

交通流のとらえ方についての一考察

正 員 板 倉 忠 三*
 正 員 加 来 照 俊**
 学生員 ○小 笠 原 晋 二***
 学生員 今 信 三****
 学生員 小 林 徳 宏*****

1. ま え が き

密度の高い交通流をとらえる場合、個々の車両の動きに注目して、一台の車両の動きや、車頭間隔などが、他の車両にどのように影響を及ぼすかをとらえる方法と、道路のある区間における密度と速度、あるいはある時間中における交通量との関係といったものをとらえる方法がある。

そして、これらの考え方に基づいて理論的検討がおこなわれてきている。

本稿は前者、すなわち追従理論と呼ばれるものに基づいて、信号交差点での発進現象をとらえようとしたものである。

2. 理論モデルの仮定

交通流中において、前車 (n 番目の車) の動きによる追従車の運動を求めるため、追従車の加速度が前車と自車との速度差の関数で表わされるものと仮定する。

$$\dot{v}_{n+1} = f[v_n - v_{n+1}] \quad (1)$$

ここで、簡単な形として、加速度が速度差に比例する形を考える。すなわち、前車と自車との速度差が大きいたときは加速度が大きくなる。あるいはその逆に、速度差が小さいときは加速度も小さくなるということ、前車と自車が等速で走行している場合、加速度はゼロになるということを表現するために、次に述べる (2) 式を追従現象に対して仮定する。

$$\dot{v}_{n+1}(t) = C_{n+1} \{v_n(t-T_r) - v_{n+1}(t-T_r)\} \quad (2)$$

ここに、

$\dot{v}_{n+1}(t)$: 時刻 t における ($n+1$) 番目の車の加

速度

$v_n(t-T_r)$: 時刻 $(t-T_r)$ における n 番目の車の速度

$v_{n+1}(t-T_r)$: 時刻 $(t-T_r)$ における ($n+1$) 番目の車の速度

T_r : 運転者の反応時間

C_{n+1} : 係 数

この (1) 式は、いままで種々提案されてきている追従理論モデルと同じ形のものであり、係数 C_{n+1} のとり方により、モデルは違ってくる。ここでいま C_{n+1} は以下に述べるような形のものを考えてみる。

- i) 単なる定数 $C_{n+1} = c_{n+1}$
- ii) 反応時間 T_r の関数 $C_{n+1} = \alpha_{n+1} \cdot T_r^{-1}$
- iii) 車頭間隔の関数 $C_{n+1} = \alpha_{n+1} \{x_n - x_{n+1}\}^m$
- iv) 車頭間隔、自車の速度の関数

$$C_{n+1} = \alpha_{n+1} v_{n+1}^k \{x_n - x_{n+1}\}^m$$

ここに、 x_n, x_{n+1} は n 番目の車、および ($n+1$) 番目の車の道路方向に沿った位置を示す。

各々の場合、(2) 式は次のようになる。

$$\dot{v}_{n+1}(t) = c_{n+1} \{v_n(t-T_r) - v_{n+1}(t-T_r)\} \quad (2)\text{-i}$$

$$\dot{v}_{n+1}(t) = \alpha_{n+1} T_r^{-1} \{v_n(t-T_r) - v_{n+1}(t-T_r)\} \quad (2)\text{-ii}$$

$$\dot{v}_{n+1}(t) = \alpha_{n+1} \{x_n(t-T_r) - x_{n+1}(t-T_r)\}^m \times \{v_n(t-T_r) - v_{n+1}(t-T_r)\} \quad (2)\text{-iii}$$

$$\dot{v}_{n+1}(t) = \alpha_{n+1} v_{n+1}^k(t-T_r) \{x_n(t-T_r) - x_{n+1}(t-T_r)\}^m \times \{v_n(t-T_r) - v_{n+1}(t-T_r)\} \quad (2)\text{-iv}$$

* 北海道大学工学部 教 授 工博

** 北海道大学工学部 助教授 工修

*** 北海道大学大学院工学研究科

**** 北海道大学大学院工学研究科

***** 北海道大学工学部土木工学科

ここに、 α_{n+1} は係数であり、 T_r が一定のときは(2-i)と(2-ii)は同じ形になる。(2-iii)、(2-iv)についても解析をおこなう必要があるが、ここでは解析が容易であることなどから、(2-ii)の場合をモデルとして考えて進めてみたい。

(2-ii)より

$$T_r \cdot \dot{v}_{n+1}(t) = \alpha_{n+1} \{v_n(t-T_r) - v_{n+1}(t-T_r)\} \quad (3)$$

いま、 $\alpha_{n+1} = \alpha$ とおき、 α 、 T_r を定数とする。

(3) 式を解くために、ラプラス変換を用いる。

$$\mathcal{L}[\dot{v}_{n+1}(t)] = sV_{n+1}(s) - v_{n+1}(0) \quad (4)$$

$$\mathcal{L}[v_n(t-T_r)] = e^{-T_r s} V_n(s) \quad (5)$$

$$\mathcal{L}[v_{n+1}(t-T_r)] = e^{-T_r s} V_{n+1}(s) \quad (6)$$

これを(3)式に代入して整理すると

$$V_{n+1}(s) = \frac{\alpha e^{-T_r s}}{T_r s + \alpha e^{-T_r s}} V_n(s) + \frac{T_r}{T_r s + \alpha e^{-T_r s}} v_{n+1}(0) \quad (7)$$

初期条件として(本稿の場合、発進時のものとして)

$$\left. \begin{aligned} v_1(t) &= 0 & t &= 0 \\ v_1(t) &= v_0 & t &> 0 \\ v_{n+1}(0) &= 0 & n &= 1, 2, 3, 4 \\ v_{n+1}(t) &= 0 & nT_r > t \geq 0 & \quad n=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

また、 $v_1(t) = v_0$ より

$$\mathcal{L}[v_1(t)] = \frac{v_0}{s} \quad (9)$$

(7)、(8)、(9) 式より次式が求まる。

$$V_{n+1}(s) = \left(\frac{\alpha e^{-T_r s}}{T_r s + \alpha e^{-T_r s}} \right)^n \cdot \frac{v_0}{s} \quad (10)$$

これを多項式に展開して、 $t > nT_r$ に対して

$$\mathcal{L}[F(t-nT_r)] = e^{-nT_r s} f(s)$$

という変換を利用して逆変換をとると、

$$v_{n+1}(t) = v_0 \left[\frac{\alpha^n}{n!} \left(\frac{t}{T_r} - n \right)^n - \frac{n\alpha^{n+1}}{(n+1)!} \left\{ \frac{t}{T_r} - (n+1) \right\}^{n+1} + \frac{n(n+1)\alpha^{n+2}}{2!(n+2)!} \left\{ \frac{t}{T_r} - (n+2) \right\}^{n+2} - \frac{n(n+1)(n+2)\alpha^{n+3}}{3!(n+3)!} \left\{ \frac{t}{T_r} - (n+3) \right\}^{n+3} + \dots \right] \quad (11)$$

いま、 $T_r = 1$ 秒として、(11) 式より $v_{n+1}(t)$ と v_0 の比の形で解を求めると、

$$\begin{aligned} \frac{v_{n+1}(t)}{v_0} &= \frac{\alpha^n}{(n-1)!} \left[\frac{1}{n} (t-n)^n - \frac{\alpha}{(n+1)} \right. \\ &\quad \times \left\{ t-(n+1) \right\}^{n+1} + \frac{\alpha^2}{2!(n+2)} \left\{ t-(n+2) \right\}^{n+2} \\ &\quad \left. - \frac{\alpha^3}{3!(n+3)} \left\{ t-(n+3) \right\}^{n+3} + \dots \right] \quad (12) \end{aligned}$$

(12) 式より求めた $v_{n+1}(t)/v_0$ の結果が、 $\alpha = 1.0$ のとき

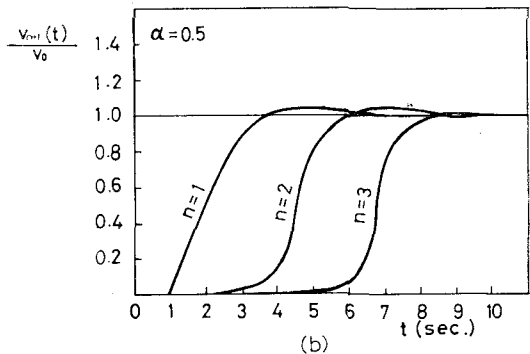
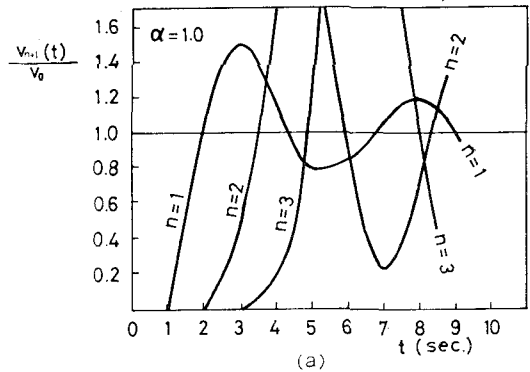


図-1 (12) 式より求めた $V_{n+1}(t)/V_0$ 曲線

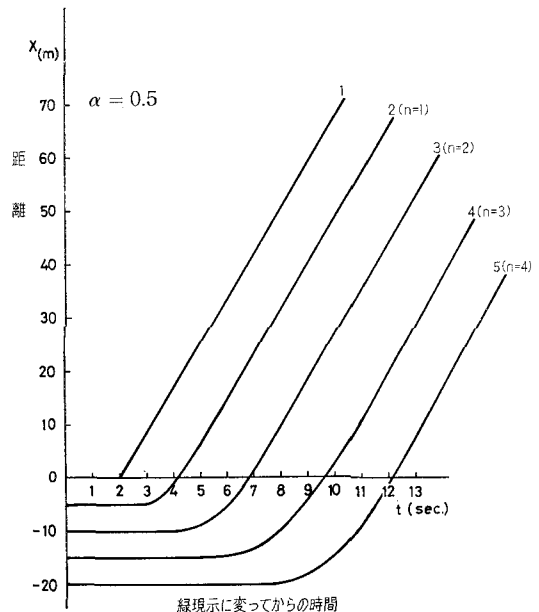


図-2 理論モデルによる走行曲線

図-1(a)、 $\alpha = 0.5$ のとき図-1(b)である。これより、いま停止時の車頭間隔を 5.0 m (乗用車の場合に考えられ得る値と思うが、実際には車種により異なる) とし、緑現示に変わってから 2 秒後に先頭車が速度 30 km/hr (8.33 m/sec)

を得たと仮定して求めた各車の走行曲線が図-2である。

図-1(b)の場合、すなわち $\alpha=0.5$ とした場合、各車とも発進してから、ほぼ5~6秒で v_0 の値を得ており、それ以後は一定になっていると見てよいと思われる。

3. 実 測 例

札幌市内の交差点 (北1条西2丁目東分岐) を対象とし

て観測した結果について述べる。

同交差点では、以下のことが得られた。

- i) 赤信号で停留する車の台数は各サイクルとも、約10~15台であった。
- ii) 発進してから一定の速度に達するまでに各車が走行する距離は、平均して、先頭車が乗用車の場合、いずれの車も約25~30m、大型貨物車の場合、約40~45

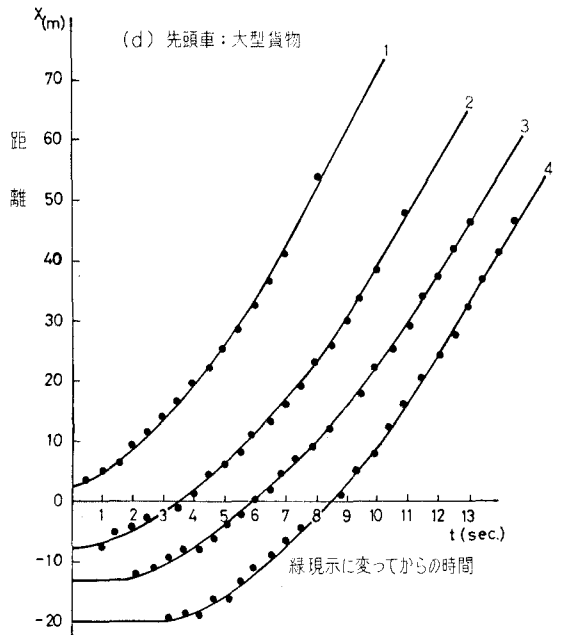
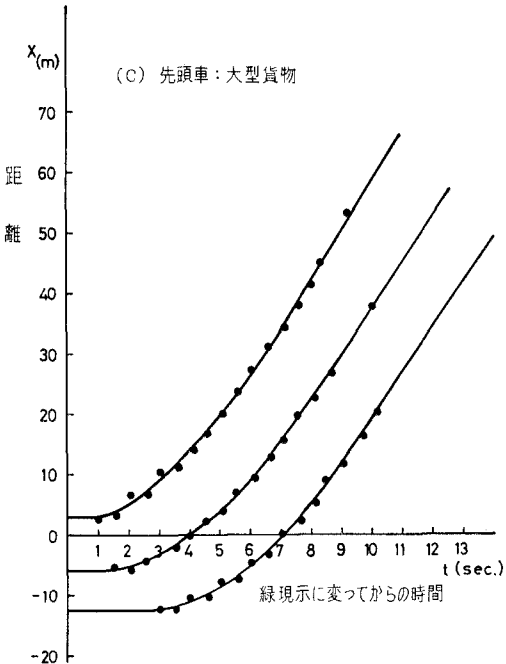
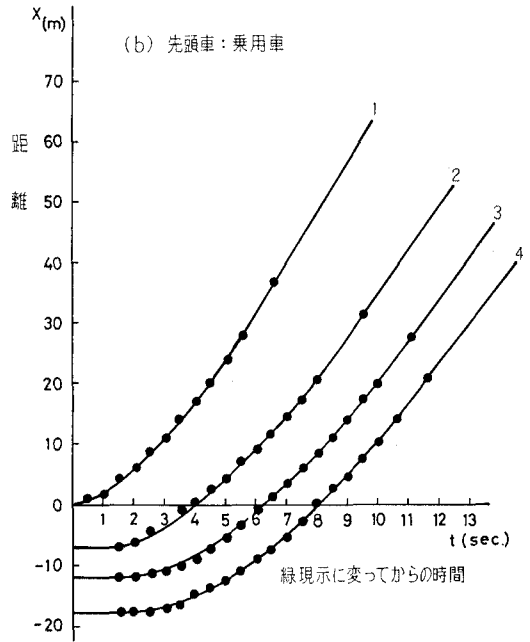
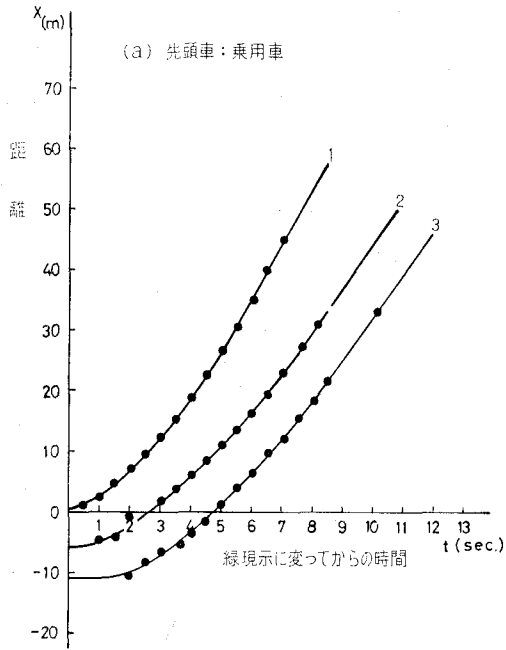


図-3 実測結果による走行曲線

mであった。

iii) 同じく発進してから一定の速度に達するまでの時間は各車とも、先頭車が乗用車の場合は約4.5~5.0秒、大型貨物車の場合、約7~8秒であった。

iv) ii), iii) で述べた距離、時間に対しては、車の列中での順番、各車の車種による違いはあまり見られず、先頭車の車種の影響が大きいようである。

ここで、2で述べたモデルで、 $\alpha=0.5$ としたとき、一定速度に達するまでの時間は約5~6秒と見られるとしたが、上記の観測結果と比較すると、 $\alpha=0.5$ とした場合のものが、この交差点の現象とよく似た走行曲線を与える。

なお、観測結果を走行曲線の形で示したのが、図-(a)、(b) (先頭車が乗用車の場合)、および 図-3 (c), (d) (先頭車が大型貨物車の場合) である。

4. む す び

発進現象に対するモデルを考えるため、理論モデルと実測結果とを比較してみたが、今回の実測結果に対しては、3に述べた、発進してから一定速度に達するまでの時間についてみると、 $\alpha=0.5$ とした場合が、かなり近似した状態を示しているようである。

また、今回観測した交差点と同じような道路条件、交通条件の交差点に対しては、この結果が適用されるのではないかと思う。

しかし、本稿の場合、この係数 α を定数としているが、2でも述べたように、これが変数的性格をもつものではないかということ、また先頭車の速度の考え方など、さらに理論モデルそのものが修正された形で提案されてきており、今後、考察する必要があると思う。

また、実測についても、種々条件の異なった交差点について交通条件の違いなどをとらえながら、多くの基礎的なデータを解析することが必要である。これらの点を考慮してさらに進めてゆきたい。

参 考 文 献

- 1) 佐々木 綱：交通流理論，技術書院。
- 2) Donald Drew：Classification and Application of Traffic Models.
- 3) Robert Herman and R. B. Botts：Single-Lane Traffic Theory and Experiments. Theory of Traffic Flow.