

## 5 径間連続曲線桁（無意根大橋）の動的地震力解析について

正員 外崎忍\*

### まえがき

無意根大橋は図-1のような半径140.0m、全長239.0mの5径間連続曲線箱桁で、橋脚は高さが18.0~27.8mの鋼管構造となっている。本稿は始めにこの橋の水平方向の固

有振動周期と振動曲線の計算方法を説明し、次いで地震応答スペクトルおよびモーダルアナリシスによる動的地震力解析の手順を示した。この他起振器による実橋の振動実験の結果、橋桁断面値の変化に対する固有振動周期の特性、震度法による地震力解析結果との比較なども示した。

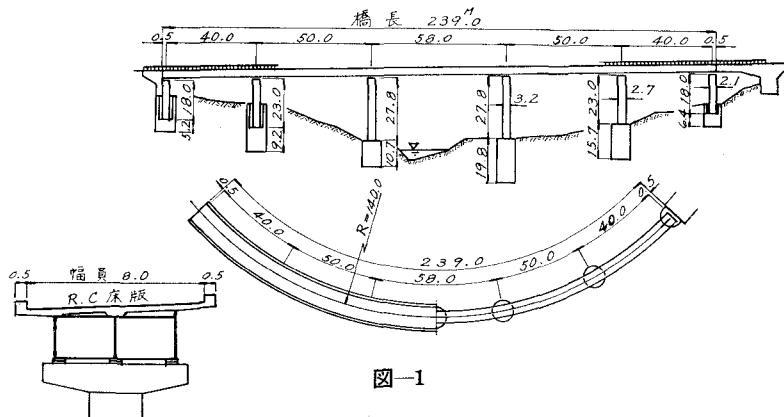


図-1

### 1. 固有振動周期ならびに振動曲線の解法

#### 1) 計算上の仮定

##### イ) 質点のとり方の上の仮定

上部構造および下部構造の死荷重は分布荷重であるが、上部については支点反力を応じて6箇の集中荷重に分け橋脚上の桁重心位置にあるものとする。又下部構造柱部については全自重の33/140が集中荷重として橋脚頂部にあるものとする。このようにすると高さ方向で上部と下部の質点位置が違ってくるが、両方の重量の重みを考慮した平均の位置を質点位置とし質点重量は全部合計したものがここにあるとする。

##### ロ) 構造解析上の仮定

実橋は図-1に示すように3箇のヒンジ支承で橋脚に固定されているので、接線方向にはヒンジ結合、法線方向には剛結合となっている。又橋脚の軸まわりにも剛結合となるがこの影響は少ないので軸まわりに回転自由とする。

又桁の中立軸およびセン断中心は支承の位置と一致して

いないが、ここでは一致しているものとする。そして質点は仮定イ)に基づき桁軸より高い位置にあって、この質点と桁は図-2のように接線方向にヒンジ結合、法線方向に剛結合となっている剛度無限大な棒で連結しているものとする。

#### 2) 固有振動周期ならびに振動曲線の解法

振動中の各質点の変位の方向は不明であるからこれを弦方向と弦直角方向に分けて考えると質点は6箇であるから、振動方程式は12箇となる。しかし対称構造であるから振動は対称振動と逆対称振動に分けて扱うことができ、振動方程式は6箇となる。そして弦直角方向の振動は対称振動に、弦方向の振動ならびに動搖振動は逆対称振動に含まれる。

モーダルアナリシスでは基準振動の固有振動周期と振動曲線が必要であるからここでは基準振動に関する固有振動

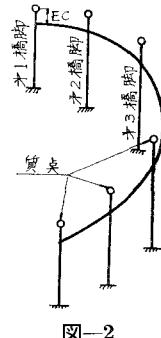


図-2

\* 北海道開発局土木試験所 構造研究室

周期と振動曲線の解式を示す。

固有振動周期は次の行列式から円振動数を求めて得られる。

$$\begin{vmatrix} (\alpha_{11}W_1 - g/n^2) & \alpha_{21}W_2 & \alpha_{31}W_3 & \alpha_{41}W_1 & \alpha_{51}W_2 & \alpha_{61}W_3 \\ \alpha_{12}W_1 & (\alpha_{22}W_2 - g/n^2) & \alpha_{32}W_3 & \alpha_{42}W_1 & \alpha_{52}W_2 & \alpha_{62}W_3 \\ \alpha_{13}W_1 & \alpha_{23}W_2 & (\alpha_{33}W_3 - g/n^2) & \alpha_{43}W_1 & \alpha_{53}W_2 & \alpha_{63}W_3 \\ \alpha_{14}W_1 & \alpha_{24}W_2 & \alpha_{34}W_3 & (\alpha_{44}W_1 - g/n^2) & \alpha_{54}W_2 & \alpha_{64}W_3 \\ \alpha_{15}W_1 & \alpha_{25}W_2 & \alpha_{35}W_3 & \alpha_{45}W_1 & (\alpha_{55}W_2 - g/n^2) & \alpha_{65}W_3 \\ \alpha_{16}W_1 & \alpha_{26}W_2 & \alpha_{36}W_3 & \alpha_{46}W_1 & \alpha_{56}W_2 & (\alpha_{66}W_3 - g/n^2) \end{vmatrix} = 0 \quad (1)$$

$n$  は円振動数,  $g$  は重力の加速度

固有振動周期  $T = 2\pi/n$

又固有振動曲線は次式で  $u_1=1$ 。とせば  $u_2 \sim u_6$  はこれに対する比として求められる。

$$\left. \begin{array}{l} (\alpha_{11}W_1 - g/n^2)u_1 + \alpha_{21}W_2u_2 + \alpha_{31}W_3u_3 + \alpha_{41}W_1u_4 + \alpha_{51}W_2u_5 + \alpha_{61}W_3u_6 = 0 \\ \alpha_{12}W_1u_1 + (\alpha_{22}W_2 - g/n^2)u_2 + \alpha_{32}W_3u_3 + \alpha_{42}W_1u_4 + \alpha_{52}W_2u_5 + \alpha_{62}W_3u_6 = 0 \\ \alpha_{13}W_1u_1 + \alpha_{23}W_2u_2 + (\alpha_{33}W_3 - g/n^2)u_3 + \alpha_{43}W_1u_4 + \alpha_{53}W_2u_5 + \alpha_{63}W_3u_6 = 0 \\ \alpha_{14}W_1u_1 + \alpha_{24}W_2u_2 + \alpha_{34}W_3u_3 + (\alpha_{44}W_1 - g/n^2)u_4 + \alpha_{54}W_2u_5 + \alpha_{64}W_3u_6 = 0 \\ \alpha_{15}W_1u_1 + \alpha_{25}W_2u_2 + \alpha_{35}W_3u_3 + \alpha_{45}W_1u_4 + (\alpha_{55}W_2 - g/n^2)u_5 + \alpha_{65}W_3u_6 = 0 \\ \alpha_{16}W_1u_1 + \alpha_{26}W_2u_2 + \alpha_{36}W_3u_3 + \alpha_{46}W_1u_4 + \alpha_{56}W_2u_5 + (\alpha_{66}W_3 - g/n^2)u_6 = 0 \end{array} \right\} \quad (2)$$

$\alpha_{ij}$  は影響係数で図-2の質点の単位荷重によるたわみを表わす。ここで  $i$  は荷重系を、 $j=1 \sim 3$  は第1~3橋脚の弦直角方向のたわみ、 $j=4 \sim 6$  は弦方向たわみを表わす。 $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$  は夫々第1~3橋脚上質点の重量である。

### 3) 影響係数 $\alpha_{ij}$ の計算

固有振動周期および振動曲線の計算は(1), (2)式から分るように  $\alpha_{ij}$  を求めることが非常に大きな比重となる。 $\alpha_{ij}$  は桁軸位置の水平力によるたわみ、偏心モーメントによるたわみ、桁軸位置のたわみ角によって生ずるたわみを加えて得られるが、Maxwell-Bettiの法則によって  $\alpha_{ij}=\alpha_{ji}$  となる。対称単位荷重系は図-3に示すが、逆対称の場合は右半分の向きを逆にする。

#### 1) 不静定力および弾性方程式

$\alpha_{ij}$  の計算では1組の単位荷重が作用したときの構造解析を先ず行なうことになるが、これには図-4のように第1橋脚と桁と結合した系を主系とし、第2橋脚と第3橋脚を桁と切りここに不静定力を作用させる。対称荷重では、 $X'_1=X_1$ ,  $X'_2=X_2 \dots X'_8=X_8$ , 逆対称荷重では  $X'_1=-X_1$ ,

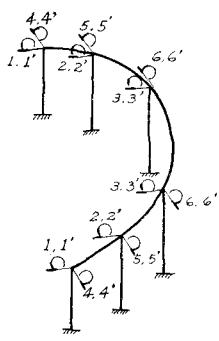


図-3

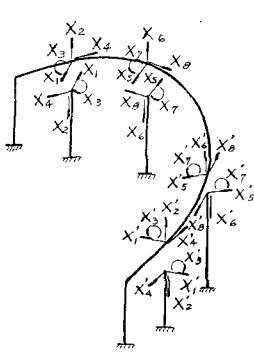


図-4

$X'_2=-X_2 \dots X'_8=-X_8$  となり結局次のような8次の弹性方程式により不静定力が求められる。

$$\begin{bmatrix} \delta_{11}, \delta_{12}, \dots, \delta_{18} \\ \vdots \\ \delta_{81}, \delta_{82}, \dots, \delta_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \vdots \\ \delta_{80} \end{bmatrix} \quad (3)$$

左辺の  $\delta_{ij}$  はたわみ性マトリクスの係数、右辺の  $\delta_{i0}$  は荷重項である。

又以降の計算に出てくる断面諸値および弾性常数は次の通りとする。

$I_h$  = 桁の水平軸に関する断面2次モーメント

$I_v$  = 桁の垂直軸に関する断面2次モーメント

$J$  = 桁の抵抗振りモーメント

$I_1$  = 第1橋脚の断面2次モーメント

$I_2$  = 第2橋脚の断面2次モーメント

$I_3$  = 第3橋脚の断面2次モーメント

$r$  = 桁の曲率半径

$h_1$  = 第1橋脚の高さ

$h_2$  = 第2橋脚の高さ

$h_3$  = 第3橋脚の高さ

$E$  = 弹性係数

$G$  = 橫弹性係数

#### 2) 主系の曲げモーメントおよび振りモーメント

主系に作用する単位荷重系や不静定力系を考えると、桁面内の水平力、桁の上下方向に作用する力、桁に作用する振りモーメントの3種類になる。1)の  $\delta_{ij}$ ,  $\delta_{i0}$  の計算に必要となるのでこれらの力による主系の曲げモーメント、振りモーメントを以下に示す。

主系は図-5のように弦方向の反力  $Y_1$  と接線を軸とする振りモーメント  $Y_2$  が不静定力となる。この弾性方程式は

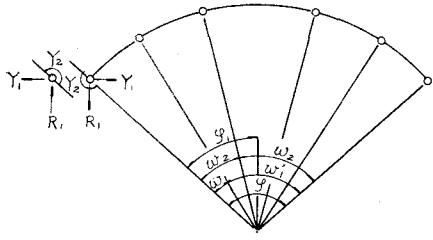


図-5

(4) のようになるが、ここで  $A_{12} = A_{21} = 0$  となるので実際は  $Y_1 = A_{10}/A_{11}$ ,  $Y_2 = A_{20}/A_{22}$  となり以降の計算が楽になる。

$$\begin{bmatrix} A_{11}, A_{12} \\ A_{21}, A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{10} \\ A_{20} \end{bmatrix} \quad (4)$$

#### 桁面内の水平力による断面力

対称荷重では  $Y_2 = 0$ ,  $Y_1$  に関する係数は次のようにになる。

$$A_{10} = \frac{r^3}{EI_1} \int_0^\varphi M_1 M_0 d\varphi, \quad A_{11} = \frac{r^3}{EI_1} \int_0^\varphi M_1^2 d\varphi + \frac{2h_1^3}{3EI_1}$$

$M_1, M_0$  は夫々  $Y_1 = 1$ , 水平力による面内曲げモーメントである。

逆対称荷重では  $Y_1$  は静的に求められ  $Y_2$  に関する係数は次のようになる。

$$A_{20} = \frac{h_1^2}{EI_1} (R_1 \cos \varphi_1 - Y_1 \sin \varphi_1), \quad A_{22} = \frac{r\varphi}{GJ} + \frac{2h_1}{EI_1}$$

又  $R_1$  は弦直角方向の反力を静的に求められ、 $Y_1, Y_2, R_1$  によって脚柱および桁の断面力は静的に求められる。

#### 桁の上下方向に作用する力による断面力

この力に対しては  $Y_1, Y_2$  に関する部分と桁の水平軸まわりの曲げモーメント  $M$  の部分、桁の振りモーメント  $T$  の部分がある。

#### 対称荷重の場合

$$A_{10} = \frac{rh_1^2 \sin \varphi_1}{2EI_1} \times \left\{ \cos w + \cos w' + \frac{1-\cos \varphi}{\sin \varphi} (\sin w + \sin w') - 2 \right\}$$

$$Y_2 = r \left\{ 1 - \frac{1}{\sin \varphi} (\sin w + \sin w') \right\}$$

$$M_2^1 = -\frac{r}{\sin \varphi} (\sin w + \sin w') \sin \rho \quad \rho = 0 \sim w$$

$$M_2^2 = -\frac{2r \sin w}{\sin \varphi} \sin \varphi_1 \cos (\varphi - \rho) \quad \rho = w \sim \varphi_1$$

$$T_2^1 = -r \left\{ \frac{(\sin w + \sin w')}{\sin \varphi} \cos \rho - 1 \right\} \quad \rho = 0 \sim w$$

$$T_2^2 = -\frac{r \sin w}{\sin \varphi} \left\{ \cos \rho - \cos (\varphi - \rho) \right\} \quad \rho = w \sim \varphi_1$$

符号は  $M$  は下フランジに引張応力を生ずる場合が正、 $T$  は断面の切口で時計まわりが正とする。

#### 逆対称荷重の場合

$$A_{10} = \frac{rh_1^2 \sin \varphi_1}{2EI_1} \times \left\{ \cos w' - \cos w + \frac{1-\cos \varphi}{\sin \varphi} (\sin w' - \sin w) \right\}$$

$$Y_2 = r \left\{ \frac{(\sin w - \sin w')}{\sin \varphi} + \frac{w' - w}{\varphi} + \frac{2K}{1+2K} \left( \frac{\sin w' - \sin w}{\sin \varphi} + \frac{w - w'}{\varphi} \right) \right\}$$

$$M_2^1 = \frac{r}{\sin \varphi} (\sin w - \sin w') \sin \rho \quad \rho = 0 \sim w$$

$$M_2^2 = -\frac{2r \sin w \cos \varphi_1}{\sin \varphi} \sin (\varphi_1 - \rho) \quad \rho = w \sim \varphi_1$$

$$T_2^1 = r \left\{ \frac{\sin w - \sin w'}{\sin \varphi} \cos \rho + \frac{w' - w}{\varphi} + \frac{2K}{1+2K} \left( \frac{\sin w' - \sin w}{\sin \varphi} + \frac{w - w'}{\varphi} \right) \right\} \quad \rho = 0 \sim w$$

$$T_2^2 = -r \left\{ -\frac{2 \sin w}{\sin \varphi} \cos \varphi_1 \cos (\rho - \varphi_1) + \frac{2w}{\varphi} + \frac{K}{1+2K} \left( \frac{\sin w - \sin w'}{\sin \varphi} + \frac{w' - w}{\varphi} \right) \right\} \quad \rho = w \sim \varphi_1$$

$$K = \frac{G}{r\varphi} \frac{h_1}{EI_1}$$

#### 桁に作用する振りモーメントによる断面力

この場合も  $Y_1, Y_2, M, T$  に関する部分がある。

#### 対称荷重の場合

$$A_{10} = \frac{rh_1^2 \sin \varphi_1}{2EI} \left\{ \cos w + \cos w' + \frac{1-\cos \varphi}{\sin \varphi} (\sin w + \sin w') \right\}$$

$$Y_2 = -\frac{\sin w + \sin w'}{\sin \varphi}$$

$$M_3^1 = \frac{M_2^1}{r} \quad \rho = 0 \sim w$$

$$M_3^2 = \frac{M_2^2}{r} \quad \rho = w \sim \varphi_1$$

$$T_3^1 = -\frac{\sin w + \sin w'}{\sin \varphi} \cos \rho \quad \rho = 0 \sim w$$

$$T_3^2 = \frac{T_2^2}{r} \quad \rho = w \sim \varphi_1$$

#### 逆対称荷重の場合

$$A_{10} = \frac{h_1^2 \sin \varphi_1}{2EI_1} \left\{ \cos w' - \cos w + \frac{1-\cos \varphi}{\sin \varphi} (\sin w' - \sin w) \right\}$$

$$Y_2 = \frac{\sin w - \sin w'}{\sin \varphi} - \frac{2K}{1+2K} \left( \frac{\sin w - \sin w'}{\sin \varphi} \right)$$

$$M_3^1 = \frac{M_2^1}{r} \quad \rho = 0 \sim w$$

$$M_3^2 = \frac{M_2^2}{r} \quad \rho = w \sim \varphi_1$$

$$T_3^P = \frac{\sin w - \sin w'}{\sin \varphi} \cos \rho + \frac{2K}{1+2K} \left( \frac{\sin w' - \sin w}{\sin \varphi} \right) \quad \rho = 0 \sim w$$

$$T_3^P = - \left\{ -\frac{2\sin w}{\sin \varphi} \cos \varphi_1 \cos (\rho - \varphi_1) + \frac{2K}{1+2K} \left( \frac{\sin w - \sin w'}{\sin \varphi} \right) \right\} \quad \rho = w \sim \varphi_1$$

#### ハ) 弹性方程式の係数 $\delta_{i0}$ , $\delta_{ij}$

$\delta_{i0}$  は図-3 の単位荷重が作用するときの主系の  $X_i$  作用点の  $X_i$  方向の変位で  $\square$ ) の断面力を組み合わせて計算される。又  $\delta_{ij}$  は図-4 の不静定力  $X_j$  が作用するときの主系の  $X_i$  作用点の  $X_i$  方向の変位と、第2橋脚又は第3橋脚の  $X_i$  作用点の  $X_i$  方向の変位の和となる。主系の変位は  $\square$ ) の断面力を組み合わせて計算される。

## 2. 実橋の固有振動周期、振動曲線ならびに実験結果

### 1) 実橋の断面値、質点の重量及び桁軸からの偏心量

実橋はコンクリート床版がスラブ止めで連結されているので合成断面として計算した。又カントのため床版が傾いているが、桁中心位置の高さで水平なものとした。鋼桁は上下フランジを長さの重みを考慮した平均断面とした。

又橋脚は頂点でたわみが等しくなるような平均断面とした。表-1に断面値を、表-2に各橋脚の高さ、質点の重量、偏心量を示した。カッコ内は振動実験を行なったときの値でこれは床版打設前の状態であるため、上部は鋼桁のみ考慮した。

### 2) 固有振動周期および振動曲線

固有振動周期は(1)式より、振動曲線は(2)式で  $u_{1j}=1$

表-1

$I_h$ (cm <sup>4</sup> )	$I_v$ (cm <sup>4</sup> )	$J$ (cm <sup>4</sup> )	$I_1$ (cm <sup>4</sup> )	$I_2$ (cm <sup>4</sup> )	$I_3$ (cm <sup>4</sup> )	$E_s/E_c$
$30.4 \times 10^6$ ( $11.9 \times 10^6$ )	$260.4 \times 10^6$ ( $59.6 \times 10^6$ )	$95.9 \times 10^6$ ( $24.1 \times 10^6$ )	$7.98 \times 10^6$ ( $7.98 \times 10^6$ )	$17.02 \times 10^6$ ( $17.02 \times 10^6$ )	$28.40 \times 10^6$ ( $28.40 \times 10^6$ )	7.0 —

表-2

	$h_n$ (cm)	$EC_n$ (cm)	$W_n$ (kg)
第1橋脚	1809.5 (1809.5)	180.94 (50.56)	190,881 (57,654)
第2橋脚	2309.5 (2309.5)	195.97 (75.97)	544,661 (134,658)
第3橋脚	2789.5 (2789.5)	195.60 (75.43)	623,689 (155,113)

として計算した結果を表-3に示した。

### 3) 桁の曲げ剛度、振り剛度が固有振動周期におよぼす影響

1) 述べたように桁は平均断面を用いているのでこの点で誤差が出ることが予想される。この誤差の程度を調べる目的で、桁の水平軸と垂直軸の断面2次モーメント  $I_h$ ,  $I_v$ , 桁の抵抗振りモーメント  $J$  を夫々  $\pm 20\%$  ずつ変えて1次固有振動周期を計算した。図-6にこの結果を示した。

### 4) 振動実験

振動実験は最大起振力5.0ton, 回転数60~1000Cycle/Min

表-3

次 数	固有振動周期 (sec)	振 動 曲 線					
		$u_{1j}$	$u_{2j}$	$u_{3j}$	$u_{4j}$	$u_{5j}$	$u_{6j}$
対称振動	1 次	1.70602	1.0000	1.4486	2.3386	0.6275	0.2761
	2 次	1.10599	1.0000	0.6315	-0.3621	-0.7935	-0.4390
	3 次	0.45736	1.0000	-0.6337	0.2693	-1.1240	0.3430
	4 次	0.07675	1.0000	0.2926	-0.4563	1.0113	0.9563
	5 次	0.03485	1.0000	0.5408	-0.6969	0.8468	1.7748
	6 次	0.01762	1.0000	-0.4541	0.0911	1.1267	-0.6582
逆対称振動	1 次	1.49776	1.0000	0.2954	-0.1222	2.4193	2.9759
	2 次	1.31187	1.0000	1.0210	0.5785	-0.1819	-0.1675
	3 次	0.75617	1.0000	0.0426	-0.7350	-0.9988	-0.1398
	4 次	0.40269	1.0000	-0.8210	0.7484	-1.1740	0.4756
	5 次	0.03925	1.0000	0.4006	-0.6388	0.8854	1.4303

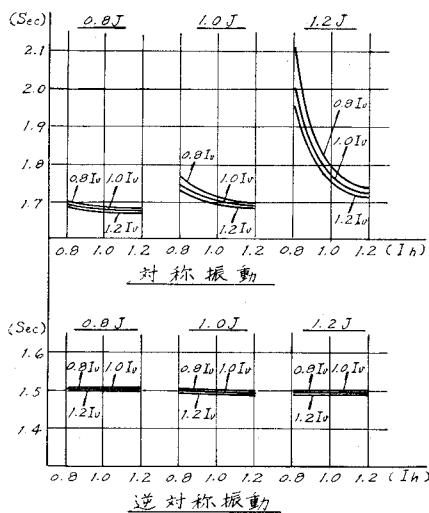


図-6

の起振器を鋼桁の中央に据え、振動の方向は弦直角方向、弦方向として、対称振動、逆対称振動を生ずるようになつた。

測定は  $1\text{ g}$  の加速度計を各橋脚上の桁上フランジにとりつけ弦直角方向、弦方向の加速度を測定した。実測の加速度から計算した変位と振動数の関係から求めた固有振動周期は表-4に示すようになった。又共振点附近で起振器を急激に止めて減衰係数を測定した結果、各点の平均で対称振動1次に対するものが0.04、2次に対するものが0.06逆対称振動1次に対するものが0.05、2次に対するものが0.19であった。次の3以降の計算にもこの値を用いた。

表-4

振動方向	次 数	固有振動周期 (sec)	
		実測 値	計 算 値
弦直角方向	1 次	0.81	0.81659
	2 次	0.59	0.61573
	3 次	0.34	0.37954
弦 方 向	1 次	0.77	0.76260
	2 次	0.44	0.38745

### 3. 地震応答スペクトルによる動的地震力解析

地震応答スペクトルは1自由度の振動系の実際の地震力を外力とする強制振動の微分方程式を Duhamel 積分の応用によって計算を行ない、その振動系の変位、速度、加速度応答の最大値を減衰定数をパラメーターとし固有振動周期の関数として表わしたものである。無意根大橋のような多自由度の振動系の応答においてもモーダルアナリシスによって1自由度の振動系の応答の重ね合わせに変換するこ

とができるので、地震応答スペクトルをそのまま利用して比較的簡単に地震力が求められる。

#### 1) 架設地点の最大加速度の推定

地盤の地震時の最大加速度は地震の規模 ( $M$ )、震央よりの距離 ( $x \text{ km}$ )、地盤の固有周期 ( $T_G$ )、地震波の周期 ( $T$ ) によって決定される。

文献4)によると最大加速度  $a$  は次式により計算される。

$$G(T) = \left[ \left\{ 1 - \left( \frac{T}{T_G} \right)^2 \right\}^2 + \left\{ \frac{0.2}{T_G} \frac{T}{T_G} \right\}^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$B = 0.61M - \left( 1.66 + \frac{3.66}{x} \right) \log_{10} x + \left( 0.167 - \frac{1.83}{x} \right)$$

$$a = -\frac{1}{T} 10^B G(T) \quad (5)$$

過去の大地震の記録による架設地点では、日本海側地震帯に対して  $M=7.0$ ,  $x=200 \text{ km}$ , 太平洋側地震帯に対しては  $M=8.0$ ,  $x=300 \text{ km}$  と考えられる。地盤の周期は建築規準法による地盤種別の第1種地盤(山地)に該当するので、 $0.05\sim0.2 \text{ sec}$  となるが、後述の応答スペクトルのピーク値が  $0.3 \text{ sec}$  附近となるので、 $0.2 \text{ sec}$  をとることにし、又地震の周期は一定なものではないので  $a$  が最も大きくなる  $T=T_G$  の場合を考えれば、日本海側地震帯に対しては  $a=41 \text{ gal}$ 、太平洋側地震帯に対しては  $a=89 \text{ gal}$  となる。設計加速度はこれに安全率を考慮して  $150 \text{ gal}$  とした。

#### 2) 地震応答スペクトルの適用

地震応答スペクトルの適用に当っては、地震動と地盤の特性を考慮することが非常に大切である。図-7に各地の地

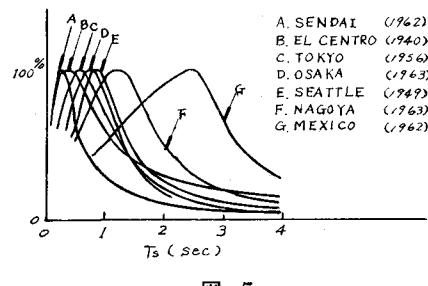


図-7

震に対する平均加速度応答スペクトル(減衰定数 5% の場合で応答の最大値を 100% とした)を示すが、地盤が硬い所ほどピークの固有周期が短かく、軟かくなるほど長くなる。これよりスペクトル図の適用を誤ると非常に違った結果になることがわかる。この橋の場合は前項のように地盤は硬く地盤の周期が短いのでスペクトル図もピーク値の周期が短いものを用いるのが適当である。種々の加速度応答スペクトルを検討した結果ピークが  $0.3 \text{ sec}$  附近で長周期の応答値も極端に低くならない El Centro, Taftなどを平均した Housner の平均加速度応答スペクトルを用いることにした。(図8)

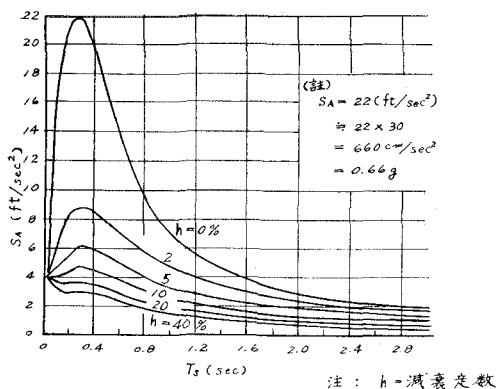


図-8

### 3) 最大加速度の計算

最大加速度の計算は1自由度の振動系の重ね合わせになるので計算式の上からは(6)式のようになるが、これでは実際の現象に比し著しく大きく見積り過ぎるので2乗和の平方根をとって(7)式のようにし、更に固有振動周期が0.1秒未満の振動系の影響は小さくなるので省略するものとした。

$r$  質点の最大加速度  $\max \ddot{y}_r$

$$\max \ddot{y}_r = g \sum_{j=1}^J |\mu_j \cdot u_{rj} \cdot S_A(T_j, \beta_j)| \quad (6)$$

$$\max \ddot{y}_r = g \sqrt{\sum_{j=1}^J (\mu_j \cdot u_{rj} \cdot S_A(T_j, \beta_j))^2} \quad (7)$$

$$\text{ここで } \mu_j = \frac{\sum_{r=1}^R m_r u_{rj}}{\sum_{r=1}^R m_r u_{rj}^2}$$

$r$  = 質点の数および番号

$j$  = 固有振動周期が0.1秒以上の振動系の数及び番号

$m_r$  =  $r$  質点の重量

$u_{rj}$  = 第  $j$  次固有振動の  $r$  質点の変位比 (表-3)

$S_A(T_j, \beta_j)$  = 図-8の  $T_j, \beta_j$  に対する応答加速度

$T_j$  = 第  $j$  次固有振動周期

$\beta_j$  = 第  $j$  次固有振動の減衰定数

(7)式は  $g$  を乗じているので  $\sqrt{\phantom{x}}$  は結局震度を表わす。

### 4) 一つの質点が最大震度の時の他の質点の震度

3)で求められる震度は各質点の最大震度であるから当然同時に起るものではない。従って一つの質点が最大震度のときの他の質点の震度は、最大となる質点の変位の方向が同じ向きとなるように第1次～第  $j$  次の振動を重ね合わせて求めるものとする。

表-5

地 震 方 向	作用位置, 方向	震 度		
		質 点 1 が 最 大	質 点 2 が 最 大	質 点 3 が 最 大
弦 直 角 方 向	第1橋脚弦直角	0.1491	0.1491	-0.0517
	第2橋脚弦直角	0.1251	0.1251	0.0049
	第3橋脚弦直角	0.1045	0.0943	0.1556
	第1橋脚弦平行	0.0876	0.0452	-0.1156
	第2橋脚弦平行	0.0347	0.0477	-0.0616
	第3橋脚弦平行	0.0031	0.0031	-0.0014
弦 方 向	第1橋脚弦直角	-0.1622	0.0110	0.0848
	第2橋脚弦直角	0.0751	-0.0648	0.0751
	第3橋脚弦直角	0.0201	0.1148	-0.1148
	第1橋脚弦平行	0.2011	0.1370	0.0947
	第2橋脚弦平行	0.1176	0.1498	0.0822
	第3橋脚弦平行	0.1511	0.1265	0.1512

注 震度の符号は、弦直角方向に地震力が作用するときは、図-3の水平力の作用方向が正、弦方向に地震力が作用するときは、右半分を反対向きとしたものが正。

表-6

	柱頭より の距離 (m)	弦直角方向に地震		作 用 方 向	最 大 と な る 質 点	弦方向に地震		作 用 方 向	最 大 と な る 質 点
		動的解析	震 度 法			動的解析	震 度 法		
第1橋脚	18.0	1082	1172	弦直角	質数1 が最大	1562	1172	弦平行	質点1 が最大
	12.0	738	781			1050	781		
	6.0	393	391			538	391		
第2橋脚	23.0	1357	1530	弦直角	質点2 が最大	1544	1530	弦平行	質点2 が最大
	15.5	888	1031			1048	1031		
	8.0	419	532			553	532		
第3橋脚	27.8	1488	1749	法 線	質点1 が最大	1335	1749	弦平行	質点1 が最大
	18.8	1103	1183			900	1183		
	9.9	723	623			470	623		

注 単位: t-m

$r$  質点が最大震度の時の  $i$  質点の震度  $k_i$

$$k_i = \sum_{j=1}^J \{ |\mu_j \cdot u_{ij} \cdot S_A(T_j, \beta_j)| \} \quad (8)$$

ただし  $| \cdot |$  は 3) で計算した最大震度を超過することがあるので、この時は  $i$  点の最大震度でおさえるものとする。表-5にこの計算結果を示す。

### 5) 橋体各部の地震による断面力の計算

4) によって弦方向、弦直角方向に地震が作用するときの弦方向、弦直角方向の震度が求められたので、図-2の質点にこれを作用させ、1, 3) 以下の構造解析の結果を利用して橋体各部の断面力が得られる。表-6に橋脚各位置の曲げモーメントの計算結果を示すが、同時に震度法によって計算した結果も示し比較した。

## 4. 考 察

1) 固有振動周期の計算値と実測値(表-4)を比較すると対称振動では1次は殆んど一致し、2次で4%，3次で10%位の誤差を生じている。又逆対称振動では1次は殆んど一致し、2次で14%位の誤差を生じている。これらの誤差は1の計算上の仮定の他に実橋の縦横勾配の影響を無視したことによる誤であるが、この誤差が動的解析の結果に与える影響を考えて見る。先ず弦直角方向地震の場合は2次以下は実測の方が固有振動周期が短くなるので震度は計算値より大きくなり、弦方向地震の場合は2次は実測の方が固有振動周期が長くなるので震度は計算値より小さくなる。

最終的には表-6のように第1、第2橋脚は弦方向地震のときが設計断面力となるのでこの場合は安全側に、第3橋脚は弦直角方向地震のときが設計断面力となるので、この場合は危険側になる。弦直角方向地震のとき2次振動はかなり影響するが全体の震度は他の次のものと合成されるので2次振動の誤差の影響は4%より少なくなる。又3次振動の誤差は殆んど影響しない。以上は固有振動周期と加速度応答スペクトルとの関係から考察した誤であるが、実際は振動曲線の形も若干変わってくるがこの影響は少ないものと思われる。

2) 柄の断面値の変化に対する固有振動周期の特性について考察すると図-6より逆対称振動の場合は断面値の変化は固有振動周期に殆んど影響がなく、対称振動の場合は振り抵抗モーメントが大きく且つ水平軸、垂直軸まわりの断面2次モーメントが少ないとときかなり影響する。柄の平均断面を計算するときはこれらの点を念頭におく必要があ

る。ただし、これは特定の半径、支間割に対しての結果であるから一般性については更に究しく調べる必要がある。

3) 地震応答スペクトルは、地盤の固有周期によってピークの位置が極端に違ってくるので適用を誤ると非常に違った結果を与える。従って地盤の特性に良く適合したスペクトル図を用いることが肝要である。

4) 表-6より震度法による結果と橋脚の曲げモーメントについて考察する。震度法による計算は橋脚を単独な構造としたものである。橋脚底部曲げモーメントは第1橋脚では動的解析が30%位多く、第2橋脚では同じ位、第3橋脚では逆に15%位少なくなっている。この傾向は逆対称振動を考えれば、第1橋脚は弦方向にも弦直角方向にも振動するのに対し、震度法では1方向の振動しか考慮しない点、又構造的に考えれば柄の振りモーメントにより橋脚底部の曲げモーメントが減らされる点などから明らかである。

## む す び

5径間連続曲線柄の水平方向振動を質点系の振動として計算し、地震応答スペクトルとモダルアナリシスによって動的解析を行ない以下の点について考察した。1) 固有振動周期について実橋の振動実験の値と比較しこの誤差の影響、2) 柄の平均断面を想定する時この断面値の誤差が固有振動周期に与える影響、3) 地震応答スペクトルの地盤の特性を考えた適用、4) 震度法は相当な誤差を生ずる点などである。

おわりにこの計算に際し、終止助言を戴いた北大工学部構造力学研究室、酒井忠明教授、芳村仁助教授、又現場実験に際して御協力を戴いた札幌開発建設部定山渓道路改良事業所の各位に深甚なる謝意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) 酒井忠明他2名 「5径間連続曲線柄橋の近似的振動解析の計算例」 土木学会北海道支部技術資料第23号。
- 2) H. H. Fickel 「Analysis of Curved Girders」 ASCE, ST7, 1959.
- 3) G. H. Housner 「Behavior of Structures During Earthquakes」 ASCE, EM4, 1959.
- 4) 金井 清 「地震動の振動特性に関する実験式」 日本地震工学シンポジウム, 1966.
- 5) 武藤 清 「構造物の動的解析」 耐震設計シリーズ4, 1966.
- 6) 高田孝信他2名 「橋梁の耐震設計に関する研究(II)」 土木研究所報告 128号の1 1964年