 + 0.5)} = 207.3 \text{ cm}^2$$

表-1 により $\alpha = 69^\circ$ のとき

$$\Psi(\alpha) = 0.64397062$$

$$\phi(\alpha) = 1 + \mu \times 2.790428 = 3.5842155$$

但し

$$\mu = \frac{r_s}{r} \quad \therefore \mu = \frac{162.1 \text{ cm}}{175 \text{ cm}} = 0.9261$$

$$\therefore (32) \text{ 式から } n \cdot A_s = r^2 \cdot \Psi(\alpha) - n \cdot A_s''' \cdot \phi(\alpha)$$

$$\therefore n \cdot A_s = 30,625 (\text{cm})^2 \times 0.6439706 - 3,109.5 (\text{cm})^2 \times 3.5842155 = 8,576.48 (\text{cm})^2$$

$$\therefore A_s = 571.77 (\text{cm})^2$$

$$\frac{\sigma_s}{n} = \frac{1600 \text{ kg} \times 1}{15} = 160 \text{ kg/cm}^2$$

そこで (26) 式右辺を計算すると

$$\begin{aligned}
 &\frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{y(\alpha)} \cdot r \left[r^2 \left[\Phi(\alpha) + \Psi(\alpha) \cdot Z(\alpha) \right] \right. \\
 &\quad \left. - n \cdot A_s''' \cdot \phi(\alpha) \cdot Z(\alpha) \right] + N \cdot r \cdot \cos \alpha
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{*} \rightarrow (26) \text{ 式右辺は同様計算によって } 207,714,726 \text{ kg} \cdot \text{cm} \\
 &> 194,094,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} = N \cdot e
 \end{aligned}$$

である。

(二) $\alpha = 69.5^\circ$ のときを精算をする。

(31) 式によると $\frac{\sigma_s}{n}$ が求められる。 **

$$n \cdot A_s = r^2 \cdot \Psi(\alpha) - \frac{N \cdot \phi(\alpha)}{\frac{\sigma_s}{n}}$$

であるから

$$\begin{aligned} \therefore n \cdot A_s &= (175 \text{ cm})^2 \times 0.6858910 \\ &= \frac{497,522 \text{ kg} \times 3.6304142}{153.055 \text{ kg/cm}^2} \\ &= 20,843.64 (\text{cm})^2 - 11,801.1 (\text{cm})^2 = 9,042 \text{ cm}^2 \\ \therefore A_s &= 9,042 \text{ cm}^2 \times \frac{1}{15} = 603 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

concrete 応力 σ_c は (33) 式より

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu} \\ \therefore \sigma_c &= 153.055 \text{ kg/cm}^2 \times \frac{1 - 0.352073813}{0.352073813 + 0.9261} \\ &= 77.6 \text{ kg/cm}^2 < 90 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

以上により、鉄筋 area 603 cm²、断面半径 $r=175$ cm、鉄筋迄の半径 162 cm は求むる断面としてよい。

§9. 結 言

筆者が $A_s'' = \frac{N}{\sigma_s}$ とする仮想鉄筋 area A_s'' を仮りに配置し、この A_s'' もあるものとして考えた断面の図心を、中立軸が通るということから導いた(26)式は、鉄筋 area A_s の項を含まないので、断面半径 r 、鉄筋 stress σ_s を与えるのみで、外力 moment $N \cdot e$ に equal な抵抗 moment をもつ中立軸角 α を求めうることを示した。中立軸角 α を定める式の中に、従来の解式は、鉄筋 area が鉄筋比 ρ として入りこんでいる。この仮定すべき鉄筋比 ρ は鉄筋 stress σ_s に直接結びついていないのでやりにくかった。この点を(26)式は改良したものであり、御批判を得て、更に改善したいと念ずるわけでありませう。

表一 中立軸位置角 α の諸関数表

区 分 α	$\psi(\alpha) = \cos \alpha + \mu$ $\left[\mu = \frac{r_s}{r} \right]$	$\Phi(\alpha) =$ $\frac{1}{24} \sin 2\alpha \{-13 - 2\cos^2 \alpha\}$ $+ \alpha \left\{ \frac{1}{4} + \cos^2 \alpha \right\}$	$\Psi(\alpha) =$ $\frac{1}{3} \tan \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - \alpha$	$Z(\alpha) = \frac{1}{2} (2\cos^2 \alpha + \mu^2)$	$\phi(\alpha) = 1 + \mu \cdot \frac{1}{\cos \alpha}$
80°	0.173648178 + μ	0.205048	2.441594	$\frac{1}{2} (0.0630738 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 5.7587704$
79°	0.1908089954 + μ	0.19085388	2.113327	$\frac{1}{2} (0.07281614 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 5.240843$
78°	0.2027117 + μ	0.1774061	1.8428527	$\frac{1}{2} (0.08645454 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 4.809734$
77°	0.224951054 + μ	0.1646818	1.61680891	$\frac{1}{2} (0.10120594 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 4.445411$
76°	0.241921896 + μ	0.1526579	1.425649	$\frac{1}{2} (0.11705241 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 4.1335654$
75°	0.258819045 + μ	0.141310937	1.2623703	$\frac{1}{2} (0.1339746 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 3.863703$
74°	0.275637356 + μ	0.13061747	1.127192	$\frac{1}{2} (0.1519519 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 3.6279552$
73°	0.292371705 + μ	0.12055391	0.99967688	$\frac{1}{2} (0.17096243 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 3.4203036$
72°	0.309016994 + μ	0.11109637	0.89311617	$\frac{1}{2} (0.19098301 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 3.2360679$
71°	0.325568155 + μ	0.10222140	0.79956706	$\frac{1}{2} (0.21198925 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 3.0715534$
70°	0.34202014 + μ	0.093908	0.7170525	$\frac{1}{2} (0.2339556 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.923804$
69.5°	0.352073813 + μ	0.09146778	0.68058910	$\frac{1}{2} (0.24791194 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.8403134$
69°	0.358368 + μ	0.08612481	0.64397062	$\frac{1}{2} (0.25685517 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.7904281$
68°	0.374606593 + μ	0.078856348	0.5770104	$\frac{1}{2} (0.2806602 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.669467$
67°	0.390731129 + μ	0.072077171	0.5210876	$\frac{1}{2} (0.30534163 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.55930466$
66°	0.406736643 + μ	0.06576448	0.46929801	$\frac{1}{2} (0.33086939 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.4585933$
65°	0.422618262 + μ	0.05989591	0.42288134	$\frac{1}{2} (0.3572124 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.366202$
64°	0.438371147 + μ	0.05491027	0.38149323	$\frac{1}{2} (0.38521527 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.281172$
63°	0.4539905 + μ	0.049403348	0.34368574	$\frac{1}{2} (0.41221475 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.2026892$
62°	0.469471563 + μ	0.044736709	0.30988643	$\frac{1}{2} (0.4408071 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.1300545$
61°	0.484809620 + μ	0.040428797	0.27938901	$\frac{1}{2} (0.47008074 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.0626653$
60°	0.5 + μ	0.0364597	0.2518407	$\frac{1}{2} (0.500 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 2.0$
56°	0.559192904 + μ	0.023585778	0.16552024	$\frac{1}{2} (0.62539341 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 1.788292$
50°	0.6427876 + μ	0.01138515	0.08597237	$\frac{1}{2} (0.8263518 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 1.55572$
46°	0.694658371 + μ	0.00660504	0.05406722	$\frac{1}{2} (0.9651005 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 1.4395565$
40°	0.766044 + μ	0.0026174	0.0254023	$\frac{1}{2} (1.173628 + \mu^2)$	$1 + \mu \times 1.30540729$