

地動波周期が構造物の応答スペクトルに 及ぼす影響について

正員 渡 辺 昇*

1. まえがき

地震の時の地動加速度の波形は、いわゆるランダム波形であって、きれいな波形ではない。しかし、主要動部についての卓越周期をとらえ、さらにこれを正弦波形とみなして、構造物に入力として与えた場合の構造物の地震応答は、実際のランダム波形を入力として与えた場合の地震応答にかなり近い。そこで、いま、地動加速度波 $\ddot{z}$ として最大値100 galの正弦波形を採用し、特に、地動波周期が $T_G=0.25$ secの場合と $T_G=0.6$ secの場合との2種類を、それぞれ一質点系の構造物に入力として与え、その応答スペクトルの特性がどのように異なっているかを解析により比較してみた。

2. 一質点系の応答理論

図-1のような一質点の構造物が地盤に地動 $z(t)$ をうける場合を考えると、その運動の微分方程式は次のようになる。

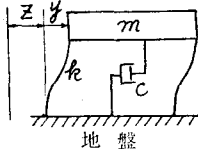


図-1

$$m(\ddot{y} + \ddot{z}) + c\dot{y} + ky = 0, \quad (1)$$

あるいは

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + p^2y = -\ddot{z}. \quad (2)$$

ここで、

m = 質量 (kg sec/cm²),

k = 質量 m を支える部材の剛度 (kg/cm),

c = 構造物の粘性減衰係数 (kg sec/cm),

y = 質量 m の地盤に対する相対変位 (cm),

$\dot{y}$ = 質量 m の地盤に対する相対速度 (cm/sec),

$\ddot{y}$ = 質量 m の地盤に対する相対加速度 (cm/sec² = gal),

$\ddot{y} + \ddot{z}$ = 質量 m の絶対加速度 (gal),

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{c}{2m} \quad (\text{sec}^{-1}), \\ p &= \sqrt{\frac{k}{m}} = \text{非減衰円振動数} \quad (\text{sec}^{-1}), \\ T &= \frac{2\pi}{p} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \text{非減衰固有周期} \quad (\text{sec}), \\ h &= \frac{n}{p} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \text{減衰常数} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

とする。

そこで、式(2)の右辺に、図-2のような

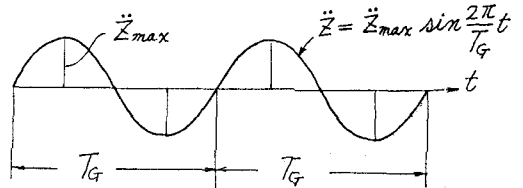


図-2

$$\ddot{z} = \ddot{z}_{max} \sin \omega t \quad (4)$$

を用いれば、式(2)の解は次のようになる。

$$y = e^{-nt} (C_1 \cos p_1 t + C_2 \sin p_1 t) + A \sin(\omega t - \alpha), \quad (5)$$

$$\dot{y} = e^{-nt} \{ (-nC_1 + p_1 C_2) \cos p_1 t + (-nC_2 - p_1 C_1) \sin p_1 t \} + A\omega \cos(\omega t - \alpha), \quad (6)$$

$$\ddot{y} = e^{-nt} \{ (n^2 C_1 - 2np_1 C_2 - p_1^2 C_1) \cos p_1 t + (n^2 C_2 + 2np_1 C_1 - p_1^2 C_2) \sin p_1 t \} - A\omega^2 \sin(\omega t - \alpha), \quad (7)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} p_1^2 &= p^2 - n^2, \\ A &= \frac{-\ddot{z}_{max}}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}}, \\ \alpha &= \tan^{-1} \frac{2n\omega}{p^2 - \omega^2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

であり、 C_1, C_2 は積分定数である。いま、地震外力が作用し始めるときに、構造物が静止していたとすれば、 $t=0$ で $y=0, \dot{y}=0$ であるから、

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= A \sin \alpha, \\ C_2 &= \frac{nA \sin \alpha - \omega A \cos \alpha}{p_1} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

である。

* 北海道大学工学部土木工学科 教授 工博

また、式(4)と式(7)により、絶対加速度は、

$$\begin{aligned} \ddot{y} + \ddot{z} = & e^{-\eta t} \{ (n^2 C_1 - 2n p_1 C_2 - p_1^2 C_1) \cos p_1 t \\ & + (n^2 C_2 + 2n p_1 C_1 - p_1^2 C_2) \sin p_1 t \} \\ & - A \omega^2 \sin(\omega t - \alpha) + \ddot{z}_{\max} \sin \omega t \end{aligned} \quad (10)$$

となる。

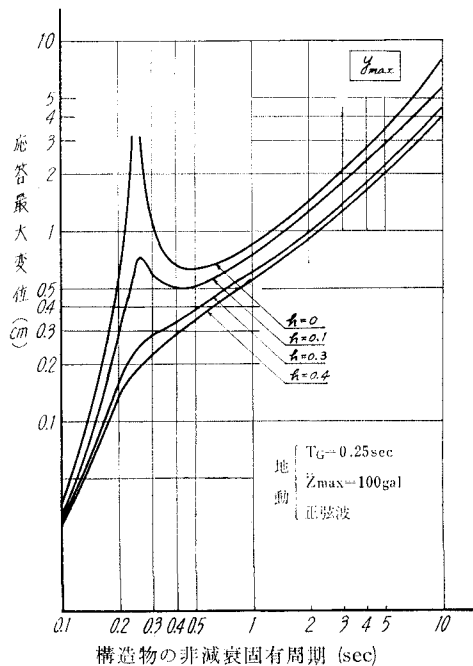


図-3

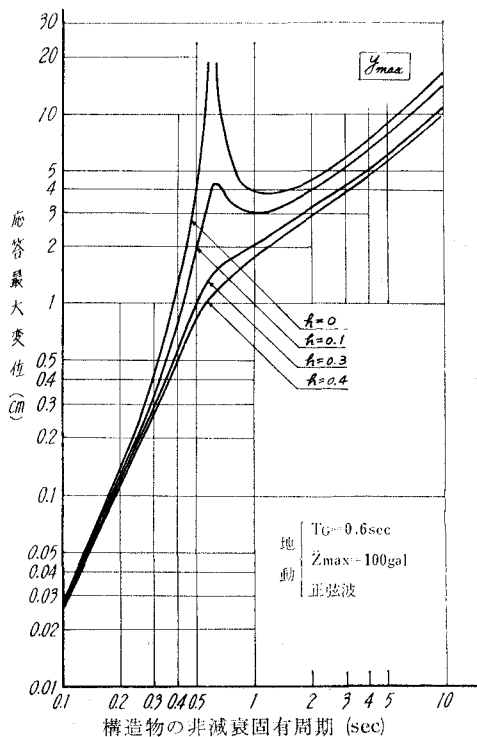


図-4

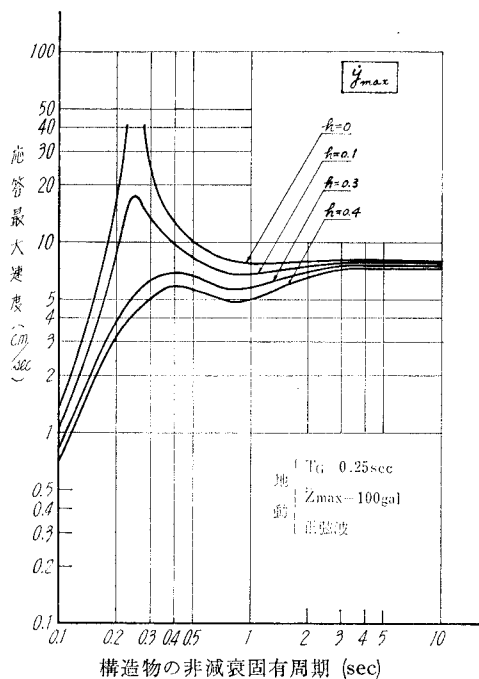


図-5

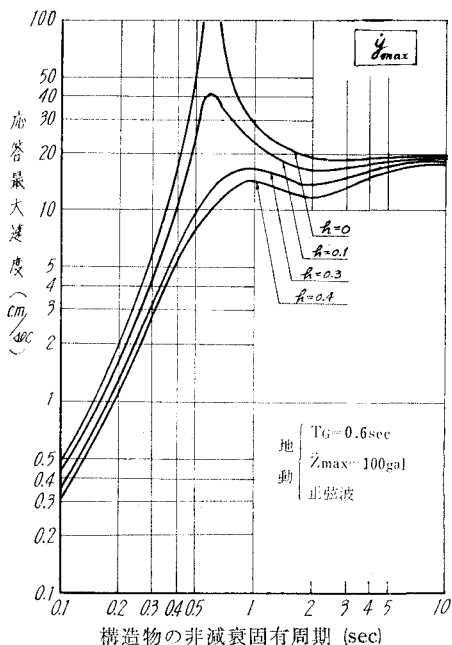


図-6

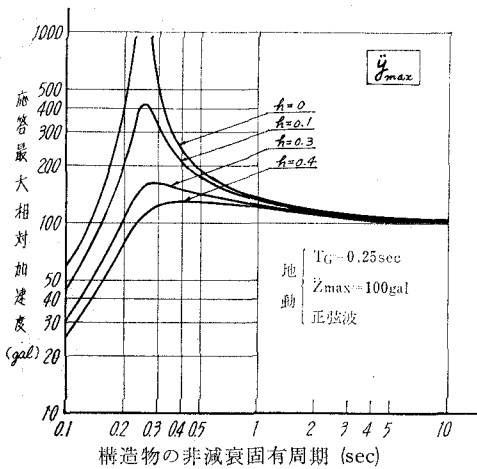


図-7

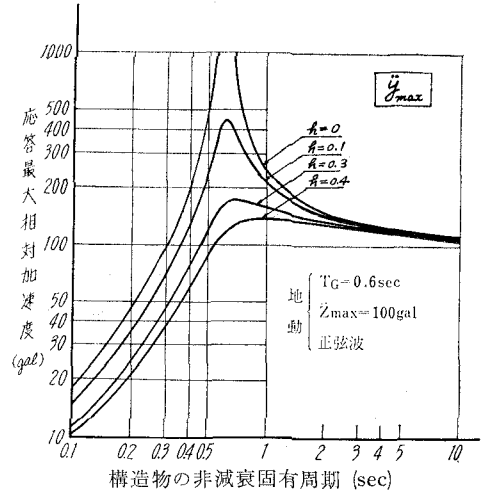


図-8

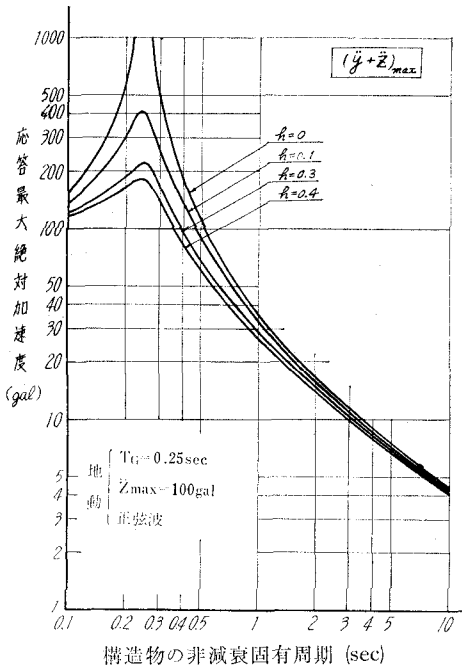


図-9

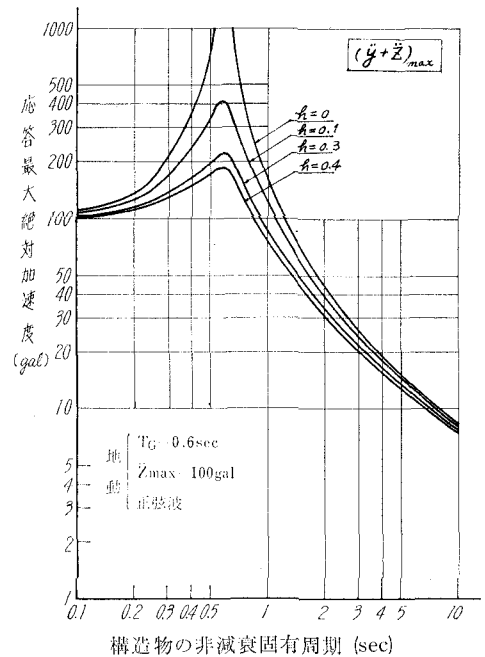


図-10

sec の場合と、 $T_G=0.6$ sec の場合との2種類の地震波に対して、構造物の非減衰固有周期 T および減衰常数 h をいろいろにかえた場合の $y, \dot{y}, \ddot{y}, (\ddot{y}+\ddot{z})$ の応答解の波を描き、そこから最大値 $y_{\max}, \dot{y}_{\max}, \ddot{y}_{\max}, (\ddot{y}+\ddot{z})_{\max}$ の値を拾い、プロットしたのが図-3から図-10までの応答スペクトルである。

4. 解析結果からみた考察

(i) 応答最大変位 $y_{\max}$ のスペクトルにおいて、図-3の $T_G=0.25$ sec の場合と、図-4の $T_G=0.6$ sec の場合とをく

らべると、形は両者ともほとんど同じであるが、後者のスペクトルは、前者のものにくらべ、全体を右にずらしながら、さらに上にずらした形になっている。

(ii) 応答最大速度 $\dot{y}_{\max}$ のスペクトルにおいて、図-5の $T_G=0.25$ sec の場合と、図-6の $T_G=0.6$ sec の場合とをくらべると、形は両者ともほとんど同じであるが、後者のスペクトルは、前者のものにくらべ、全体を右にずらしながら、さらに上にずらした形になっている。

(iii) 応答最大相対加速度 $\ddot{y}_{\max}$ のスペクトルにおいて、図-7の $T_G=0.25$ sec の場合と、図-8の $T_G=0.6$ sec の場

合とをくらべると、形は両者ともほとんど同じであるが、後者のスペクトルは、前者のものにくらべ、全体を右にずらした形になっている。

(iv) 応答最大絶対加速度 $(\ddot{y}+\ddot{z})_{\max}$ のスペクトルにおいて、図-9 の $T_G=0.25$ sec の場合と、図-10 の $T_G=0.6$ sec の場合とをくらべてみると、形は両者ともほとんど同じであるが、後者のスペクトルは、前者のものにくらべ、全体を単に右にずらした形になっている。

結局、図-2 の $\ddot{z}=\ddot{z}_{\max} \sin \frac{2\pi}{T_G}t$ の地震波において、たとえ $\ddot{z}_{\max}=100$ gal が共に同じでも、 T_G の長周期の地震波が入ると、 T_G の短周期の地震波が入るときよりも、全体として大きな $y_{\max}$, $\dot{y}_{\max}$ の応答をする。ただし、 $\ddot{y}_{\max}$, $(\ddot{y}+\ddot{z})_{\max}$ の応答は、共振周期がずれるだけで、全体として同じ値を示す。

5. あとがき

最近わが国の各地の地震記録を整理して、図-11 のような応答スペクトル曲線を作る作業が、建設省土木研究所などにおいて実施されている（土木研究所報告128号の1など参照）。図-11は、いくつかの地震波の応答の平均をとったものであって、そのピークは0.3 sec 位のところにある。すなわち、ここでは図-9位に相当しているものと推定される。ところが、非常に軟弱で層の厚い地盤のところには発生する地震波の周期は、実は0.5 sec とか0.6 sec とかといった大周期のものであって、その場合は図-10のような $(\ddot{y}+\ddot{z})_{\max}$ の応答をするものと推定される。したがってこのように長周期の T_G をもつ地震波が構造物に入ってくると推定される場合には、もしも、図-11の土木研究所の $(\ddot{y}+\ddot{z})_{\max}$ の応答スペクトルを耐震設計計算に利用する場合には、図-11の曲線群の全体を右にそのままずらし、ピ

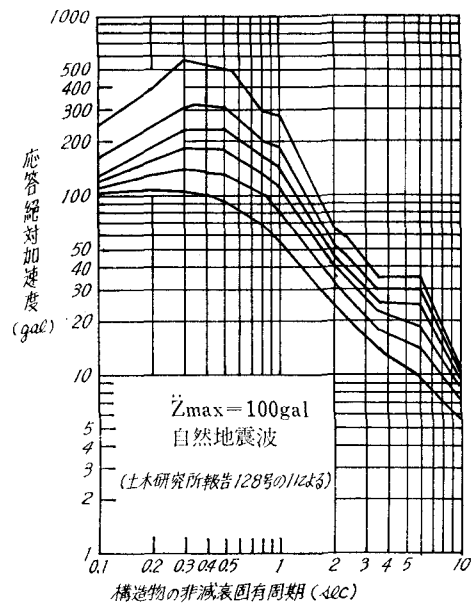


図-11

ークの位置が丁度 T_G のところにくるようにして利用するとよいのではないかと思う。

なお、 T_G は、その地盤の固有周期にほぼ等しいから、火薬爆発法などによって現地の地盤の固有周期を実測しておけばよい。

また、 $y_{\max}$, $\dot{y}_{\max}$ の応答については、短周期の地震波による応答をそのまま長周期の地震波による応答に利用したい場合は、曲線群の全体を右に T_G のところまでずらすと共に、さらに全体を上にもずらす必要があると思われる。