

曲線格子桁の横桁本数による荷重分配性状について

正員 稼 農 知 徳*

学生員 ○佐 伯 昇**

1. ま え が き

先の曲線格子桁の主桁と横桁の連結条件による荷重分配性状について¹⁾の論文は主桁と横桁の連結条件が格点において、ヒンヂ結合した場合と剛な結合にした場合の荷重分配性状について調べ経済的設計のための資料を求めたものである。その結果その構造に基づいた解析法によって設計しなければならないことが分った。さて、本論文は実在橋梁の曲線格子桁において主桁と横桁とを剛に連結した構造に設計するのが多数であるのでこの剛な連結に限定し、横桁の本数を増やし、又一般的なI形断面と箱形断面に分けて解析を行なった。

I形断面の場合曲げねじりによる応力が大きくなるので、この点から分配性状も違ったものになると思われる。又本数についてはどのくらいが経済的あるかを考察したものである。

2. 理論の概要

曲げねじりを考慮した曲線桁²⁾を基本系にして曲線格子桁を解析するのであるが、剛な連結であるので横桁の中央で切断して、せん断力と曲げモーメントを不静定力とし挿入し解析する。この場合主桁3本、横桁1本の場合の仕事方程式の係数を基本にして横桁 n 本の場合の係数を計算する。ここで仕事方程式の係数を δ_{mn} とすると、 δ_{mn} は不

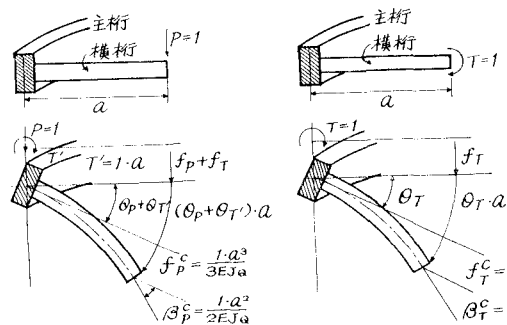


図-1 a. 不静定力 $P=1$ が かかった場合の変形 図-1 b. 不静定力 $T=1$ が かかった場合の変形

静定力 $X_m=1$ による変形と不静定力 $X_n=1$ による力との間でなす仕事である。

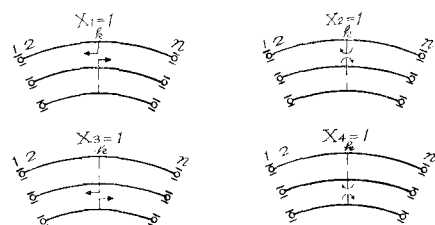


図-2 横桁1本の場合の不静定力

点 k に横桁1本のある場合の弾性方程式の係数

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= f_{PT'kk}^1 + \theta_{PT'kk}^1 \times a + f_{PT'kk}^2 - \theta_{PT'kk}^2 \times a + 2f_k^c \\ \delta_{21} &= f_{Tkk}^1 + \theta_{Tkk}^1 \times a + f_{Tkk}^2 - \theta_{Tkk}^2 \times a \\ \delta_{31} &= -f_{PT'kk}^2 + \theta_{PT'kk}^2 \times a \\ \delta_{41} &= -f_{Tkk}^2 + \theta_{Tkk}^2 \times a \\ \delta_{22} &= \theta_{Tkk}^1 + \theta_{Tkk}^2 + 2\beta_k^c \\ \delta_{32} &= -\theta_{PT'kk}^2 \\ \delta_{42} &= -\theta_{Tkk}^2 \\ \delta_{33} &= f_{PT'kk}^2 + \theta_{PT'kk}^2 \times a + f_{PT'kk}^3 - \theta_{PT'kk}^3 \times a + 2f_k^c \\ \delta_{43} &= f_{Tkk}^2 + \theta_{Tkk}^2 \times a + f_{Tkk}^3 - \theta_{Tkk}^3 \times a \\ \delta_{44} &= \theta_{Tkk}^2 + \theta_{Tkk}^3 + 2\beta_k^c \end{aligned}$$

一般に $\delta_{mn} = \delta_{nm}$ であるからこれで十分である。

$$[A_k] = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{24} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} & \delta_{34} \\ \delta_{41} & \delta_{42} & \delta_{43} & \delta_{44} \end{pmatrix}$$

横桁 $n-2$ 本ある場合の弾性方程式の係数

最左端にある横桁から図-3の不静定力の順番に $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{4n-8}$ と表示すると異なる横桁における弾性方程式の係数は

$$\begin{aligned} \delta_{4i-7, 4j-7} &= f_{PT'j6}^1 + \theta_{PT'j6}^1 \times a + f_{PT'j6}^2 - \theta_{PT'j6}^2 \times a \\ \delta_{4i-7, 4j-6} &= f_{Tj6}^1 + \theta_{Tj6}^1 \times a + f_{Tj6}^2 - \theta_{Tj6}^2 \times a \\ \delta_{4i-7, 4j-5} &= -f_{PT'j6}^2 + \theta_{PT'j6}^2 \times a \\ \delta_{4i-7, 4j-4} &= -f_{Tj6}^2 + \theta_{Tj6}^2 \times a \end{aligned}$$

* 北海道大学工学部助教授 工修

** 北海道大学大学院

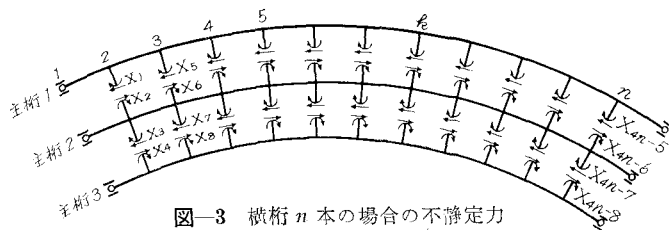


図-3 横桁 n 本の場合の不静定力

$$\begin{aligned}
 \delta_{4i-6, 4j-7} &= \theta_{PT'jk}^1 + \theta_{PT'jk}^2 \\
 \delta_{4i-6, 4j-6} &= \theta_{Tjk}^1 + \theta_{Tjk}^2 \\
 \delta_{4i-6, 4j-5} &= -\theta_{PT'jk}^2 \\
 \delta_{4i-6, 4j-4} &= -\theta_{Tjk}^2 \\
 \delta_{4i-5, 4j-7} &= -f_{PT'jk}^2 - \theta_{PT'jk}^2 \times a \\
 \delta_{4i-5, 4j-6} &= -f_{Tjk}^2 - \theta_{Tjk}^2 \\
 \delta_{4i-5, 4j-5} &= f_{PT'jk}^2 + \theta_{PT'jk}^2 \times a + f_{PT'jk}^3 - \theta_{PT'jk}^3 \times a \\
 \delta_{4i-5, 4j-4} &= f_{Tjk}^2 + \theta_{Tjk}^2 + f_{Tjk}^3 - \theta_{Tjk}^3 \\
 \delta_{4i-4, 4j-7} &= -\theta_{PT'jk}^2 \\
 \delta_{4i-4, 4j-6} &= -\theta_{Tjk}^2 \\
 \delta_{4i-4, 4j-5} &= \theta_{PT'jk}^2 + \theta_{PT'jk}^3 \\
 \delta_{4i-4, 4j-4} &= \theta_{Tjk}^2 + \theta_{Tjk}^3
 \end{aligned}$$

便宜上これを B_{ij} とする。

ここで $i=2 \sim n-1$, $j=i+1 \sim n-1$, $f_{PT'jk}^1$ は主桁 1 の点 i に垂直荷重 $P=1$ と振りモーメント $T'=1 \cdot a$ がかった場合の j 点の撓み。

f_{Tjk}^2 は点 k の横桁を中央で切断した場合の $P=1$ がかった時の片持梁の撓み。

$\theta_{PT'kk}^2$ は主桁 2 の点 k に垂直荷重 $P=1$ と振りモーメント $T'=1 \cdot a$ がかった場合の k 点の振り角。

θ_{Tjk}^3 は主桁 3 の点 i に振りモーメント $T=1$ がかった場合の点 j の振り角。

β_{Tjk}^2 は点 k の横桁を中央で切断した場合の $T=1$ がかった時の片持梁の撓み角。

f_{Tkk}^3 は主桁 1 の点 k に振りモーメント $T=1$ がかった場合の点 k の撓み。

$$T' = -T''$$

A_k と B_{ij} を順番よく並べると係数マトリックスとなる。

今 δ_{m0} を基本系における $X_m=1$ による垂直変位図とすると $n-2$ 本の横桁の不静定力の数は $4n-8$ となるから不静定力は

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_{4n-8} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_2 & & \\ & B_{ij} & \\ & & A_{n-1} \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -\delta_{10} \\ \vdots \\ -\delta_{4n-80} \end{pmatrix}$$

となる。点 x の断面力及び変形の影響面 „ S_x ” は

$$„S_x” = „S_{x0}” + \sum S_{xn} \cdot X_n$$

ここで S_{xn} は基本系における $X_n=1$ による断面力図及び変形図の点 x における値である。

3. 数値計算及び考察

主桁 3 本, 横桁 2 本, 3 本, 5 本, 11 本の曲げねじりを考慮した曲線格子桁上を $P=1$ が働く時の荷重分配の相違について比較するために曲げモーメント, 曲げねじりモーメント, 撓み, 振り角について数値計算を行なった。

今半径 $r_1=34$ m, $r_2=32$ m, $r_3=30$ m, 中心角 $\alpha=60^\circ$, 断面 2 次モーメント主桁 3 本とも $J_x=0.02$ [m⁴] を共通として,

I 形断面 箱形断面

振り抵抗: $J_T=6 \times 10^{-6}$ $J_T=3 \times 10^{-2}$ [m⁴]

曲げ振り抵抗: $J_W=1 \times 10^{-4}$ $J_W=2 \times 10^{-3}$ [m⁶]

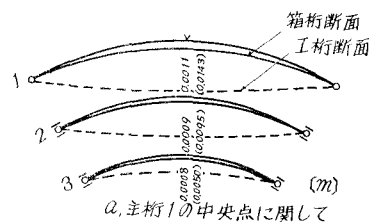
横桁断面 2 次モーメント $J_Q=2 \times 10^{-2}, 2 \times 10^{-3}, 2 \times 10^{-4}, 2 \times 10^{-5}, 1 \times 10^{-8}$ [m⁴] まで変化させた。

3-1.

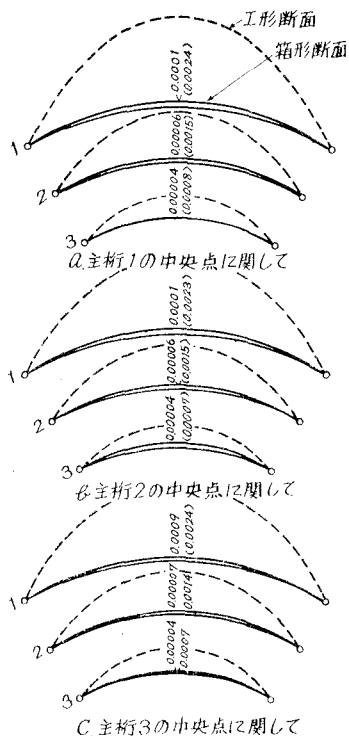
図-4, 図-5, 図-6, 図-7 は $P=1$ が各主桁の中央点に載荷した場合の断面力及び変位図であると同時に中央点に関する影響線でもある。箱桁と I 形とは同じ断面 2 次モーメントを持ちながら箱桁は撓みで $1/10$, 振り角で $1/20$, 曲げモーメント $1/3$, 曲げねじりモーメントで $1/20$, I 形より小さい事がわかる。これは当然ながら Box-section はねじり剛性が大きいからである。

3-2.

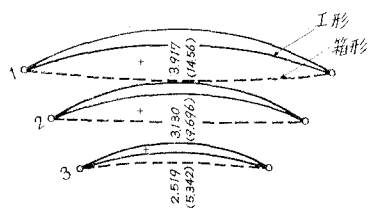
図-8, 図-9, 図-10, 図-11 は I 形断面で横桁本数を 2 本, 3 本, 11 本をもち, 主桁の断面 2 次モーメントと横桁の断面 2 次モーメントの比 J_Q/J_x を 1 から 0.001 まで変化させて, 撓み, 振り角, 曲げモーメント, 曲げねじりモーメントを 1 本の曲線桁の値で割った比である。断面力及び変形は本数が増えるほど 1 本の曲線桁との比は減少するが横桁の剛性についてはある程度の曲げ剛性をもっていればその影響はないといえる。ただし曲げモーメントの外桁は本数が増すと逆に増加しているが, これは I 断面は曲げねじりによる応力が大きくエネルギーが曲げねじりの分配をよくするように流れ, 曲げモーメントは他の桁の分をも負担するように流れているのである。



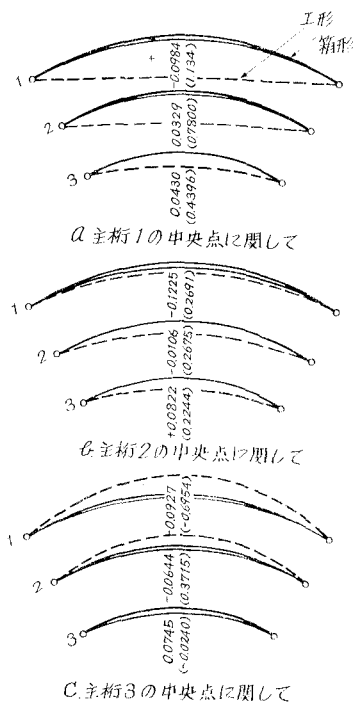
図—4 横桁5本の撓みの影響線



図—5 横桁5本の捩り角の影響線



図—6 横桁5本の曲げモーメント影響線



図—7 横桁5本の曲げねじりの影響線

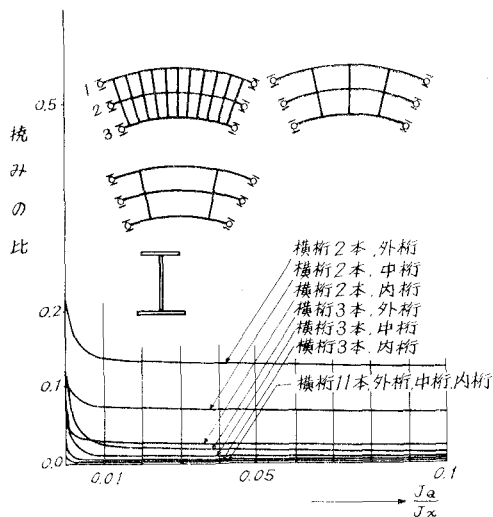


図-8 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点の撓みと1本桁との比

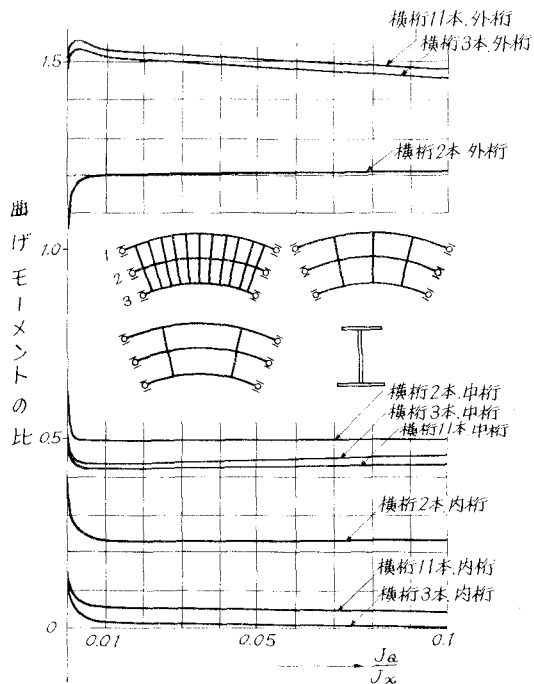


図-10 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点の曲げモーメントと1本桁との比

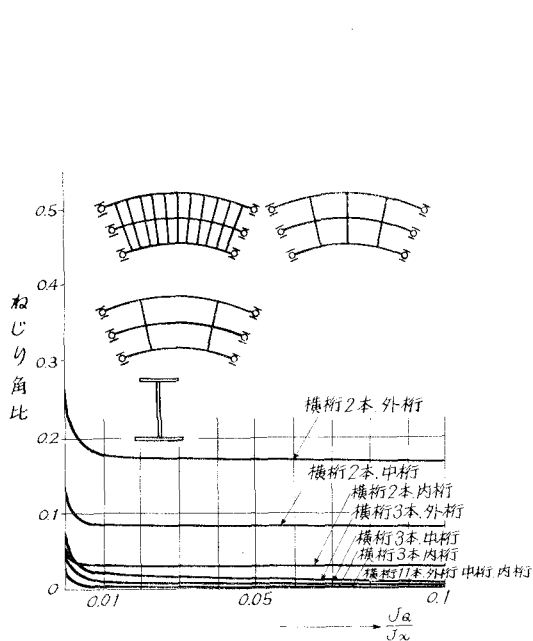


図-9 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点のねじり角と1本桁との比

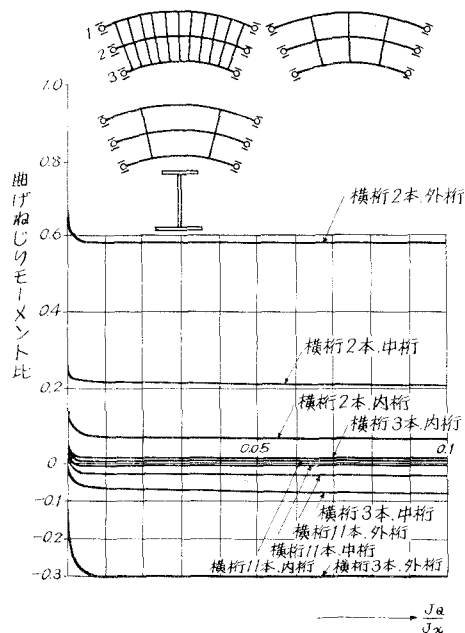


図-11 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点の曲げねじりモーメントと1本桁との比

3-3.

図-12, 図-13, 図-14, 図-15 は箱形断面の場合である。
この場合 I 形断面と全く同じことがいえるが, 曲げねじり
モーメントの影響が少ないので曲げモーメントの分配もよ
くなっている。

3-4.

図-16, 図-17, 図-18, 図-19 は I 形断面で横軸に横桁本
数, 縦軸に 1 本の曲線桁の値で割った比をとっている。横

桁 3 本以上ではほとんど変化がなく支間中央に横桁 1 本を
配置し, 他には 2~4 本を適当間隔に用いればよいことが
分る。I-section の場合曲げねじりの影響が大きいから 5~
7 本が適当である。

3-5.

図-20, 図-21, 図-22, 図-23 は箱形断面の場合である。
この場合は I 形断面と違って支間中央に横桁 1 本を配置す
るのみで十分であることを示している。

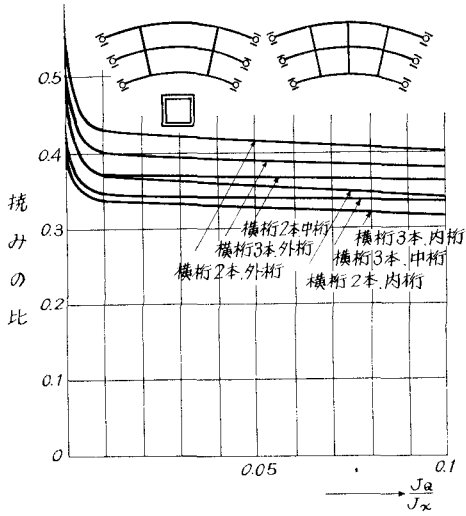


図-12 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した
時の載荷点の撓みと 1 本桁との比

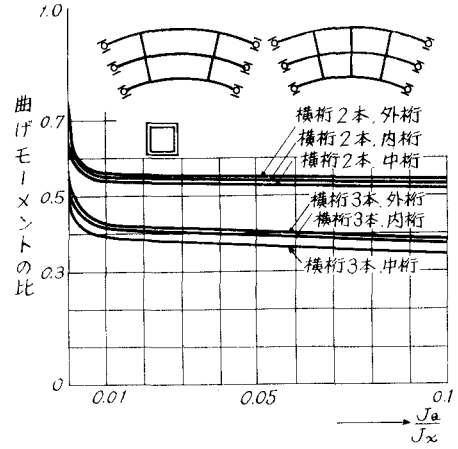


図-14 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した
時の載荷点の曲げモーメントと 1 本桁との比

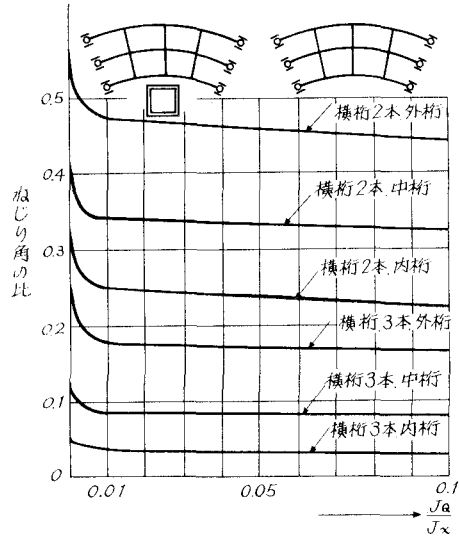


図-13 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した
時の載荷点のねじり角と 1 本桁との比

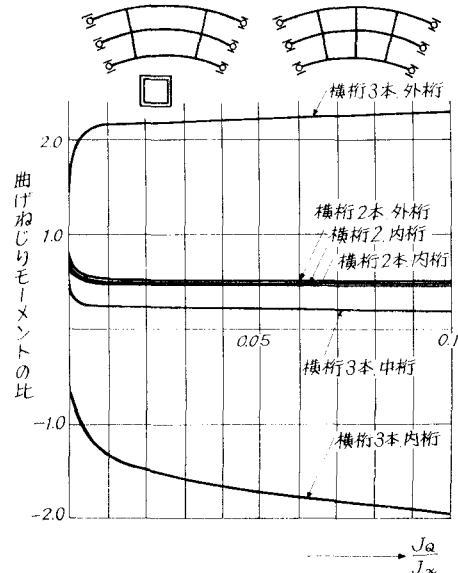


図-15 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した
時の載荷点の曲げねじりモーメントと 1 本桁
との比

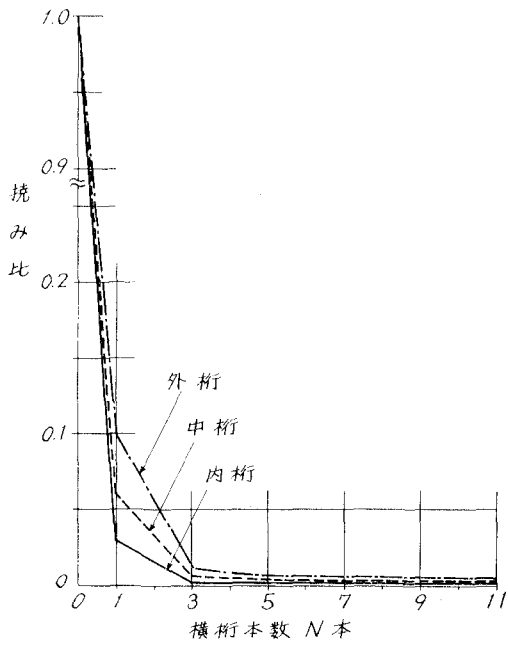


図-16 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点のねじり (開き断面の場合)

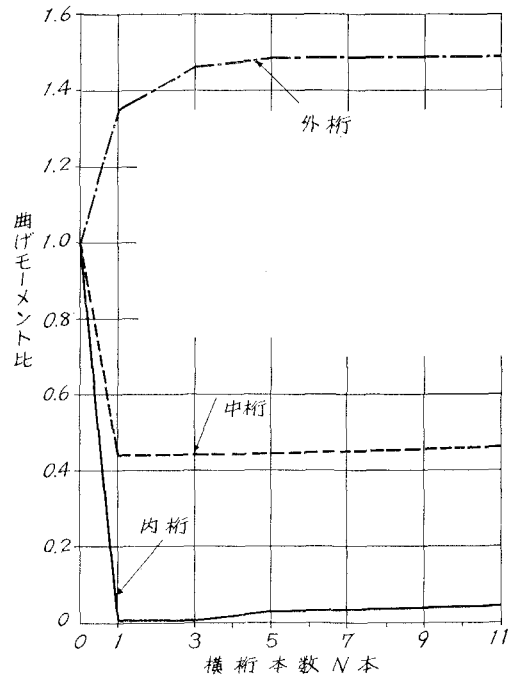


図-18 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点の曲げモーメント (開き断面の場合)

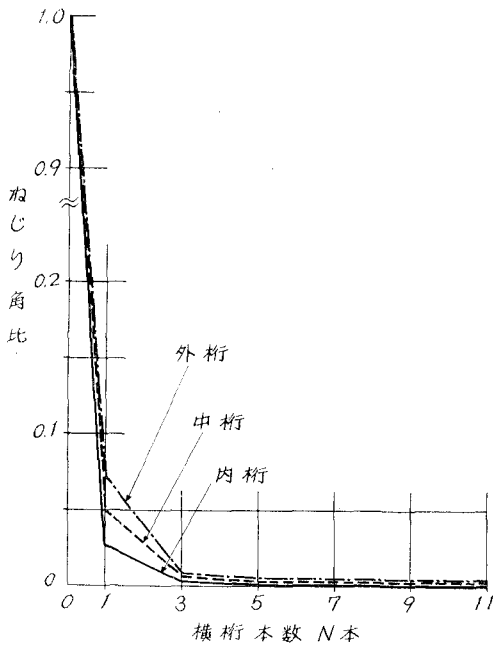


図-17 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点のねじり角 (開き断面の場合)

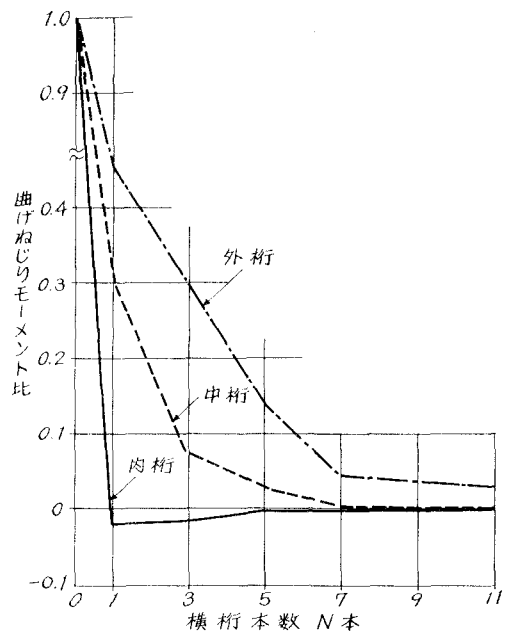


図-19 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点の曲げねじりモーメント (開き断面の場合)

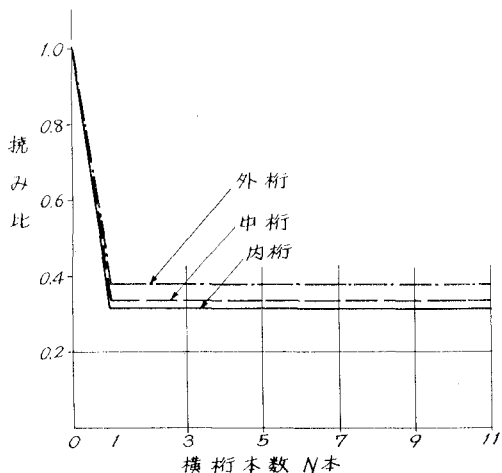


図-20 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点の挠み (閉じ断面の場合)

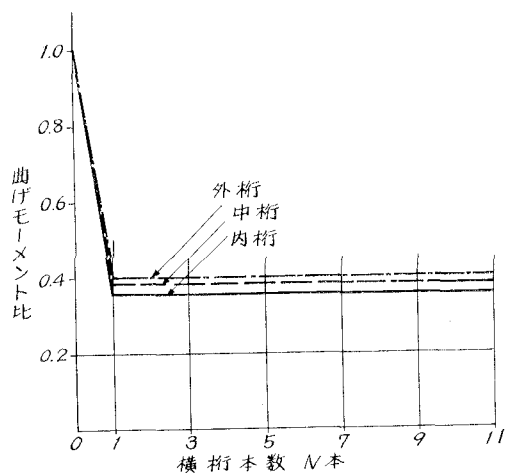


図-22 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点の曲げモーメント (閉じ断面の場合)

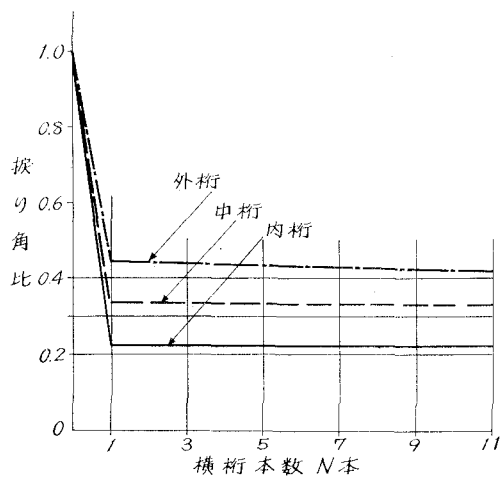


図-21 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点の捩り角 (閉じ断面の場合)

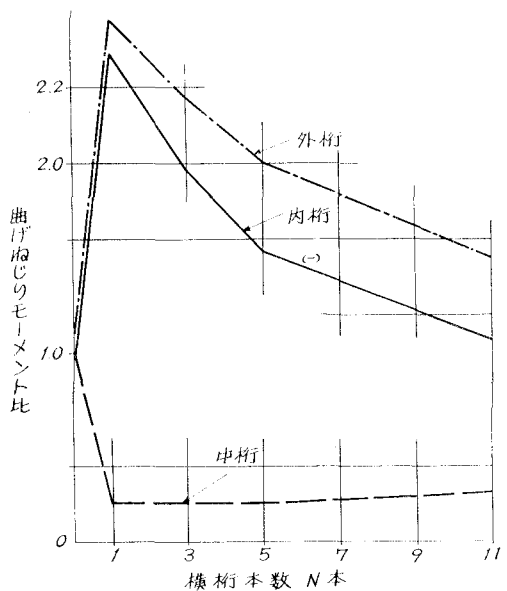


図-23 垂直荷重 $P=1$ を各主桁支間中央に載荷した時の載荷点の曲げねじりモーメント (閉じ断面の場合)

4. あとがき

曲線格子桁で I 形断面の場合、曲げモーメントについては曲げ剛性の大きい部分に応力が集中することは分っているが、横桁の本数を増してもその負担量は逆に増している。この時曲げねじりの影響について配慮することはもちろんである。全般的に横桁の本数は支間中央に 1 本、他に適当間隔で 2~4 本配置すればよいことが分った。

おわりに、本論文作成にあたって助言下さった北大工博渡辺教授に謝意を表します。

参考文献

- 1) 稼農・佐伯：「曲線格子桁の主桁と横桁の連結条件による荷重分配性状について」，第 22 回土木学会年次学術講演会，I-121，昭和 42 年 5 月。
- 2) 稼農知徳：「曲げねじりを考慮した曲線格子桁の荷重分配性状について」，技術資料第 23 号，昭和 42 年 2 月。