

## 曲線格子桁橋の横構の影響

正員 稚農知徳\*

## 要旨

曲線格子桁橋の横構にどの程度の応力が生じ、又主桁への影響はどうか、ということは興味ある問題である。この解析は多次不静定構造となり、計算は煩雑であるが、立体荷重の作用する曲線格子桁を解析し、これを基本系として横構を解析すれば、明確に厳密解が得られる。

## 1. 曲線材の断面力と変形量

一般的な並列主桁曲線橋は図-1のようになる。ここで境界条件は一端はヒンジ支承で、他の一端はローラー支承とする。並列主桁曲線橋の一主桁をとりだして、一本の曲線材を考えると、図-2のような力が作用することになる。今、この曲線材は  $x$  軸に関して対称で、中立軸の伸縮は無

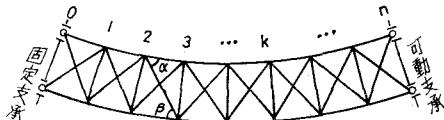


図-1

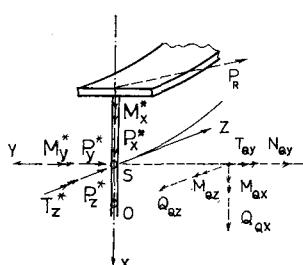


図-2

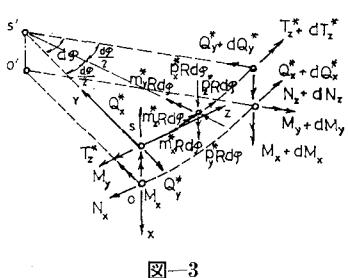


図-3

視出来るものと仮定する。図-3より釣合方程式は、式(1), (2)となる。 $*$ 印はせん断中心軸に関する諸量である。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_x^*}{d\varphi} + Rp_x^* &= 0 \\ \frac{dQ_y^*}{d\varphi} + N_z + Rp_y^* &= 0 \\ \frac{dN_z}{d\varphi} - Q_y^* + Rp_z^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1 \text{ a-c})$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_x}{d\varphi} - RQ_y^* - Rm_x^* &= 0 \\ \frac{dM_y}{d\varphi} - (T_z^* - x_s Q_y^* + y_s Q_z^*) - RQ_x^* - Rm_y^* &= 0 \\ \frac{dT_z^*}{d\varphi} - x_s \frac{dQ_y^*}{d\varphi} + y_s \frac{dQ_x^*}{d\varphi} + M_y + Rm_z^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2 \text{ a-c})$$

断面の軸対称と inextensibility の仮定により、曲線材の弾性方程式において曲率面内変形と曲率面外変形とは分離される。したがって変形と断面力との関係は式(3), (4)となる。曲率面内変形と断面力の関係式は、

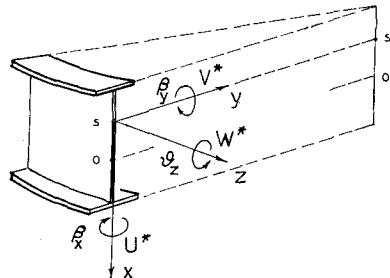


図-4

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R} \left( \frac{dv^*}{d\varphi} - v^* \right) &= \frac{N_z}{EF} \\ \frac{1}{R^2} \left( \frac{d^2v^*}{d\varphi^2} + \frac{dv^*}{d\varphi} \right) &= - \frac{M_x}{EJ_x} \end{aligned} \right\} \quad (3 \text{ a-b})$$

曲率面外変形と断面力の関係式は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R^2} \left( \frac{d^2u^*}{d\varphi^2} + R\vartheta_z \right) &= - \frac{M_y}{EJ_y} \\ \frac{1}{R^2} \left( \frac{d^2\vartheta_z}{d\varphi^2} - \frac{1}{R} \frac{d^2u^*}{d\varphi^2} \right) &= - \frac{M_w^*}{EC_w^*} \\ \frac{1}{R} \left( \frac{d\vartheta_z}{d\varphi} - \frac{1}{R} \frac{du^*}{d\varphi} \right) &= - \frac{EC_{wz}^*}{GJ_F^*} \frac{1}{R^3} \left( \frac{d^3\vartheta_z}{d\varphi^3} - \frac{1}{R} \frac{d^3u^*}{d\varphi^3} \right) = \frac{T_z^*}{GJ_F^*} \end{aligned} \right\} \quad (4 \text{ a-c})$$

\* 北海道大学工学部 助教授 工修

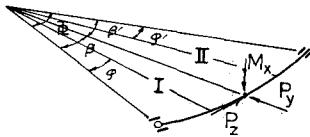


図-5

表-1 集中荷重  $\mathbf{P}_y$ ,  $\mathbf{P}_z$  が作用する場合

$$k = \frac{J_x}{FR^2}$$

$N_z$	I	$\mathbf{P}_y \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi + \mathbf{P}_z \frac{\sin \varphi' + \cos \beta' \sin \varphi}{\sin \phi}$
	II	$\mathbf{P}_y \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \sin \varphi' + \mathbf{P}_z \frac{1 - \cos \beta}{\sin \phi} \sin \varphi'$
$Q_y^*$	I	$\mathbf{P}_y \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \cos \varphi - \mathbf{P}_z \frac{\cos \varphi' - \cos \beta' \cos \varphi}{\sin \phi}$
	II	$-\mathbf{P}_y \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \cos \varphi' - \mathbf{P}_z \frac{1 - \cos \beta}{\sin \phi} \cos \varphi'$
$M_x$	I	$\mathbf{P}_y R \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi - \mathbf{P}_z R \left( 1 - \frac{\sin \varphi' + \cos \beta' \sin \varphi}{\sin \phi} \right)$
	II	$\mathbf{P}_y R \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \sin \varphi' + \mathbf{P}_z R \frac{1 - \cos \beta}{\sin \phi} \sin \varphi'$
$EJ_{xv}^*$	I	$\begin{aligned} & \mathbf{P}_y R^3 \frac{1+k}{2} \left[ \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \varphi \cos \varphi - \left\{ \frac{\sin \beta' - \beta' \cos \beta'}{\sin \phi} + \phi \frac{\sin \beta' \cos \phi}{\sin^2 \phi} \right\} \sin \varphi \right] \\ & - \mathbf{P}_z R^3 \frac{1+k}{2} \left[ \frac{\beta' \sin \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi + \frac{1}{\sin^2 \phi} \left\{ \varphi \sin \varphi' \cos \phi + \cos \beta' (\phi \cos \phi \sin \varphi \right. \right. \\ & \left. \left. - \varphi \sin \phi \cos \varphi) - \varphi' \sin \varphi \right\} \right] + \mathbf{P}_z R^3 \left[ \frac{\sin \phi - \cos \beta' \sin \varphi - \sin \varphi'}{\sin \phi} \right] \end{aligned}$
	II	$\begin{aligned} & \mathbf{P}_y R^3 \frac{1+k}{2} \left[ \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \varphi' \cos \varphi' - \left\{ \frac{\sin \beta - \beta \cos \beta}{\sin \phi} + \phi \frac{\sin \beta \cos \phi}{\sin^2 \phi} \right\} \sin \varphi' \right] \\ & + \mathbf{P}_z R^3 \frac{1+k}{2} \left[ \frac{1 - \cos \beta}{\sin \phi} \varphi' \cos \varphi' + \left\{ \frac{\beta \sin \beta}{\sin \phi} - \phi \frac{1 - \cos \beta}{\sin^2 \phi} \cos \phi \right\} \sin \varphi' \right] \\ & - \mathbf{P}_z R^3 \frac{1 - \cos \beta}{\sin \phi} \sin \varphi' \end{aligned}$
$EJ_{zw}^*$	I	$\begin{aligned} & \mathbf{P}_y R^3 \frac{1+k}{2} \left[ \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \varphi \sin \varphi + \left\{ \phi \frac{\sin \beta' \cos \phi}{\sin^2 \phi} - \beta' \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} \right\} (\cos \varphi - 1) \right] \\ & + \mathbf{P}_y R^3 \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} (\cos \varphi - 1) - \mathbf{P}_z R^3 \frac{1+k}{2} \left[ \sin \varphi - \frac{\varphi}{\sin \phi} (\sin \varphi' \right. \\ & \left. + \cos \beta' \sin \varphi) + \left\{ \frac{\cos \phi - \cos \beta' - \beta' \sin \beta'}{\sin \phi} + \phi \frac{1 - \cos \beta' \cos \phi}{\sin^2 \phi} \right\} \cos \varphi - 1 \right] \\ & - \mathbf{P}_z R^3 (1-k) \left\{ \sin \varphi + \frac{\cos \phi - \cos \beta'}{\sin \phi} (\cos \varphi - 1) \right\} + \mathbf{P}_z R^3 \varphi \end{aligned}$
	II	$\begin{aligned} & - \mathbf{P}_y R^3 \frac{1+k}{2} \left[ \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \varphi' \sin \varphi' + \left\{ \phi \frac{\sin \beta \cos \phi}{\sin^2 \phi} - \beta \frac{\cos \beta}{\sin \phi} \right\} \cos \varphi' \right. \\ & \left. - \phi \frac{\sin \beta}{\sin^2 \phi} + \beta \left\{ \frac{\cos \beta \cos \phi}{\sin \phi} + \sin \beta \right\} \right] - \mathbf{P}_y R^3 \left\{ \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \cos \varphi' + \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} - 1 \right\} \\ & - \mathbf{P}_z R^3 \frac{1+k}{2} \left[ \frac{1 - \cos \beta}{\sin \phi} \varphi' \sin \varphi' + \left\{ \frac{1 - \cos \beta - \beta \sin \beta}{\sin \phi} + \phi (1 - \cos \beta) \frac{\cos \phi}{\sin^2 \phi} \right\} \right. \\ & \times \cos \varphi' - \left. \left\{ \beta \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} - \sin \beta + (1 - \cos \beta) \frac{\sin \phi \cos \phi + \phi}{\sin^2 \phi} \right\} \right] - \mathbf{P}_z R^3 (1-k) \\ & \times \left\{ (1 - \cos \beta) \frac{\cos \varphi' - \cos \phi}{\sin \phi} + \sin \beta \right\} + \mathbf{P}_z R^3 \beta \end{aligned}$

表-2 集中曲げモーメント  $M_x$  が作用する場合

$$k = \frac{J_x}{FR^2}$$

$N_z$	I	$-\frac{M_x}{R} \cdot \frac{\sin \varphi'}{\sin \phi'}$
	II	$-\frac{M_x}{R} \cdot \frac{\sin \varphi'}{\sin \phi'}$
$Q_y$	I	$\frac{M_x}{R} \cdot \frac{\cos \varphi'}{\sin \phi'}$
	II	$-\frac{M_x}{R} \cdot \frac{\cos \varphi'}{\sin \phi'}$
$M_x$	I	$M_x \left( 1 - \frac{\sin \varphi'}{\sin \phi'} \right)$
	II	$-M_x \cdot \frac{\sin \varphi'}{\sin \phi'}$
$EJ_x v^*$	I	$-M_x R^2 \left[ \frac{1+k}{2} \left\{ \phi \frac{\sin \varphi}{\sin^2 \phi} - \varphi \frac{\cos \varphi'}{\sin \phi'} \right\} - \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi - \frac{\sin \varphi'}{\sin \phi} + 1 \right]$
	II	$M_x R^2 \left[ \frac{1+k}{2} \left\{ \phi \frac{\cos \phi}{\sin^2 \phi} \sin \varphi' - \varphi' \frac{\cos \varphi'}{\sin \phi'} \right\} - \frac{\cos \beta}{\sin \phi} \sin \varphi' + \frac{\sin \varphi'}{\sin \phi} \right]$
$EJ_x w^*$	I	$M_x R^2 \left[ \frac{1+k}{2} \left\{ \phi \frac{\cos \varphi - 1}{\sin^2 \phi} + \frac{\cos \varphi' - \cos \phi - \varphi \sin \varphi'}{\sin \phi} \right\} - \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} (\cos \varphi - 1) \right. \\ \left. - \varphi + (1-k) \frac{\cos \varphi' - \cos \phi}{\sin \phi} \right]$
	II	$-M_x R^2 \left[ \frac{1+k}{2} \left\{ \phi \frac{\cos \phi \cos \varphi' - 1}{\sin^2 \phi} + \frac{\cos \varphi' - \cos \phi + \varphi' \sin \varphi'}{\sin \phi} \right\} - \frac{\cos \beta}{\sin \phi} (\cos \varphi' - \cos \phi) \right. \\ \left. + \sin \beta - \beta + (1-k) \frac{\cos \varphi' - \cos \phi}{\sin \phi} \right]$

曲線材の変形量を求めるときに、断面力が既知ならば、直ちに得られる。

今、図-1 の境界条件、即ち曲率面外変形の曲げに対しては両端回転自由、ねじれに対して両端剛に拘束、曲率面内変形に対しては、静定アーチで一端ヒンジ、他の一端はロ

ーラーの境界条件に対する曲線材の断面力と変形量を表に示す。曲率面内変形に関しては、図-5 の静定アーチで表-1, 2 となる。曲率面外変形に関しては、図-6 の一般的な曲線桁で表-3, 4 のとおりである。

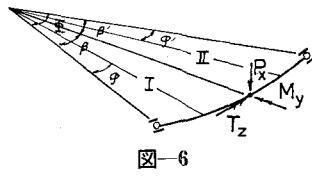


図-6

表-3 集中荷重  $\mathbf{P}_x$  および集中ねじれ荷重  $\mathbf{T}_z$  が作用する場合

$$\lambda^2 = \frac{GJ_T^*}{EC_w^*} \cdot R^2, \quad \eta = \frac{1}{1+\lambda^2}, \quad \gamma = \frac{EJ_y}{GJ_T^*}$$

$M_y$	I	$(\mathbf{P}_x R + \mathbf{T}_z) \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi$
	II	$(\mathbf{P}_x R + \mathbf{T}_z) \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \sin \varphi'$
$T_z^*$	I	$(\mathbf{P}_x R + \mathbf{T}_z) \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \cos \varphi - \mathbf{P}_x R \frac{\beta'}{\phi}$
	II	$-(\mathbf{P}_x R + \mathbf{T}_z) \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \cos \varphi' + \mathbf{P}_x R \frac{\beta}{\phi}$
$M_w^*$	I	$(\mathbf{P}_x R^2 + \mathbf{T}_z R) \eta \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi - \left\{ \mathbf{P}_x R^2 \eta - \mathbf{T}_z R (1-\eta) \right\} \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\sin h \lambda \beta'}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi$
	II	$(\mathbf{P}_x R^2 + \mathbf{T}_z R) \eta \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \sin \varphi' - \left\{ \mathbf{P}_x R^2 \eta - \mathbf{T}_z R (1-\eta) \right\} \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\sin h \lambda \beta}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi'$
$T_{zz}^*$	I	$(\mathbf{P}_x R + \mathbf{T}_z) (1-\eta) \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \cos \varphi + \left\{ \mathbf{P}_x R \eta - \mathbf{T}_z (1-\eta) \right\} \frac{\sin h \lambda \beta'}{\sin h \lambda \phi} \cos h \lambda \varphi - \mathbf{P}_x R \frac{\beta'}{\phi}$
	II	$-(\mathbf{P}_x R + \mathbf{T}_z) (1-\eta) \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \cos \varphi' - \left\{ \mathbf{P}_x R \eta - \mathbf{T}_z (1-\eta) \right\} \frac{\sin h \lambda \beta}{\sin h \lambda \phi} \cos h \lambda \varphi' + \mathbf{P}_x R \frac{\beta}{\phi}$
$EJ_y u^*$	I	$(\mathbf{P}_x R^3 + \mathbf{T}_z R^2) \frac{1+\gamma(1-\eta)}{2} \left[ \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \varphi \cos \varphi - \left( \sin \beta' - \beta' \cos \beta' + \phi \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \cos \phi \right) \frac{\sin \varphi}{\sin \phi} \right] - \mathbf{P}_x R^3 \gamma \left( \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi - \frac{\beta'}{\phi} \varphi \right) + \left\{ \mathbf{P}_x R^3 \eta^2 - \mathbf{T}_z R^2 (1-\eta) \eta \right\} \times \gamma \cdot \left( \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi - \frac{1}{\lambda} \frac{\sin h \lambda \beta'}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi \right)$
	II	$(\mathbf{P}_x R^3 + \mathbf{T}_z R^2) \frac{1+\gamma(1-\eta)}{2} \left[ \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \varphi' \cos \varphi' - \left( \sin \beta - \beta \cos \beta + \phi \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \cos \phi \right) \frac{\sin \varphi'}{\sin \phi} \right] - \mathbf{P}_x R^3 \gamma \left( \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \sin \varphi' - \frac{\beta}{\phi} \varphi' \right) + \left\{ \mathbf{P}_x R^3 \eta^2 - \mathbf{T}_z R^2 (1-\eta) \eta \right\} \times \gamma \cdot \left( \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \sin \varphi' - \frac{1}{\lambda} \frac{\sin h \lambda \beta}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi' \right)$
$GJ_T^* g_z$	I	$(\mathbf{P}_x R^2 + \mathbf{T}_z R) \frac{1+\gamma(1-\eta)}{2\gamma} \left[ \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \varphi \cos \varphi - \left( \sin \beta' - \beta' \cos \beta' + \phi \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \cos \phi \right) \frac{\sin \varphi}{\sin \phi} \right] - \left\{ \mathbf{P}_x R^2 (1-\eta) \eta - \mathbf{T}_z R (1-\eta)^2 \right\} \times \left( \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi - \frac{1}{\lambda} \frac{\sin h \lambda \beta'}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi \right)$
	II	$(\mathbf{P}_x R^2 + \mathbf{T}_z R) \frac{1+\gamma(1-\eta)}{2\gamma} \left[ \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \varphi' \cos \varphi' - \left( \sin \beta - \beta \cos \beta + \phi \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \cos \phi \right) \frac{\sin \varphi'}{\sin \phi} \right] - \left\{ \mathbf{P}_x R^2 (1-\eta) \eta - \mathbf{T}_z R (1-\eta)^2 \right\} \times \left( \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \sin \varphi' - \frac{1}{\lambda} \frac{\sin h \lambda \beta}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi' \right)$

表-4 集中曲げモーメント  $\mathbf{M}_y$  が作用する場合

$$\lambda^2 = \frac{GJ_T^*}{EC_w^*} \cdot R^2, \quad \eta = \frac{1}{1+\lambda^2}, \quad \gamma = \frac{EJ_y}{GJ_T^*}$$

$M_y$	I	$-\mathbf{M}_y \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} \cdot \sin \varphi$
	II	$\mathbf{M}_y \frac{\cos \beta}{\sin \phi} \cdot \sin \varphi'$
$T_z^*$	I	$-\mathbf{M}_y \left( \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} \cos \varphi - \frac{1}{\phi} \right)$
	II	$-\mathbf{M}_y \left( \frac{\cos \beta}{\sin \phi} \cos \varphi' - \frac{1}{\phi} \right)$
$M_w^*$	I	$\mathbf{M}_y \cdot R \cdot \eta \cdot \left[ \frac{\cos h \lambda \beta'}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi - \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} \cdot \sin \varphi \right]$
	II	$-\mathbf{M}_y \cdot R \cdot \eta \cdot \left[ \frac{\cos h \lambda \beta}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi' - \frac{\cos \beta}{\sin \phi} \cdot \sin \varphi' \right]$
$T_{zs}^*$	I	$\mathbf{M}_y \left[ \frac{1}{\phi} - \lambda^2 \eta \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} \cos \varphi - \lambda \cdot \eta \frac{\cos h \lambda \beta'}{\sin h \lambda \phi} \cos h \lambda \varphi \right]$
	II	$\mathbf{M}_y \left[ \frac{1}{\phi} - \lambda^2 \eta \frac{\cos \beta}{\sin \phi} \cos \varphi' - \lambda \cdot \eta \frac{\cos h \lambda \beta}{\sin h \lambda \phi} \cos h \lambda \varphi' \right]$
$EJ_y u^*$	I	$\mathbf{M}_y R^2 \left[ \frac{1+\gamma(1-\eta)}{2} \left\{ \left( \phi \frac{\cos \beta' \cos \phi}{\sin^2 \phi} + \beta' \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \right) \sin \varphi - \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} \varphi \cos \varphi \right\} \right. \\ \left. + \gamma \left( \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi - \frac{\varphi}{\phi} \right) - \gamma \eta^2 \left\{ \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi - \frac{\cos h \lambda \beta'}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi \right\} \right]$
	II	$-\mathbf{M}_y R^2 \left[ \frac{1+\gamma(1-\eta)}{2} \left\{ \left( \phi \frac{\cos \beta \cos \phi}{\sin^2 \phi} + \beta \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \right) \sin \varphi' - \frac{\cos \beta}{\sin \phi} \varphi' \cos \varphi' \right\} \right. \\ \left. + \gamma \left( \frac{\cos \beta}{\sin \phi} \sin \varphi' - \frac{\varphi'}{\phi} \right) - \gamma \eta^2 \left\{ \frac{\cos \beta}{\sin \phi} \sin \varphi' - \frac{\cos h \lambda \beta}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi' \right\} \right]$
$GJ_T^* g_z$	I	$\mathbf{M}_y \cdot R \left[ \frac{1+\gamma(1-\eta)}{2\gamma} \left\{ \left( \phi \frac{\cos \beta' \cos \phi}{\sin^2 \phi} + \beta' \frac{\sin \beta'}{\sin \phi} \right) \sin \varphi - \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} \varphi \cos \varphi \right\} \right. \\ \left. + \eta(1-\eta) \left\{ \frac{\cos \beta'}{\sin \phi} \sin \varphi - \frac{\cos h \lambda \beta'}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi \right\} \right]$
	II	$-\mathbf{M}_y \cdot R \left[ \frac{1+\gamma(1-\eta)}{2\gamma} \left\{ \left( \phi \frac{\cos \beta \cos \phi}{\sin^2 \phi} + \beta \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \right) \sin \varphi' - \frac{\cos \beta}{\sin \phi} \varphi' \cos \varphi' \right\} \right. \\ \left. + \eta(1-\eta) \left\{ \frac{\cos \beta}{\sin \phi} \sin \varphi' - \frac{\cos h \lambda \beta}{\sin h \lambda \phi} \sin h \lambda \varphi' \right\} \right]$

## 2. 立体荷重を受ける曲線格子桁

図-7のような曲線格子桁に立体荷重が作用するとき、6次不静定構造となる。不静定量を求める弾性方程式は、式(5)に示される。

ここで、 $u_{i0}, \vartheta_{i0}, \dots$ 等は基本系(一本の曲線材)に不静定力 $X_i=1$ が作用した時の変形曲線に相当する。 $\delta_{ij}$ は基本系で $X_j=1$ の力と $X_i=1$ による変形との間でなす仕事量である。さて、曲線主桁と横桁のせん断中心軸は曲率面内で一致するものと仮定すれば、式(5)の弾性方程式は、静定格子アーチ系と一般的な曲線格子桁系とに分離され式(6), (7)となる。

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \cdots & \delta_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{61} & \cdots & \delta_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_6 \end{bmatrix} + \mathbf{P}_x \begin{bmatrix} u_{10} \\ u_{60} \end{bmatrix} + \mathbf{T}_z \begin{bmatrix} \vartheta_{10} \\ \vartheta_{60} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_y \begin{bmatrix} \beta_{y10} \\ \beta_{y60} \end{bmatrix} + \mathbf{P}_y \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{60} \end{bmatrix} + \mathbf{P}_z \begin{bmatrix} w_{10} \\ w_{60} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_x \begin{bmatrix} \beta_{x10} \\ \beta_{x60} \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \cdots & \delta_{ij} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{ji} & \cdots & \delta_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_3 \end{bmatrix} + \mathbf{P}_x \begin{bmatrix} u_{10} \\ u_{30} \end{bmatrix} + \mathbf{T}_z \begin{bmatrix} \vartheta_{10} \\ \vartheta_{30} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_y \begin{bmatrix} \beta_{y10} \\ \beta_{y30} \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \delta_{44} & \cdots & \delta_{ij} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{ji} & \cdots & \delta_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_4 \\ X_6 \end{bmatrix} + \mathbf{P}_y \begin{bmatrix} v_{40} \\ v_{60} \end{bmatrix} + \mathbf{P}_z \begin{bmatrix} w_{40} \\ w_{60} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_x \begin{bmatrix} \beta_{x40} \\ \beta_{x60} \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

式(6), (7)より不静定量 $X_i$ が得られると、任意の点*i*における断面力および変形量は式(8)より求められる。

$$S_{ij} = S_{ij}^0 + \sum_{m=1}^n S_{mi} X_{mj} \quad (8)$$

ここで、 $S_{ij}^0$ は基本系における外力 $\mathbf{P}_x, \mathbf{T}_z, \dots$ 等の作用した時の断面力および変形の影響線であり、 $S_{mi}$ は基本系において不静定力 $X_m=1$ が作用した時の点*i*の断面力および変形量である。

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \cdots & \delta_{ij} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{ji} & \cdots & \delta_{2n2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_{2n} \end{bmatrix} + \mathbf{P}_x \begin{bmatrix} u_1 \\ u_{2n} \end{bmatrix} + \mathbf{T}_z \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_{2n} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_y \begin{bmatrix} \beta_{y1} \\ \beta_{y2n} \end{bmatrix} + \mathbf{P}_y \begin{bmatrix} v_1 \\ v_{2n} \end{bmatrix} + \mathbf{P}_z \begin{bmatrix} w_1 \\ w_{2n} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_x \begin{bmatrix} \beta_{x1} \\ \beta_{x2n} \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

ここで、 $u_i, \vartheta_i, \dots$ 等は基本系(曲線格子桁および静定格子アーチ)に $X_i=1$ が作用した時の変形曲線に相当する又、 $\delta_{ij}$ は基本系における $X_j=1$ による力と $X_i=1$ による変形との間でなす仕事量である。式(9)より不静定量 $X_i$ が求められると、式(8)により断面力および変形量が得られる。ただし、この場合の基本系とは曲線格子桁および静定格子アーチである。

## 4. 近似計算式

文献(1), (2)等によれば図-1のような横構について、桁のねじれ剛性に横構のせん断剛性できいてくるので、横構を仮想板と考え等価せん断剛性より換算板厚を式(10)により求めπ形又は箱形断面として一本の桁を計算している。

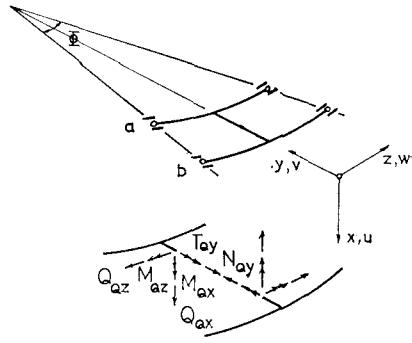


図-7

## 3. 曲線格子桁の横構の解析

図-8のように曲線格子桁の横構の中点で切断し、その断面に存在する軸方向力のみを考慮して、これを不静定量とする。この不静定量を求める弾性方程式は、式(9)となる。

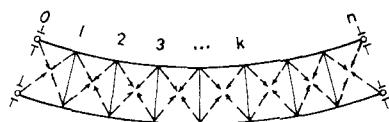


図-8

$$t = \frac{EF \sin^2 \gamma \cos \gamma}{G \cdot b}, \quad \gamma = \frac{\alpha + \beta}{2} \quad (10)$$

## 5. 数値計算例

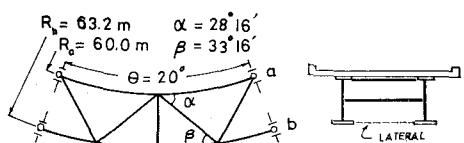


図-9

図-9のような活荷重合成曲線橋を仮想して、支間中央に横構があり、下フランジ側に横構が配置された場合について数値計算を行なった。使用断面は図-10の通りである。

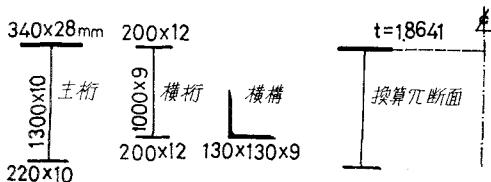


図-10

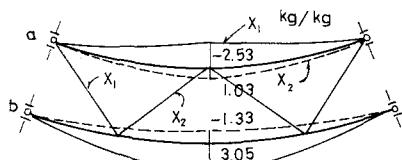


図-11

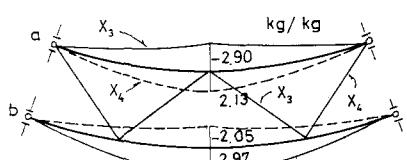


図-12

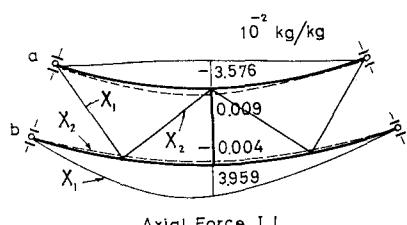


図-13

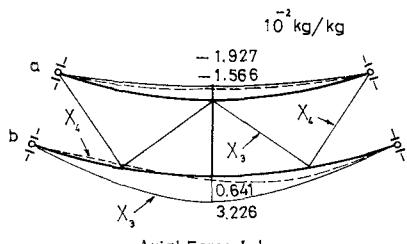


図-14

図-11, 12 は横桁を無視した場合、図-13, 14 は横桁を考慮した場合の横構応力を示す。横桁を考慮することにより、横構応力は  $1/100$  に減少する。図-15, 16 は主桁 a および b の支間中央点における撓み影響線を示したものである。横桁 1 本を配置することにより、即ち格子桁とすることにより約  $1/25$  に減少し、更に横構を配置すれば、僅かに減少し、桁全体として抵抗しようとする傾向になる。又、

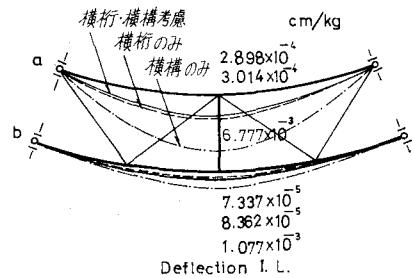


図-15

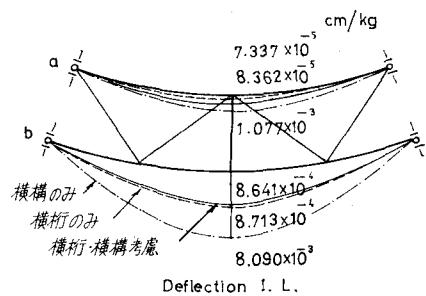


図-16

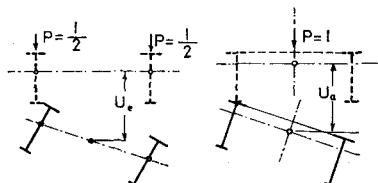


図-17

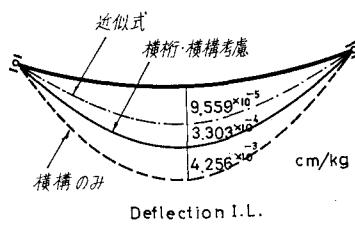


図-18

横桁を無視した場合には、桁全体の剛性は顕著に増さないが、桁相互に相当干渉していることがわかる。式(10)により板厚を求め換算断面曲線桁と図-17の撓みについて比較すれば、図-18となる。横桁、横構を考慮すればより近似式に接近しているが、近似式は危険側に入っている。

## 6. 結論

横構の応力は横桁を配置すれば、非常に小さいことが分る。例へば、b 桁の支間中央に  $P=10$  t 載荷されると、横構  $X_1$  の応力は横構のみの場合には  $1,340 \text{ kg/cm}^2$  となるが、横桁 1 本配置することにより僅か  $17 \text{ kg/cm}^2$  となっている。即ち、主荷重による横構の応力は小さいので、横構

断面設計上問題はないと思われる。曲線格子桁に横構を配置すればねじれ剛性を増すことは当然考えられる。曲げ剛性は顯著には増さないが曲線格子全体として抵抗させるためには経済的に有効であろう。なぜなら、横桁は何本配置しても又、必要以上に剛な横桁を用いても、既に横桁の配置されている点に関しては殆んど変化がないからである。

近似式による結果から、密に横桁が配置された場合、又は一面のみ横構で閉じた断面の場合等には良く近似されると思われる。しかし本計算例のような場合は、横桁の影響を考慮した実用計算式を誘導した方が良い結果が得られる

と思う。最後に北大工博渡辺教授に謝意を表します。

### 参考文献

- 1) 平井 敦・倉西 茂: 「曲線橋の理論について」 土木技術, 昭和 33 年 7 月.
- 2) R. Dabrowski: 「Gekrümmte dünnwandige Träger」 Springer-Verlag, 1968.
- 3) 稲農知徳・薄木征三: 「並列曲線 I 形主桁の横構の影響について」 第 23 回年次学術講演会講演概要, 第 I 部門, 昭和 43 年 10 月.