

変断面河道に現われる特異点の検出と その流量の増減に伴う変動について

正 員 浅 野 優*

要 旨

不等流の水面追跡において基本となる境界条件は、流路中に特に支配構造物を設けない限りは、水面形方程式の分子分母ともに0となる。いわゆる特異点で与えられるが、このことは別に定義した、『仮想限界こう配値線(仮称)』と与えられた流路のこう配値線との交点と同一であることを確かめ、この交点を用いて河川の洪水時のように流量の増減が甚だしい場合の流路上に現われる遷移断面(特異点)の発生、移動、消滅について調べた。

またこの交点を用いる方法を、任意断面の不等流中に現われる特異点の検出に適用すると実用上便利であることを述べるものである。

はじめに

流路の途中に特異点が存在する場合はそれが支配断面であるとき水面追跡の起算点となる外、その近傍においては水面形は複雑な変化をしその計算の進め方には綿密な注意が必要とされ、これについては我国では木間仁¹⁾岩佐義朗²⁾両博士がそれぞれ詳細に検討され、われわれ現場技術者を啓発されていることは周知の通りである。

ところで、最近の河川工事はその事業費目の如何を問わず次第に上流にさかのぼったり或は都市近郊に集中したりして、種々の制約から境界特性を比較的一定とした河道計画を立てることは困難になって来た。従って断面形状、河床こう配及び粗度などの境界特性が場所的に複雑な変化をせざるを得ないので水面形状もこれ等の境界特性の変化にともなう遷移現象に支配され、従来のように近似的に一樣断面と仮定できるような区間に分けた水路の集りとしての計算や、適宜の区間距離をとって標準逐次計算(一般に常流)を進めていくだけで所要の水面形が得られる河川は次第に減少してきている。

後に述べるように断面形状、こう配及び粗度の三者のうち何れか一つが変化する河道においては、流量が無限小から無限大の範囲内において必ず特異点の現われる流量が存在することを知らるが、われわれが当面する現場は次第にこ

のような範囲に近づいてきているものといえる。

ここに述べる内容は特異点の位置及びその性質(支配断面となるか否か)の判定に限ることとする。何故ならばこの両者が決定すればその後の水面形の検討は重要度によって適宜の方法³⁾が選ばればよいからである。

1. 仮想限界こう配(仮称)による特異点の位置の検出法について

1-1. 不等流の基本方程式、水面形方程式⁴⁾

周知の水路の底こう配が小さい場合一般に用いられる基本方程式を掲げれば

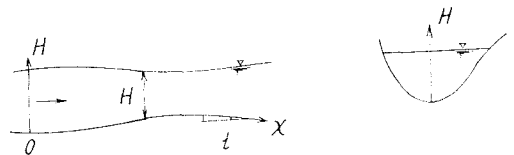
$$-i + \frac{dH}{dx} + \frac{\alpha Q^2}{2g} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{A^2} \right) + \frac{Q^2}{C^2 R A^2} = 0 \quad (1)$$

または、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE}{dx} &= i - \frac{Q^2}{C^2 R A^2} \\ E &= H + \frac{\alpha \theta^2}{2g A^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに i : 水路の底こう配 $= \tan \theta$, H : 水路底より鉛直上向きに測った水深, Q : 流量, R : 径深, A : 断面積, E : 水路底を基準にして表わした単位重さあたりの水流のエネルギー(比エネルギー), g : 重力の加速度, α : 流速分布状態によるエネルギーの補正係数で流速分布曲線を放物線と考えるときは, α の値は大抵 $10/9$ である。 C : Chézy (シェジー) の係数である。

ただし側壁より流入、流出がない場合、また H は一般に最深部の水深が用いられ、 R, A, C が x, H の、 H は x の関数として与えられているものとする。



図—1

(1) 式を水面形方程式に書き表わしたもので、水路底こう配が小さい場合一般に用いられるものは

* 網走土木現業所 遠軽出張所長

$$\frac{dH}{dx} = \frac{i - \frac{Q^2}{C^2 R A^2} + \frac{\alpha Q^2}{g A^3} \frac{\partial A}{\partial x}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g A^3} \frac{\partial A}{\partial H}} = \frac{F_1(xH)}{F_2(xH)} \quad (3)$$

特に断面形が幅の広い長方形、すなわち $R \doteq H$, $A = bH$ のときには、(3)式はつぎようになる。

$$\frac{dH}{dx} = \frac{i - \frac{Q^2}{C^2 H^3 b^2} + \frac{\alpha Q^2}{g H^2 b^3} \frac{db}{dx}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g H^3 b^2}} = \frac{F_1(xH)}{F_2(xH)} \quad (4)$$

1-2. 特異点

(3)式の分子、分母とも0で表わされる特異点を求めるには、 $F_1(xH)=0$ の仮想等流水深(或は擬似等流水深)曲線と、 $F_2(xH)=0$ の限界水深曲線とを描いて、図上でその交点を検出することにより得られる^{3),4),6)}ことも周知のとおりであるが、いま仮想等流水深曲線、限界水深曲線、遷移水深曲線三者それぞれについての勾配の値に差はあっても $F_1(xH)=0$ と $F_2(xH)=0$ の交差関係、水面方程式の符号の正負、支配断面の存否に着目して分類すれば結局図-2のように2形式に大分することが出来る。図-2の形式は、境界特性の三者、すなわち断面形状、こう配、粗度何れの変化においても表わされる最も一般的な形である。

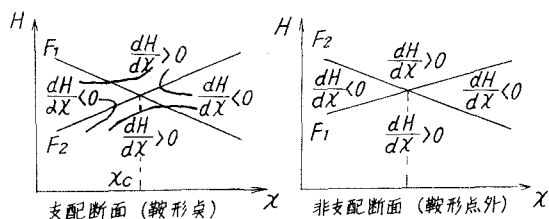


図-2

この外に特別な場合として図-3の形がある。これは断面形状の変化が漸拡で且つ底こう配が逆こう配であり、仮想等流水深も或る特定の値以上にある場合に限られるものである(附記参照)。

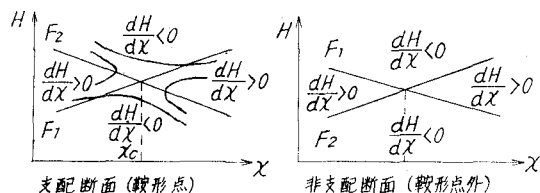


図-3

1-3. 仮想限界こう配の定義

(1)式を書きかえて、 i を求める式にすると、

$$i = \frac{dH}{dx} + \frac{\alpha Q^2}{2g} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{A^2} \right) + \frac{Q^2}{C^2 R A^2} \quad (5)$$

$A = f(xH)$ で、 x と H は独立でないで、 $H = g(x)$

$x = \varphi(H)$ と考えることができるから

$$i = \frac{dH}{dx} + \frac{\alpha Q^2}{2g} \frac{d}{dA} \left(\frac{1}{A^2} \right) \frac{dA}{dx} + \frac{Q^2}{C^2 R A^2} \quad (A)$$

より

$$i = \frac{dH}{dx} - \frac{\alpha Q^2}{g A^3} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial H} \cdot \frac{dH}{dx} \right) + \frac{Q^2}{C^2 R A^2} \quad (B)$$

$$i = \frac{dH}{dx} \left(1 - \frac{\alpha Q^2}{g A^3} \frac{\partial A}{\partial H} \right) - \frac{\alpha Q^2}{g A^3} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{Q^2}{C^2 R A^2} \quad (6)$$

或は

$$i = \frac{dH}{dx} \left(1 - F_r^2 \right) - \frac{\alpha Q^2}{g A^3} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{Q^2}{C^2 R A^2} \quad (7)$$

ここに F_r : フルード数

(7)式が示すことは、 F_r^2 を1にするときの i と dH/dx を0にするときの i とは同一の式形になるということである。

又 F_r^2 が1であることは、流れの状態が限界水深であることであるから、このときの i を i_c として $A = A_c$, $R = R_c$ とすれば

$$i_c = \frac{Q^2}{C^2 R_c A_c^2} - \frac{\alpha Q^2}{g A_c^3} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_c \quad (8)$$

特に断面形が幅の広い長方形、すなわち $R \doteq H$, $A = bH$ のときは(8)式はつぎようになる。

$$i_c = \frac{Q^2}{C^2 H_c^3 b^2} - \frac{\alpha Q^2}{g H_c^2 b^3} \left(\frac{db}{dx} \right)_c \quad (9)$$

上記(8),(9)式は流路の何れの位置でも断面形の如何を問わず限界水深であることを想定しているので、この i_c を仮想限界こう配と仮称することとする。

1-4. 仮想限界こう配による特異点の位置の定義

(3)の水面形方程式において $dH/dx=0/0$ で示される特異点の位置は、 $F_1(xH)$ の式に $F_2(xH)=0$ を万足する限界水深を代入して同じく0になる場合であるから、『特異点は i なる底こう配を有する水路においてその i が、ちょうど仮想限界こう配 i_c と一致する点、すなわち両者のこう配値線が交る交点上に位置する』といいかえることができる。

1-5. 特異点外の i と i_c との関係

与えられた水路底のこう配(以下 i_0 と略称する) i_0 が、仮想限界こう配(以下 i_c と略称する) i_c と一致しない断面は、図-2、図-3から判るように四様ある。いま特異点の位置外の任意の断面について比較すると、 $F_1(xH)=0$ を万足する水深を H_0 、 $F_2(xH)=0$ を万足する水深を H_c 、とすれば図-2、図-3の水面形の特異点より

図-2の場合(附記参照)

$$H_0 > H_c \text{ のとき } i_0 < i_c$$

$$H_0 < H_c \text{ のとき } i_0 > i_c$$

図-3 の場合 (附記参照)

$H_0 > H_c$ のとき $i_g > i_c$

$H_0 < H_c$ のとき $i_g < i_c$

であることは明確である。

1-6. 仮想限界こう配による特異点の位置及びその性質の判定法

前記 1-4, 1-5 より仮想限界こう配による特異点の位置及びその性質の判定は次のようにしてきめることができる。

流路の断面形状, 底こう配, 粗度のうち何れの変化においても現われる特異点の位置は, 底こう配の正負の如何を問わず, 仮想限界こう配 (i_c) 線と与えられた流路の底こう配 (i_g) 線との交点が特異点の位置であり, 且つ

交点の上流で $i_c > i_g$, 下流で $i_c < i_g$ であれば
支配断面であり

交点の上流で $i_c < i_g$, 下流で $i_c > i_g$ であれば
非支配断面である

故に, 若し与えられた流路の底こう配が一定値のとき, すなわち $di_g/dx=0$ であれば

$\frac{di_c}{dx} < 0$ のとき 支配断面であり

$\frac{di_c}{dx} > 0$ のとき 非支配断面である

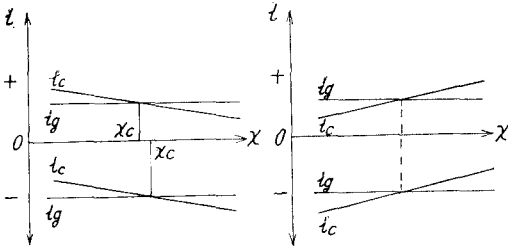


図-4

1-7. 仮想限界こう配による特異点の検出の例, 但し断面形 (幅) のみが変化する場合

以下に最も代表的な二形態を選んでその概要を調べることとする。簡単のために水深に比し充分に幅の広い長方形断面をとり幅の変化が上下流で極端でないとき, C は上下流を通じて一定とみなせるから, (9) 式は次のようになる。

$$i_c = \frac{g}{\alpha C^2} - \left(\frac{\alpha Q^2}{g b^5} \right)^{1/3} \left(\frac{db}{dx} \right)_c \quad (10)$$

1) 幅の広がる場合 (但し l_1, l_2 は l_0 に比し充分小さいものとする。)

(1) ① 点の上流, ② 点の下流で $db/dx=0$

よって $i_c = g/\alpha C^2 \dots \dots$ 一定

(2) ① 点の直下流近傍では, $b \div b_1$ で幅が近似的に最小とみなせるから第 2 項は最大, よって i_c は最小になる。

(3) 下流へくだるに従い, $b \rightarrow b_2$ (漸増) 従って次第に

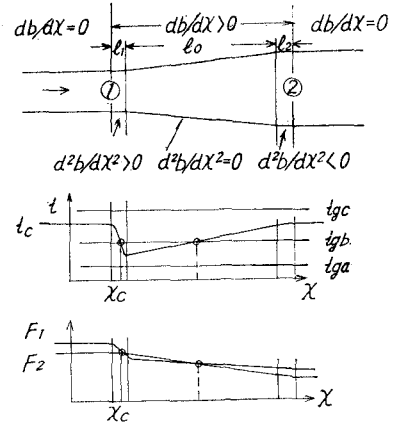


図-5

$g/\alpha C^2$ に近づく。

a: 従って ① の直下流で与えられたこう配 i_g が i_c より小であれば, 上下流を通じて流れは常流である。

b: 又 ① の直下流で, $i_c < i_g < g/\alpha C^2$ のときは, ① 点附近と ①~② の中間の 2 箇所に特異点が現われる。すなわち ① 点の附近で常流から射流に移する支配断面が現われその下流では共役関係に達した所で跳水を経て射流から常流に移することを表わしている。

c: ① の直上流で $i_g > i_c$ であれば上下流を通じて流れは射流である。

2) 幅の狭まる場合 (但し l_1, l_2 は l_0 に比し充分小さいものとする。)

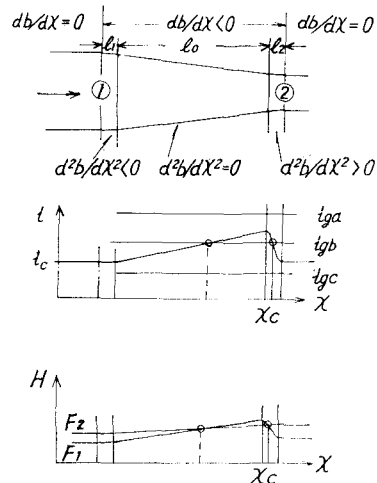


図-6

(1) ① 点の上流, ② 点の下流で $db/dx=0$

よって $i_c = g/\alpha C^2$

(2) ② 点の直上流近傍では $b \div b_2$ で幅が近似的に最小とみなせるから第 2 項は最大, よって i_c は最大となる。

(3) 上流へさかのぼるに従い $b \rightarrow b_1$ (漸増) 従って次第に $g/\alpha C^2$ に近づく。

a: 従って ② の直上流で与えられたこう配 i_g が i_c より大きければ上下流を通じて流れは射流である。

b: 又 ② の直上流で、 $i_c > i_g > g/\alpha C^2$ のときは、2 点附近と ①~② 間の中間との 2 箇所特異点が現われる。すなわち ①~② 間の中間では上流より射流で流れてきた水は共役関係に達した所で跳水を経て射流から常流に遷移し②点では常流より射流に遷移する支配断面が現われることを表わしている。

c: 尚 ① の直上流で $i_g < i_c$ であれば上下流を通じて流れは常流である。

2. 流量の増減にともなう特異点の変動について

仮想限界こう配は流量の関数であるから流量の増減により仮想限界こう配も変動する。従って与えられた流路のこう配値線とも交わったり交わらなかったり、或はその交点が移動したりするので、特異点の発生、移動、消滅について調べることが容易である。

いま (10) 式に於いて C をマンニング公式で表わすと、

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

ここで $R \doteq H$ とみなせるとき

$$R_c \doteq H_c = \left(\frac{\alpha Q^2}{g b^2} \right)^{1/3}$$

であるから、(10) 式は次のようになる。

$$i_c = \frac{n^2 \sqrt[3]{g^{10} b^2 / \alpha^{10}}}{Q^{2/9}} - \left(\frac{\alpha}{g b^5} \right)^{1/3} \left(\frac{db}{dx} \right)_c Q^{2/3} \tag{11}$$

又

$$\frac{di_c}{dQ} = - \frac{\frac{2}{9} n^2 \sqrt[3]{g^{10} b^2 / \alpha^{10}} - \frac{2}{3} \left(\frac{\alpha}{g b^5} \right)^{1/3} \left(\frac{db}{dx} \right)_c Q^{8/9}}{Q^{11/9}} \tag{12}$$

(11), (12) 式より i_c と Q の関係を調べたものは図-7 の通りである。なおこの基本的関係を利用して、底幅、底こう配、粗度等の境界特性別に、特異点の位置の流量の増減にともなう変動方向及び増減し続けるときの流れの状態を取りまとめたのが表-1 である (附記参照)。

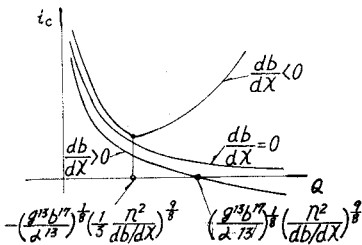


図-7

表-1 特異点の位置の変動方向

境界特性の変化の種類			流量の 増 減	特 異 点 の 種 類				流量が増減し 続けるときの 流れの種類	
				支 配 断 面		非 支 配 断 面			
				上 流	下 流	上 流	下 流		
断面形の変化	$db/dx>0$		増 減	○		○	○	射 常	流 流
	$db/dx<0$	$Q<A$	増 減	○		○	○	射 常	流 流
		$Q>A$	増 減		○(但し 変域内)	○(但し 変域内)		常 (但し射)	流* (但し変域内) 流
こう配の変化	小 → 大		増 減	○				射 常	流 流
	大 → 小		増 減			○	○	射 常	流 流
粗度の変化	小 → 大		増 減			○	○	射 常	流 流
	大 → 小		増 減	○	○			射 常	流 流

注 この表における A は $-\left(\frac{g^{13} b^{16}}{\alpha^{13}} \right)^{1/8} \left(\frac{1 n^2}{3 db/dx} \right)^{9/8}$

* 上下流水は射流となる。

3. 任意断面河道の不等流中に現われる 特異点の検出法

以上は境界特性三者のうち何れか一つだけが変化する場合にはつき最も取扱い易い水深に比し充分幅の広い長方形断面について調べたものであるが、実際に当面する河道の変化は複雑で特に自然河川の場合断面形と同時に底こう配、時には粗度までが不規則に変化している。このような河川について一般に用いられる水面追跡の方法は、(1)式を階差の形で表わした基礎式から出発した、標準逐次計算法、井田の方法、Escoffier-Raytchine-Chatelain 法等であるが、これらの計算の着手前に常流か射流かの判定のため特異点の検出に $F_1(xH)=0$, $F_2(xH)=0$ の交点を求めることはもはやその煩に堪えない所である。

即ち任意断面水路の不等流計算の基礎式⁴⁾は

$$Z_2 + H_2 + \frac{\alpha V_2^2}{2g} = Z_1 + H_1 + \frac{\alpha V_1^2}{2g} + h_f + h_e \quad (13)$$

ここに、

$$h_f = \left(\frac{n^2 V_1^2}{R_1^{4/3}} + \frac{n^2 V_2^2}{R_2^{4/3}} \right) \frac{\Delta x}{2}$$

h_e = 渦による損失水頭

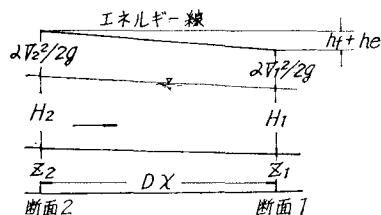


図-8

この基礎式から仮想等流水深曲線 $F_1(xH)=0$ を求める式を導けば、その定義により $H_2=H_1$ であるから

$$Z_2 + \frac{\alpha V_2^2}{2g} = Z_1 + \frac{\alpha V_1^2}{2g} + h_f + h_e \quad (14)$$

これを書きかえ、且つ簡単のため h_e を無視出来るものとする、

$$Z_2 - Z_1 + \alpha \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) - \left(\frac{1}{R_1^{4/3} A_1^2} + \frac{1}{R_2^{4/3} A_2^2} \right) n^2 Q^2 \Delta x = 0 \quad (15)$$

或は、

$$Z_2 - Z_1 + \left(\frac{\alpha \Delta A}{g} - \frac{S_m}{C^2} \Delta x \right) \frac{Q^2}{A_m^3} = 0 \quad (16)$$

ここに $\Delta A: A_1 - A_2$, $A_m: (A_1 + A_2)/2$, $S_m: (S_1 + S_2)/2$ この式より仮想等流水深曲線を描き、限界水深曲線との交点を求めた例の概形は次の図のようである (但し階差の式より求めたままの $F_1(xH)=0$ は階段形になるが、その水深は Δx 間の平均値であり且つ A_m の位置は Δx の 2

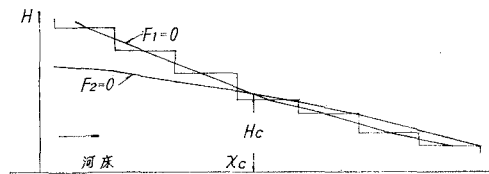


図-9

等分点であるとみなして $F_1(nH)=0$ の線を引いた)。

ここにおいて、 $F_2(xH)=0$ の曲線はともかく $F_1(xH)=0$ の曲線は最も簡単な $R \div H$ とみなせる長方形断面であっても、水深 H の 3 次式で与えられ試算によって求めなければならない。その他の任意断面形では $F_2(xH)=0$ の曲線をえがくのにも試算によらなければならないので、その煩雑さの程度がわかる。

このような河道に対して仮想限界勾配を用いる方法によれば、煩雑な $F_1(xH)=0$ の曲線を求めることを省き、 $F_2(xH)=0$ の曲線を求め、直ちに次のように仮想限界こう配を算出し、与えられた河道の底こう配と比較の上特異点を検出できる。

即ち前記 (13) 式の任意断面水路の不等流の基礎式において、 H, V を限界水深 H_c , 限界流速 V_c としそのときの R を R_c , h_f を h_{cf} , h_e を h_{ce} とすれば

$$Z_2 + H_{c2} + \frac{\alpha V_{c2}^2}{2g} = Z_1 + H_{c1} + \frac{\alpha V_{c1}^2}{2g} + h_{cf} + h_{ce} \quad (17)$$

ここに

$$h_{cf} = \left(\frac{n^2 V_{c1}^2}{R_{c1}^{4/3}} + \frac{n^2 V_{c2}^2}{R_{c2}^{4/3}} \right) \frac{\Delta x}{2}$$

h_{ce} = 渦による損失水頭

この基礎式を書きかえ、且つ簡単のため h_{ce} を無視できるものとし底こう配を求める式に変形すると

$$i_{cm} = \frac{Z_2 - Z_1}{\Delta x} = \left(\frac{\Delta Z}{\Delta x} \right)_c$$

とおけば

$$i_{cm} = \left\{ H_{c1} - H_{c2} + \alpha \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{A_{c1}^2} - \frac{1}{A_{c2}^2} \right) \right\} \frac{1}{\Delta x} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{c1}^{4/3} A_{c1}^2} + \frac{1}{R_{c2}^{4/3} A_{c2}^2} \right) n^2 Q^2 \quad (18)$$

或は、

$$i_{cm} = \left(\Delta H_c - \frac{\alpha \Delta A_c}{g} \frac{Q^2}{A_{cm}^3} \right) \frac{1}{\Delta x} + \frac{S_{cm} Q^2}{C^2 A_{cm}^3} \quad (19)$$

ここに

$$\Delta H_c: H_{c1} - H_{c2}, \quad \Delta A_c: A_{c1} - A_{c2}$$

$$A_{cm}: (A_{c1} + A_{c2})/2, \quad S_{cm}: (S_{c1} + S_{c2})/2$$

階差の形では離れた 2 点 Δx 間の平均こう配を与えるものであるが、このこう配を任意断面仮想限界こう配と仮称することにする。然るに前記、1-6 の通り特異点を離れた

仮想限界こう配は与えられた水路のこう配より大きい小さいかであるから、2点間の平均こう配も必ず大きい小さいかということになる。

故に i_g を与えられたこう配とし続いて求めた2点間の i_{cm} を、上流側のそれを i_{cm2} 、下流側のそれを i_{cm1} とすれば、

$i_{cm2} > i_g > i_{cm1}$ のとき 支配断面
 $i_{cm2} < i_g < i_{cm1}$ のとき 非支配断面

である。実際の計算にあたってはその河道の水理計算に必要とされる精度や境界特性の変化の状況によって、適宜の Δx が採用されるべきであるが、この方法を用いてこう配値の交点を検出した例の概形は次の図のようである（但し階差の式で求めたままの i_{cm} は階段形になるがその i_{cm} は Δx 間の平均値であり且つ A_m の位置は Δx の2等分点にあるとみなして i_c の値の線を引いた）。

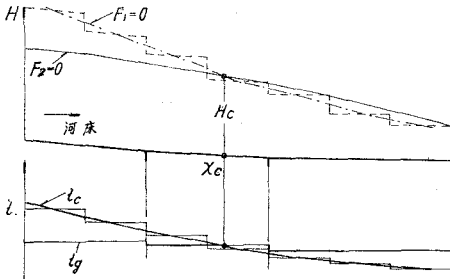


図-10

4. 附 記

4-1. 仮想等流水深と底こう配の関係

1-2の特異点、1-5の特異点外の i と i_c との関係等における特に図-3の場合に関連して、仮想等流水深と底こう配との関係を調べる。

いま(4)式の分子の項を次のように書きかえ

$$i = \frac{Q^2}{C^2 H^3 b^5} - \frac{\alpha Q^2}{g H^2 b^3} \frac{db}{dx} \quad (20)$$

ここで幅 b なる断面で Q , db/dx が夫々既知量として、 H の変化に対する i の変化の割合を調べると

$$\frac{di}{dH} = \frac{Q^2 \left(2\alpha C^2 \frac{db}{dx} h - 3gb \right)}{C^2 g b^3 h^4} \quad (21)$$

いま $db/dx > 0$ のときは

$$H > \frac{3}{2} \frac{gb}{\alpha C^2 db/dx} \quad \text{で} \quad \frac{di}{dH} > 0 \quad (A)$$

$$0 < H < \frac{3}{2} \frac{gb}{\alpha C^2 db/dx} \quad \text{で} \quad \frac{di}{dH} < 0 \quad (B)$$

$$\lim_{H \rightarrow 0} \text{で} \quad i = \infty \quad \lim_{H \rightarrow \infty} \text{で} \quad i = -0$$

よって、 i が正の範囲内、及び i が負でも H が上記(B)の範囲内であれば、任意の H_1, H_2 において、 $H_1 < H_2$ の

とき $i_1 > i_2$ の関係にある。又 H が上記(A)の範囲内であれば、任意の H_1, H_2 において、 $H_1 < H_2$ のとき $i_1 < i_2$ の関係にある(図-11参照)。

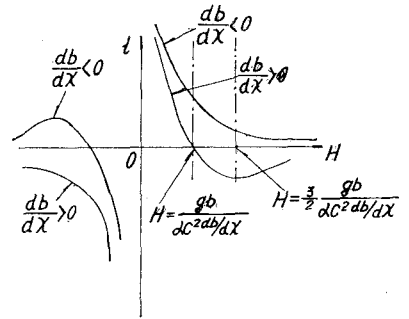


図-11

そして図からも判るように

$$H > \frac{gb}{\alpha C^2 db/dx} \quad (C)$$

のときは常に負である。そしてその最低値は

$$i = -\frac{4}{27} \left(\frac{\alpha^3 Q^2 C^4 \left(\frac{db}{dx} \right)^2}{g^3 b^5} \right) \quad (D)$$

である。この値と $i=0$ の間には H が2値存在するが H が上記(B)に該当するとき i の正負に関係なく図-2の場合となり、 H が上記(A)に該当するとき図-3の場合となる。

また $db/dH < 0$ のときは di/dH は常に正であるから、任意の H_1, H_2 において $H_1 < H_2$ のとき $i_1 > i_2$ の関係にある。

限界流のときは $H=H_c$ は Q により定まるから上記(C)式に

$$H_c = \left(\frac{\alpha Q^2}{g b^2} \right)^{1/3}$$

の関係を代入すると

$$\left(\frac{\alpha Q^2}{g b^5} \right)^{1/3} \left(\frac{db}{dx} \right)_c > \frac{g}{\alpha C^2}$$

のとき仮想限界こう配は負の値をとることになる。

4-2. 境界特性別の流量の増減にともなう特異点の変動について

① 底こう配だけが変る場合

1) 小さいこう配から大きいこう配に変る場合

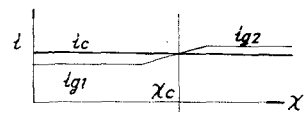


図-12

$i_{g1} < i_c < i_{g2}$ のとき支配断面を持った特異点が現われる。 Q の増減にともなう特異点の変動は

a) $Q \rightarrow$ 大のとき, $i_c \rightarrow$ 小 (流路の何れの点でも) よってこの特異点は上流へさかのぼりやがては上下流を通じて射流となる。

b) $Q \rightarrow$ 小のとき, $i_c \rightarrow$ 大 よってこの特異点は下流へくだりやがて上下流を通じて常流となる。

2) 大きいこう配から小さいこう配に変る場合

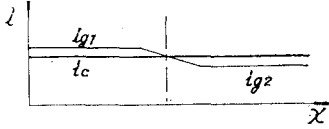


図-13

$i_{g1} > i_c > i_{g2}$ のとき非支配断面の特異点が現われる。

Q の増減にともなう特異点の変動は

a) $Q \rightarrow$ 大のとき, $i_c \rightarrow$ 小 よってこの特異点は下流へくだりやがて上下流を通じて射流となる。

b) $Q \rightarrow$ 小のとき, $i_c \rightarrow$ 大 よってこの特異点は上流へさかのぼりやがて上下流を通じて常流となる。

② 粗度だけが変わる場合

n_1 のときの i_c を i_{c1} , n_2 のときの i_c を i_{c2} とすれば $n_1 > n_2$ のとき $i_{c1} > i_{c2}$ であることは (11) 式より明確である。

1) 大きい n_1 から小さい n_2 に変る場合

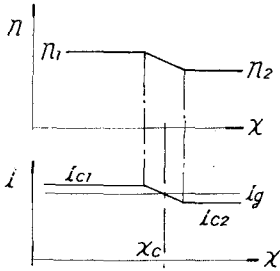


図-14

$i_{c1} > i_g > i_{c2}$ のとき支配断面を持つ特異点が現われる。

Q の増減による特異点の変動は

a) $Q \rightarrow$ 大のとき, $i_c \rightarrow$ 小 (流路の何れの点でも) よってこの特異点は上流へさかのぼりやがては上下流を通じて射流となる。

b) $Q \rightarrow$ 小のとき, $i_c \rightarrow$ 大 よってこの特異点は下流へくだりやがて上下流を通じて常流となる。

2) 小さい n_2 から大きい n_1 に変る場合

$i_{c2} < i_g < i_{c1}$ のとき, 非支配断面の特異点が現われる。

Q の増減による特異点の変動は

a) $Q \rightarrow$ 大のとき, $i_c \rightarrow$ 小 よってこの特異点は下流へくだりやがて上下流を通じて射流となる。

b) $Q \rightarrow$ 小のとき, $i_c \rightarrow$ 大 よってこの特異点は上流へさかのぼりやがては上下流を通じて常流となる。

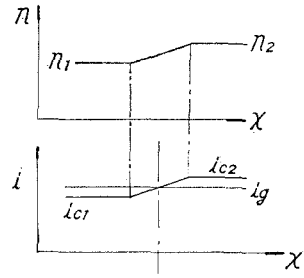


図-15

③ 底幅のみが変化する場合

1) $db/dx > 0$ のとき

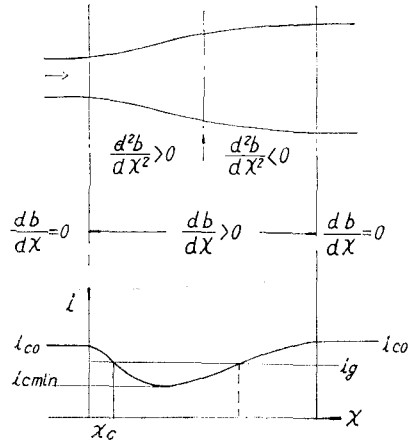


図-16

$i_{c0} > i_g > i_{c \min}$ のとき上流側に支配断面の, 下流側に非支配断面の特異点が現れるが

Q の増減による特異点の変動は

a) $Q \rightarrow$ 大のとき, $i_c \rightarrow$ 小 (流路の何れの点でも) よって支配断面は上流へ非支配断面は下流へ移動しやがて上下流を通じて射流となる。

b) $Q \rightarrow$ 小のとき, $i_c \rightarrow$ 大 よって支配断面は下流へ非支配断面は上流へ移動しやがて上下流を通じて常流となる。

2) $db/dx < 0$ のとき

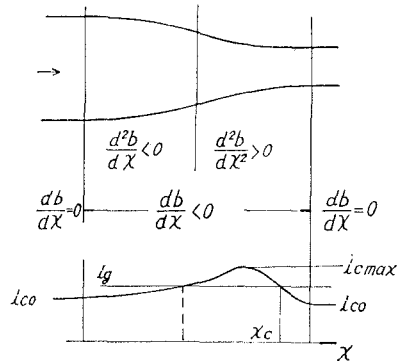


図-17

$i_{c0} < i_g < i_{c\max}$ のとき上流側に非支配断面の、下流側に支配断面の特異点が現われるが、 Q の増減による特異点の変動は

2)-1.

$$Q < - \left(\frac{g^{13} b^{17}}{\alpha^{13}} \right)^{1/8} \left(\frac{1}{3} \frac{n^2}{db/dx} \right)^{9/8} \text{ のとき}$$

a) $Q \rightarrow$ 大 のとき、 $i_c \rightarrow$ 小 より、非支配断面は下流へ支配断面は上流へ移動しやがては両特異点は一致して上下流を通じて射流となる場合がある。

b) $Q \rightarrow$ 小 のとき、 $i_c \rightarrow$ 大 より、非支配断面は上流へ支配断面は下流へ移動しやがて上下流を通じて常流となる。

2)-2.

$$Q > - \left(\frac{g^{13} b^{17}}{\alpha^{13}} \right)^{1/8} \left(\frac{1}{3} \frac{n^2}{db/dx} \right)^{9/8} \text{ のとき}$$

a) $Q \rightarrow$ 大 のとき、 $i_c \rightarrow$ 大 より、非支配断面は上流へ支配断面は下流へ移動するが等幅部が $Q \rightarrow$ 大 のとき $i_c \rightarrow$ 小 のため特異点は変化部起終点を越えることはない。

b) $Q \rightarrow$ 小 のとき、 $i_c \rightarrow$ 小 より、非支配断面は下流へ支配断面は上流へ移動しやがては両特異点は一致して上下流を通じて射流となる場合がある。

2)-1, 2)-2 からみると、流量を極めて小さい値から次第に増して行くと初めは常流であったものが特異点が現われ更に増すといちど射流になり尚増すと再びまえと同じ特異点が現われることを知る。

5. 結 語

仮想限界こう配を用いて流量の増減にともなう特異点の位置の変動を調べたがそのうち注目すべきこととして次の事項が明らかになった。

1. 断面の漸拡の場合支配断面は流量が増すとき上流へ、減るとき下流へ変動し、非支配断面はこの逆である。

また流量が増、或は減じ続けるとき特異点は消滅する。なおこの関係は、こう配、粗度の変化の場合と共通する。

2. 断面の漸縮の場合特定量以下のときは上記 1. の場合と同じであるが、特定量以上のときは上記 1. の場合と全く逆である。また流量が無限小から無限大の範囲内においては同じ特異点が現われる流量が 2 値ある。なお流量が減じ続けるとき特異点は消滅するが、増大し続けるときは消滅することはない。

仮想限界こう配 (仮称) を用いる特異点の検出法については次のようなことがいえる。

1. 仮想等流水深曲線、限界水深曲線の交点を求める方法より一般に計算は容易で、特に階差の式形から出発した計算法を用いるような任意断面の場合作業は極めて容易である。

2. 特異点の現われる断面形状の変化部で流れの種類を規制しようとする場合 (常流、射流或は限界流に) 断面変化、こう配、粗度三者の組合せを適宜選ぶ指針を与える。

最後にこの研究の遂行に当り貴重な時間をさかれて御懇篤な指導を賜った、北海道大学教授 岸 力 博士に厚く御礼申し上げると共に、この問題に関し専心研究する機会と諸資料並びに御指導を与えて頂きました、本庁砂防災害課課長 菅原敏夫、主任技師 川名信、網走土木現業所所長 佐藤琢美の方々に対して、深く感謝の意を表する次第であります。

参 考 文 献

- 1) 本間 仁: 水理学, 丸善 KK, 昭和 42 年 5 月 30 日.
- 2) 岩佐義朗: 幅の漸変する水路における水流の遷移現象と境界特性との関連に関する理論的研究. 水理学, 朝倉書店, 昭和 42 年 8 月 30 日.
- 3) 本間 仁・安芸俊一編: 物部水理学. 岩波書店, 1962.
- 4) 水理公式集: 土木学会, 昭和 38 年.
- 5) 本間 仁: 流量計算法. 実教出版 KK, 昭和 30.
- 6) 岩佐義朗: 開水路流れの基礎理論. 水工学シリーズ 64-01, 土木学会, 水理委員会, 1964.