

曲線格子桁の固有振動について

正員 能町純雄*
学生員 ○岡村忠夫**

1. まえがき

曲線格子桁の振動問題については、これを直交異方性板としたモデルを用いて論じたもの、また断面形は不变のまま平均化した梁として論じたもの等があるが、ここでは、格子の特性を見るため、即物的な立場から加速度による質量力は、格子の格点に集中的に作用する曲線格子構造としたディスクリートなモデルとして、固有振動を論じたものである。

その方法は、曲線エレメントについて両端の断面力をその変形量で表わし、格子点の力の釣合および適合による三連差分方程式によって、解析したものである。横桁本数が少ない場合、このモデル化は、精度が下ることが考えられるが、単一曲線箱桁についての本方法の精度は、中央に一点をとった場合でも真値に対して 90.6% の値であり、四等分に対しては 96.5% の値であった(径間長: 半径=0.6 の場合)。したがって、このモデルは、一般の曲線格子構造の固有振動を充分に表わしていると評価できよう。

2. 假定および記号

1) 座標は曲率の中心に対して、時計のまわり方向に増加するものとし、主桁断面回転角およびトルクは、最大座標値断面において時計まわり方向を正とする。

- 2) 横行は、等間隔に主桁と直交し、そのねじり抵抗は無視する。
- 3) 曲げモーメントは、下側張りを正とする。
- 4) 柵の質量は格点に集中しているものとする。

主桁断面二次モーメント…… I , 主桁曲げモーメント…… M , 主桁回転角…… θ , 主桁ねじれ定数…… J , 横桁断面二次モーメント…… I_0 , 横桁端モーメント…… M_0 , 横桁端せん断力…… X , 重力加速度…… g , 密度…… γ , 角速度…… ω , 主桁純間隔…… λ_0 , 主桁中心間隔…… λ

3. 基本方程式

主桁の任意部分(横桁 $r-1, r$ 間)の部材について、両端のトルク、せん断力、slope の関係式は、横桁のねじれ剛性、主桁曲げねじりモーメントを無視した場合

$$-H = \frac{1}{\rho} M_{r-1} w'(l-x) - \frac{1}{\rho} M_r w'(x) - \frac{1}{l} GJ(\theta_r - \theta_{r-1}) + \frac{1}{Rl} GJ(y_r - y_{r-1}) \quad (1)$$

$$Q = -\frac{GJ}{Rl}(\theta_r - \theta_{r-1}) + \frac{1}{l}(M_r - M_{r-1}) + \frac{GJ}{R^2 l}(y_r - y_{r-1}) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{R}{GJ} M_{r-1} \left[-\left(\frac{GJ}{EI} + 1 \right) \psi'(l-x) + \frac{1}{\rho} w'(l-x) \right] \\ &+ \frac{R}{GJ} M_r \left[\left(\frac{GJ}{EI} + 1 \right) \psi'(x) - \frac{1}{\rho} w'(x) \right] - \frac{1}{\rho} w'(l-x) \theta_{r-1} + \frac{1}{\rho} w'(x) \theta_r + \frac{1}{l} (y_r - y_{r-1}) \end{aligned} \quad (3)$$

である。(参考文献3) 参照)

ただし

$$\rho = l/R, \quad w(x) = l \frac{\sin x/R}{\sin l/R} - x, \quad \psi(x) = \frac{1}{4 \sin^2 l/R} \left\{ (l+x) \sin(l-x)/R - (l-x) \sin(l+x)/R \right\}$$

* 室蘭工業大学教授 工博

** 室蘭工業大学大学院

$w'(x), \psi'(x)$ はテーラー展開し、高次の微小項を無視すると

$$w'(0) = \frac{1}{6} \rho^2 \left\{ 1 + \frac{7}{60} \rho^2 - \dots \right\} \div \frac{1}{6} \rho^2, \quad w'(l) = -\frac{1}{3} \rho^2 \left\{ 1 + \frac{1}{15} \rho^2 - \dots \right\} \div -\frac{1}{3} \rho^2 \quad (4)$$

$$\psi'(0) = \frac{1}{6} \rho \left\{ 1 + \frac{7}{30} \rho^2 - \dots \right\} \div \frac{1}{6} \rho, \quad \psi'(l) = -\frac{1}{3} \rho \left\{ 1 + \frac{4}{30} \rho^2 - \dots \right\} \div -\frac{1}{3} \rho \quad (5)$$

4. 差分方程式

曲線格子桁の格点 (r, s) において力の釣合および、連続の条件式をたてる。

$$H_{r,r+1}^s - H_{r,r-1}^s - M_{r,r+1}^{s,s+1} - M_{r,r-1}^{s,s-1} + I_p^s \frac{\gamma l_s}{g} \frac{\partial^2 \theta_r^s}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

$$Q_{r,r+1}^s - Q_{r,r-1}^s + X_{r,r+1}^{s,s+1} - X_{r,r-1}^{s,s-1} + \frac{W_r^s}{g} \frac{\partial^2 y_r^s}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dx}_{r,r+1}^s - \frac{dy}{dx}_{r,r-1}^s = 0 \quad (6)$$

M, X は横桁端モーメントおよび端せん断力、 W_r^s は (r, s) 点の支配する主桁および横桁の重量である。

M, X は、たわみ角公式により両端のたわみ、回転角で表わし、(1)～(3) 式を (4)～(6) 式に代入できる。

$\Delta^2 f(r-1) = f(r+1) - 2f(r) + f(r-1)$ なる記号を用いれば

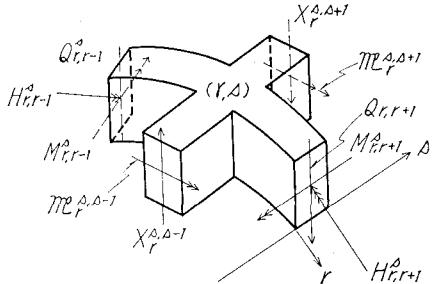


図-1

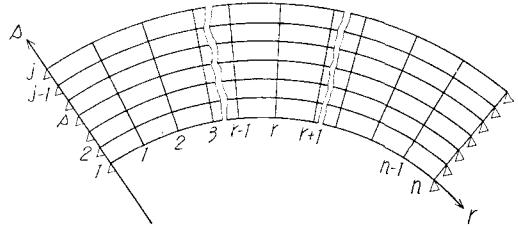


図-2

a) トルクの釣合

1) 内 桁 $(r, 1)$

$$\begin{aligned} & \frac{GJ^{(1)}}{l^{(1)}} \Delta^2 \left(\theta_{r-1}^{(1)} - \frac{y_{r-1}^{(1)}}{R^{(1)}} \right) + \frac{\rho}{6} (\Delta^2 M_{r-1}^{(1)} + 6M_r^{(1)}) \\ & - \frac{2EI_0}{\lambda_0} \left(2\alpha \theta_r^{(1)} + \alpha' \theta_r^{(2)} - 3 \frac{y_r^{(2)} - y_r^{(1)}}{\lambda} \right) - I_p^{(1)} l^{(1)} \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 \theta_r^{(1)}}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (7-a)$$

2) 中間 桁 (r, s)

$$\begin{aligned} & \frac{GJ^{(s)}}{l^{(s)}} \Delta^2 \left(\theta_{r-1}^{(s)} - \frac{y_{r-1}^{(s)}}{R^{(s)}} \right) + \frac{\rho}{6} (\Delta^2 M_{r-1}^{(s)} + 6M_r^{(s)}) - \frac{2EI_0}{\lambda_0} \left(2\alpha \theta_r^{(s)} + \alpha' \theta_r^{(s+1)} - 3 \frac{y_r^{(s+1)} - y_r^{(s)}}{\lambda} \right) \\ & - \frac{2EI_0}{\lambda_0} \left(2\alpha \theta_r^{(s)} + \alpha' \theta_r^{(s-1)} - 3 \frac{y_r^{(s)} - y_r^{(s-1)}}{\lambda} \right) - I_p^{(s)} l^{(s)} \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 \theta_r^{(s)}}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (7-b)$$

3) 外 桁 (r, j)

$$\begin{aligned} & \frac{GJ^{(j)}}{l^{(j)}} \Delta^2 \left(\theta_{r-1}^{(j)} - \frac{y_{r-1}^{(j)}}{R^{(j)}} \right) + \frac{\rho}{6} (\Delta^2 M_{r-1}^{(j)} + 6M_r^{(j)}) \\ & - \frac{2EI_0}{\lambda_0} \left(2\alpha \theta_r^{(j)} + \alpha' \theta_r^{(j-1)} - 3 \frac{y_r^{(j)} - y_r^{(j-1)}}{\lambda} \right) - I_p^{(j)} l^{(j)} \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 \theta_r^{(j)}}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (7-c)$$

b) せん断力の釣合

1) 内 桁 $(r, 1)$

$$-\frac{GJ^{(1)}}{l^{(1)} R^{(1)}} \Delta^2 \left(\theta_{r-1}^{(1)} - \frac{y_{r-1}^{(1)}}{R^{(1)}} \right) + \frac{\Delta^2 M_{r-1}^{(1)}}{l^{(1)}} - \frac{6EI_0}{\lambda_0 \lambda} \left(\theta_r^{(2)} + \theta_r^{(1)} - 2 \frac{y_r^{(2)} - y_r^{(1)}}{\lambda} \right) - \frac{W_r^{(1)}}{g} \frac{\partial^2 y_r^{(1)}}{\partial t^2} = 0 \quad (8-a)$$

2) 中間 桁 (r, s)

$$-\frac{GJ^{(s)}}{l^{(s)}R^{(s)}} D^2 \left(\theta_{r-1}^{(s)} - \frac{y_{r-1}^{(s)}}{R^{(s)}} \right) + \frac{D^2 M_{r-1}^{(s)}}{l^{(s)}} - \frac{6EI_0}{\lambda_0 \lambda} \left(\theta_r^{(s+1)} + \theta_r^{(s)} - 2 \frac{y^{(s+1)} - y^{(s)}}{\lambda} \right) \\ + \frac{6EI_0}{\lambda_0 \lambda} \left(\theta_r^{(s)} + \theta_r^{(s-1)} - 2 \frac{y_r^{(s)} - y_r^{(s-1)}}{\lambda} \right) - \frac{W_r^{(s)}}{g} \frac{\partial^2 y_r^{(s)}}{\partial t^2} = 0 \quad (8-b)$$

3) 外 桁 (r, j)

$$-\frac{GJ^{(j)}}{l^{(j)}R^{(j)}} D^2 \left(\theta_{r-1}^{(j)} - \frac{y_{r-1}^{(j)}}{R^{(j)}} \right) + \frac{D^2 M_{r-1}^{(j)}}{l^{(j)}} + \frac{6EI_0}{\lambda_0 \lambda} \left(\theta_r^{(j)} + \theta_r^{(j-1)} - 2 \frac{y_r^{(j)} - y_r^{(j-1)}}{\lambda} \right) - \frac{W_r^{(j)}}{g} \frac{\partial^2 y_r^{(j)}}{\partial t^2} = 0 \quad (8-c)$$

c) slope の連続条件・外桁, 中間桁, 内桁

$$\frac{l^{(s)}}{6EI^{(s)}} (D^2 M_{r-1}^{(s)} + 6M_r^{(s)}) + \frac{\rho}{6} (D^2 \theta_{r-1}^{(s)} + 6\theta_r^{(s)}) + \frac{1}{l_r^{(s)}} D^2 y_{r-1}^{(s)} = 0 \quad (9)$$

ここで α, α' は横桁のせん断力を主桁トルクに加える係数であり

$$\alpha = \frac{\lambda^2 - \frac{1}{4}(\lambda^2 - \lambda_0^2)}{\lambda^2}, \quad \alpha' = \frac{\lambda^2 + \frac{1}{2}(\lambda^2 - \lambda_0^2)}{\lambda^2}$$

5. 定和分変換

以上、各式は、固有振動を与える方程式である。いま正弦振動を仮定して、

$$\theta_r = \bar{\theta}_r \sin \omega t, \quad y_r = \bar{y}_r \sin \omega t, \quad M_r = \bar{M}_r \sin \omega t$$

とおけば、演算記号

$$S_i[f(x)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \sin \frac{i\pi x}{n}$$

上式から求まる

$$S_i \left[D^2 f(x-1) \right] = - \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i f(n) - f(0) \right\} - D_i S_i \left[f(x) \right] \quad D_i = 2 \left(1 - \cos \frac{i\pi}{n} \right)$$

を用いれば、(7)~(9) 式に S_i をほどこすことによって、

$$-\frac{\rho}{6} (6 - D_i) S_i [\bar{M}_r^{(1)}] + \left(\frac{GJ^{(1)}}{l^{(1)}} D_i + 4\alpha' K_2 \right) S_i [\bar{\theta}_r^{(1)}] - \left(\frac{GJ^{(1)}}{l^{(1)} R^{(1)}} D_i - 6K \right) S_i [\bar{y}_r^{(1)}] \\ + 2\alpha' K_2 S_i [\bar{\theta}_r^{(2)}] - K_6 S_i [\bar{y}_r^{(2)}] - \omega^2 I_p^{(1)} l^{(1)} \frac{\gamma}{g} S_i [\bar{\theta}_r^{(1)}] = 0 \quad (10-a)$$

$$-\frac{\rho}{6} (6 - D_i) S_i [\bar{M}_r^{(s)}] + \left(\frac{GJ^{(s)}}{l^{(s)}} D_i + 8\alpha' K_2 \right) S_i [\bar{\theta}_r^{(s)}] - \frac{GJ^{(s)}}{l^{(s)} R^{(s)}} D_i S_i [\bar{y}_r^{(s)}] \\ + 2\alpha' K_2 \left(S_i [\bar{\theta}_r^{(s-1)}] + S_i [\bar{\theta}_r^{(s+1)}] \right) + 6K \left(S_i [\bar{y}_r^{(s-1)}] - S_i [\bar{y}_r^{(s+1)}] \right) - \omega^2 I_p^{(s)} l^{(s)} \frac{\gamma}{g} S_i [\bar{\theta}_r^{(s)}] = 0 \quad (10-b)$$

$$-\frac{\rho}{6} (6 - D_i) S_i [\bar{M}_r^{(j)}] + \left(\frac{GJ^{(j)}}{l^{(j)}} D_i + 4\alpha' K_2 \right) S_i [\bar{\theta}_r^{(j)}] \\ - \left(\frac{GJ^{(j)}}{l^{(j)} R^{(j)}} D_i + 6K \right) S_i [\bar{y}_r^{(j)}] + 2\alpha' K_2 S_i [\bar{\theta}_r^{(j-1)}] + 6K S_i [\bar{y}_r^{(j-1)}] - \omega^2 I_p^{(j)} l^{(j)} \frac{\gamma}{g} S_i [\bar{\theta}_r^{(j)}] = 0 \quad (10-c)$$

$$\frac{D_i}{l^{(1)}} S_i [\bar{M}_r^{(1)}] - \left(\frac{GJ^{(1)}}{l^{(1)} R^{(1)}} D_i - 6K \right) S_i [\bar{\theta}_r^{(1)}] \\ + \left(\frac{GJ^{(1)}}{l^{(1)} (R^{(1)})^2} D_i + 12K_1 \right) S_i [\bar{y}_r^{(1)}] + 6K S_i [\bar{\theta}_r^{(2)}] - 12K_1 S_i [\bar{y}_r^{(2)}] - \omega^2 \frac{W_r^{(1)}}{g} S_i [\bar{y}_r^{(1)}] = 0 \quad (11-a)$$

$$\frac{D_i}{l^{(s)}} S_i [\bar{M}_r^{(s)}] - \frac{GJ^{(s)}}{l^{(s)} R^{(s)}} D_i S_i [\bar{\theta}_r^{(s)}] + \left(\frac{GJ^{(s)}}{l^{(s)} (R^{(s)})^2} D_i + 24K_1 \right) S_i [\bar{y}_r^{(s)}] \\ + 6K \left(S_i [\bar{\theta}_r^{(s+1)}] - S_i [\bar{\theta}_r^{(s-1)}] \right) - 12K_1 \left(S_i [\bar{y}_r^{(s-1)}] + S_i [\bar{y}_r^{(s+1)}] \right) - \omega^2 \frac{W_r^{(s)}}{g} S_i [\bar{y}_r^{(s)}] = 0 \quad (11-b)$$

$$\frac{D_i}{l^{(j)}} S_i [\bar{M}_r^{(j)}] - \left(\frac{GJ^{(j)}}{l^{(j)} R^{(j)}} D_i + 6K \right) S_i [\bar{\theta}_r^{(j)}] \\ + \left(\frac{GJ^{(j)}}{l^{(j)} (R^{(j)})^2} D_i + 12K_1 \right) S_i [\bar{y}_r^{(j)}] - 6K S_i [\bar{\theta}_r^{(j-1)}] - 12K_1 S_i [\bar{y}_r^{(j-1)}] - \omega^2 \frac{W_r^{(j)}}{g} S_i [\bar{y}_r^{(j)}] = 0 \quad (11-c)$$

$$(6 - D_i) S_i [\bar{M}_r^{(s)}] + \frac{EI^{(s)}}{R^{(s)}} (6 - D_i) S_i [\bar{\theta}_r^{(s)}] - \frac{6EI^{(s)}}{(l^{(s)})^2} D_i S_i [\bar{y}_r^{(s)}] = 0 \quad (12)$$

ただし

$$K = \frac{EI_0}{\lambda \lambda_0}, \quad K1 = \frac{EI_0}{\lambda^2 \lambda_0}, \quad K2 = \frac{EI_0}{\lambda}$$

6. 振動特性方程式

(12) 式より $S_i[\bar{M}_r^{(s)}]$ を求め (10), (11) 式に代入し

$$H(\theta, s) = \frac{GJ(s)}{l(s)} D_i + \frac{EI(s)}{6R(s)} \rho (6 - D_i), \quad H(y, s) = -\frac{GJ(s)}{l(s)R(s)} D_i - \frac{EI(s)}{l(s)R(s)} D_i$$

$$Q(\theta, s) = -\frac{GJ(s)}{l(s)R(s)} D_i - \frac{EI(s)}{l(s)R(s)} D_i, \quad Q(y, s) = \frac{GJ(s)}{l(s)(R(s))^2} D_i + \frac{6EI(s)}{l(s)^3 (6 - D_i)} D_i^2$$

とおき $[E]$ を単位行列とすると

$$\left(\begin{array}{c|c} A_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array} \right) \times \begin{pmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{Y} \end{pmatrix} \times \left[\frac{g}{I_p^{(1)} l^{(1)} \gamma} \cdots \frac{g}{I_p^{(j)} l^{(j)} \gamma} \frac{g}{W_r^{(1)}} \cdots \frac{g}{W_r^{(j)}} \right] - \omega^2 [E] = 0 \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{pmatrix} \theta_r^{(1)} \\ \theta_r^{(2)} \\ \vdots \\ \theta_r^{(j-1)} \\ \theta_r^{(j)} \end{pmatrix} \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_r^{(1)} \\ y_r^{(2)} \\ \vdots \\ y_r^{(j-1)} \\ y_r^{(j)} \end{pmatrix}$$

$$A_{11} = \left(\begin{array}{ccc} H(\theta, 1) + 4\alpha K2 & & 2\alpha' K2 \\ & 2\alpha' K2 & H(\theta, 2) + 8\alpha K2 \\ & & \dots \\ & & 2\alpha' K2 & H(\theta, s) + 8\alpha K2 & 2\alpha' K2 \\ & & \dots & & & \\ & & & 2\alpha' K2 & H(\theta, j-1) + 8\alpha K2 & 2\alpha' K2 \\ & & & & 2\alpha' K2 & H(\theta, j) + 4\alpha K2 \end{array} \right)$$

$$A_{12} = \left(\begin{array}{ccc} H(y, 1) + 6K & & -6K \\ & 6K & H(y, 2) & -6K \\ & & \dots \\ & & 6K & H(y, s) & -6K \\ & & & \dots \\ & & & 6K & H(y, j-1) & -6K \\ & & & & 6K & H(y, j) - 6K \end{array} \right)$$

$$A_{21} = \left(\begin{array}{ccc} Q(\theta, 1) + 6K & & 6K \\ & -6K & Q(\theta, 2) & 6K \\ & & \dots \\ & & -6K & Q(\theta, s) & 6K \\ & & & \dots \\ & & & -6K & Q(\theta, j-1) & 6K \\ & & & & -6K & Q(\theta, j) - 6K \end{array} \right)$$

$$A_{22} = \left(\begin{array}{ccc} Q(y, 1) + 12K1 & & -12K1 \\ & -12K1 & Q(y, 2) + 24K1 & -12K1 \\ & & \dots \\ & & -12K1 & Q(y, s) + 24K1 & -12K1 \\ & & & \dots \\ & & & -12K1 & Q(y, j-1) + 24K1 & -12K1 \\ & & & & -12K1 & Q(y, j) + 12K1 \end{array} \right)$$

7. 数値計算

数値計算は、4 主桁、主桁のねじれ振動を無視した場合について例示する。この場合の特性方程式は

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \theta \\ Y \end{pmatrix} \times \left[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \frac{g}{W_r^{(1)}} \ \frac{g}{W_r^{(2)}} \ \frac{g}{W_r^{(3)}} \ \frac{g}{W_r^{(4)}} \right] - \omega^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \hline 0 & \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix} \end{pmatrix} = 0$$

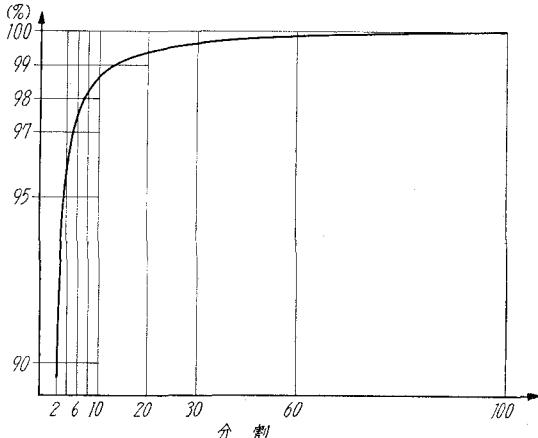


図-3

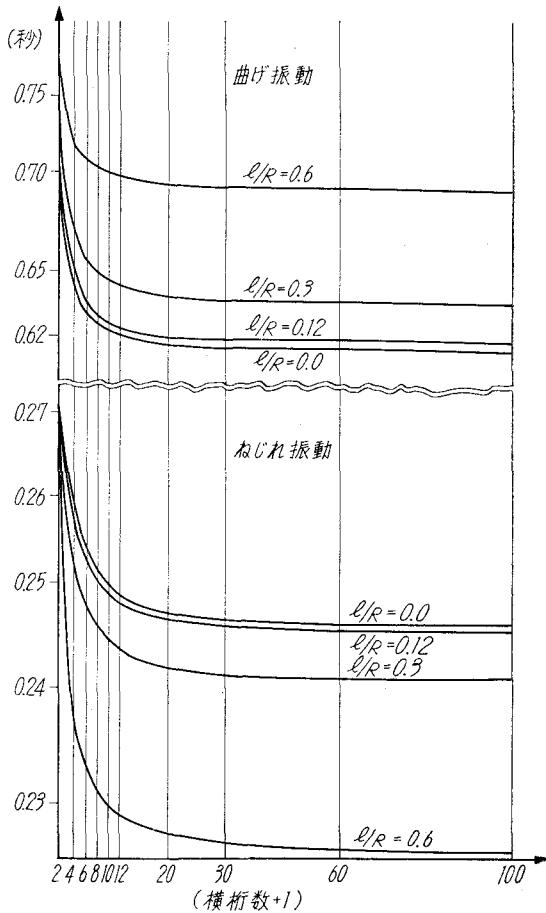


図-4

と表わせる。

主桁定数は、各主桁とも $I=0.08 \text{ m}^4$, $J=0.07 \text{ m}^4$, $W=0.9106 \text{ t/m}$, 主桁純間隔 $\lambda_0 = 3.1 \text{ m}$, 主桁中心間隔 $\lambda = 4.5 \text{ m}$ 。横桁総体積 = 5.733 m^3 とし、横桁の増加にともないこれを等分する。横桁断面二次モーメントは、横桁 1 本の場合 0.472 m^4 とし、横桁 N 本の場合 $0.427/N^2$ とした。曲率半径は幅員中央まで $100, 200, 500 \text{ m}$, 10^9 m についてそれぞれ計算を行なった。

図-3は、單一箱桁について本モデルが、分割点を増すにしたがい正確値に近づく様子を示したもので、スパン l と半径 R の比 0.6 を示したものである。他の場合もこの曲線に一致し、このモデル化が良い精度を示すことがわかる。

図-4は、4主桁について、 $I_0=1.0 \text{ m}^4$ (一定) とし、この本数を増加した場合の振動周期の変化を示したもので、図-3とよく似た傾向を表わしている。横桁の増加にしたがって断面不变とした値に急激に近づく。

図-5は、横桁の総量を一定とし、その数を増加させた場合の、ねじれ振動と横桁本数との関係を示したもので、この場合は 5 本の横桁の場合、一番周期が小さくなる。言いかえれば、ねじれ振動抵抗の大きい本数があることを示している。

図-3は、横断方向について、4種の最低次モードを図示したものです。(I) は曲げ振動、(II) はねじれ振動、(III), (IV) は4主桁における独得の最低次上位のモードを示す。

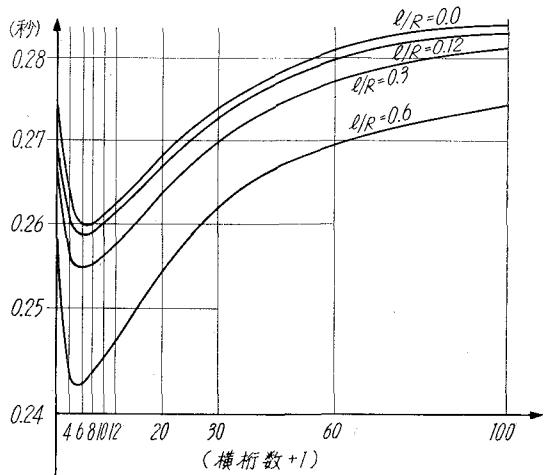


図-5

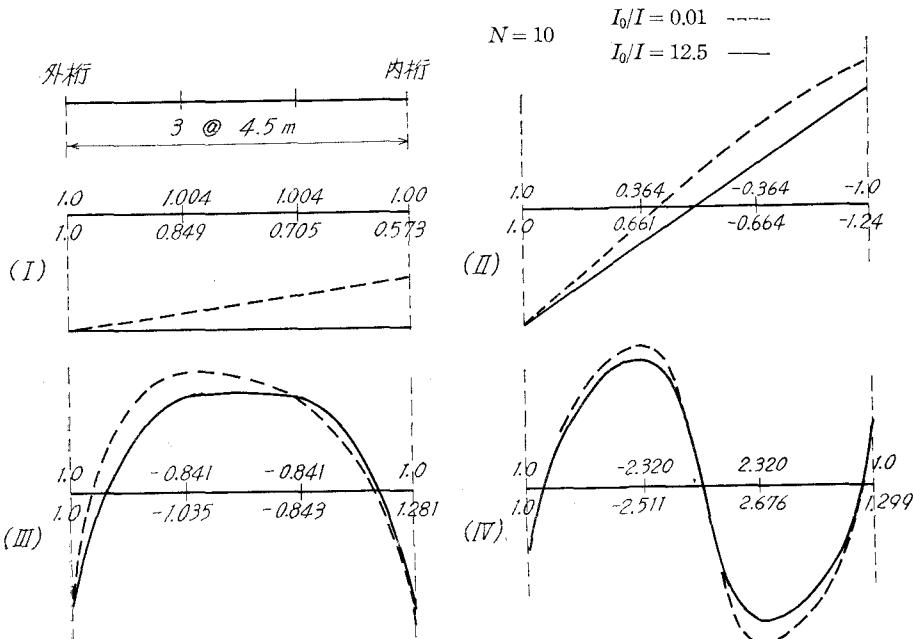


図-6

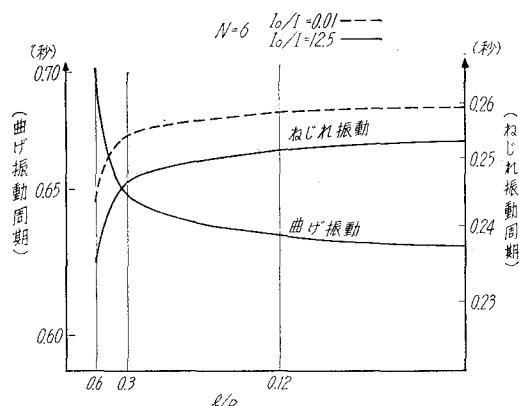


図-7

図-7は、振動周期と、 l/R との関係を示したもので、曲げ振動は、 l/R の減少と共に減少し、ねじれ振動は同期が増大することを示したものである。

8. あとがき

任意本数の箱桁を主桁とする、単純曲線格子桁について、定和分変換の手法によって、振動特性方程式を誘導した。一例として4本の主桁をとり、スパン、主桁間隔、主桁剛性を仮定して4種の曲率半径ならびに、横桁本数を任意にとった、振動性状を計算したが、第一次振動に関して、幅員方向に対し、4つの独立な振動形のあることを、明らかにすることができた。その中で最低周波のものは、所論曲げ振動、次低周波のものはねじり振動に対応している。本方法は一種のディスクリートなモデルではあるが、横桁が3本以上では充分な精度、すなわち正確値に対して、96.5%程度の値を示している。

またこの場合、横桁の総量を一定とするとき、横桁本数とねじれ振動周期の変化を検討した所、横桁が5本の場合、最小ねじれ振動周期を与えることがわかった。

参考文献

- 1) R. Dabrowski: "Zur Berechnung von gekrümmten dünnwandigen Trögen". DER STAHLBAU 12/1964, pp. 364-365.
- 2) S. G. Nomachi: "A Note on Finite Fonrion Transforms concerning Fihite Integration". 室蘭工業大学研究報告, Vol. 5, No. 2, 1966, pp. 205-212.
- 3) 能町純雄・岡村忠夫・吉田紘一: "定和分変換による曲線格子桁の解法". 土木学会北海道支部, 研究発表会論文集, 第24号, 2/1968, pp. 30-37.
- 4) 能町純雄: "差分方程式で表わされる不静定構造物の和分変換による解法例". 土木学会北海道支部, 技術資料23号, 2/1967, pp. 173-177.