

# 曲線連続桁の曲げねじり特性について

正員 渡辺昇\*  
学生員 ○佐藤浩一\*\*

## 1. まえがき

さきに曲線連続桁の曲げねじり特性について発表した論文<sup>1)</sup>は垂直集中荷重  $P=1$  が移動する時の開き断面についての曲げねじり特性である。しかし実際の橋梁においてはねじり抵抗  $I_T$  が大きく、曲げねじり抵抗  $C_M$  が小さい閉じ断面(箱断面)が多く用いられている。そこで曲げねじりを考慮した閉じ断面を解析し、次いでそれを用いて箱断面の曲線連続桁の曲げねじり特性について考察しようとするものである。

曲げねじりを考慮した曲線桁の理論解析は文献<sup>2)</sup>に詳しく述べられており、また反り(二次)剪断応力の変形に及ぼす影響を考慮した曲線桁の理論式は文献<sup>3)</sup>に述べられている。計算方法については文献<sup>4)</sup>に詳細に説明されている。

今回はこれら理論式を用いて、開き断面の場合と閉じ(箱)断面の場合、また反り(二次)剪断応力の変形に及ぼす影響を無視した場合と考慮した場合とを垂直集中荷重  $P=1$  と集中ねじり荷重  $T=1$  が桁の上を移動する時に断面力としての曲げモーメント ( $M$ )、全ねじりモーメント ( $T$ )、曲げねじりモーメント ( $W$ )、一次ねじりモーメント ( $T_1$ )などがどのように変化するかを電子計算のためにプログラム化して、電子計算により影響線を求めて比較検討してみたのが本報文である。

## 2. 假定および記号

仮定として一軸対称開きおよび閉じ断面で支間方向断面が定断面の薄肉曲線連続桁とし、桁は変形のない状態では平面的にのみ曲線であり、断面形は保持される、全支間にわたって一定の曲げ剛性 ( $EI$ )、一定のねじり剛性 ( $GI_T$ )、一定の曲げねじり剛性 ( $EC_M$ ) を有するものとする。

またここで用いる記号について主なものをあげると次のとおりである。

- $A$ : 断面積 [ $m^2$ ]
- $E$ : ヤング率 [ $t/m^2$ ]
- $G$ : 剪断弾性係数 [ $t/m^2$ ]

$I$ : 断面二次モーメント [ $m^4$ ]

$I_T$ : ねじり抵抗 [ $m^4$ ]

$C_M$ : 曲げねじり抵抗 [ $m^6$ ]

$EI$ : 曲げ剛性 [ $t \cdot m^2$ ]

$GI_T$ : ねじり剛性 [ $t \cdot m^2$ ]

$EC_M$ : 曲げねじり剛性 [ $t \cdot m^4$ ]

$I_c$ : 剪断中心に関する断面極モーメント [ $m^4$ ]

$\phi$ : 中心角 [ラジアン]

$R$ : 半径 [m]

$$k = \frac{EI}{GI_T}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \lambda^2}$$

$$\lambda = \sqrt{\mu \cdot \frac{GI_T}{EC_M}} \cdot R \quad (\text{閉じ断面の場合})$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{GI_T}{EC_M}} \cdot R \quad (\text{開き断面の場合})$$

$M$ : 曲げモーメント [ $t \cdot m$ ]

$T$ : 全ねじりモーメント [ $t \cdot m$ ]

$W$ : 曲げねじりモーメント [ $t \cdot m^2$ ]

$T_1$ : 一次ねじりモーメント [ $t \cdot m$ ]

$$\mu = 1 - \frac{I_T}{I_c} \quad \text{ただし } 0 < \mu < 1$$

ここで  $\mu$  は反りによる剪断応力の変形に及ぼす影響を考慮する時の反り剪断修正係数である。直線桁において従来の一般に適用される基本微分方程式はいわゆる Wagner 理論と言われているものであり、この理論では反りによる剪断応力の変形に及ぼす影響を考慮していない。即ち曲げねじり理論(古典理論)は微分方程式をつくるに当たり、応力と反りに伴う垂直応力による変形のみを考え、反り(二次)剪断応力の変形に及ぼす影響を無視している。そして外荷重と断面力のつり合いの関係においてのみ Saint Venant の一次的な抗抵ねじりモーメントと二次的な抗抵ねじりモーメントの合成したものが桁に働くねじり荷重に等しくなるとしている。直線桁においてこの反りによる剪断応力の変形に及ぼす影響を考慮した理論式を Benscoter 及び Heilig が別々な方法で導いている。これらの理論式

\* 北海道大学教授 工博

\*\* 北海道大学大学院

において従来の古典理論と異なっている仮定は反りによる剪断応力の働きによりねじり角変位を生ずるという点である。そして結論としては開き断面の場合は反りによる剪断応力の変形に及ぼす影響を考慮した場合と無視した場合とではほとんど差が生じない。従って開き断面の場合は反りによる剪断応力の変形に及ぼす影響を無視してもよい。が閉じ断面では非常な誤差を生ずると述べている。故に閉じ断面においては従来の古典理論をそのまま利用することは出来ないとしている。

一方曲線桁における曲げねじり理論も直線桁の Wagner 理論と同様の考え方で出来ている。文献<sup>2)</sup>は曲線桁の曲げねじりを考慮する時に重要な参考文献である。しかし反りによる剪断応力の変形に及ぼす影響を考慮していない。これを考慮した理論式を導いたのが文献<sup>3)</sup>に示されている。この理論式の考え方は直線桁の場合の Benscoter の理論式に対応しているものである。文献<sup>3)</sup>でも開き断面の場合は考慮しても無視してもほとんど差が生じないから反り剪断修正係数  $\mu$  を 1 としている。閉じ断面では無視すれば非常な誤差を生じるので  $\mu$  という反り剪断修正係数を導入している。

### 3. 三径間曲線連続桁の曲げねじり

図-1 のような三径間曲線連続桁において、支点 A および D は曲げに対して単純支持、ねじりに対して回転不能で曲げねじりモーメント零、支点 B および C は曲げに対して連続支持、ねじりに対して回転不能で、曲げねじりモーメントは零でない構造である。このような曲線連続桁の解析および計算方法は文献<sup>4)</sup>に非常に詳細に述べられているのでそれを参照されたい。

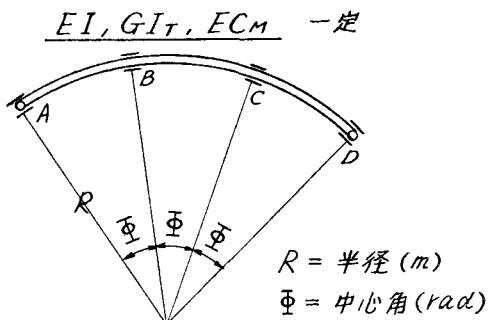


図-1 三径間曲線連続桁

図-1 のような三径間曲線連続桁の曲げねじり特性について調べていく。

### 4.

閉じ断面において、 $I$ ,  $I_T$ ,  $C_M$  を一定にして  $\mu$  を変化させた時、曲げモーメント、全ねじりモーメント、曲げねじりモーメント等がそれぞれどのように変化するか。

条件  $\Phi=0.3$  [ラジアン],  $R=100$  [m]

$$I=0.5 \text{ [m}^4\text{]}, I_T=1.0 \text{ [m}^4\text{]}, C_M=0.2 \text{ [m}^6\text{]}$$

$$E=2.1 \times 10^7 \text{ [t/m}^2\text{]}, G=8.1 \times 10^6 \text{ [t/m}^2\text{]}$$

$$(\mu=1.0, \mu=0.5, \mu=0.2)$$

#### 4.1 $P=1$ が動く場合

図-1 のような三径間連続曲線桁を上記のような条件において、各径間を 5 分割して、各点の影響線を求めてみた。ここでは第一径間中央点の影響線の各径間中央点における曲げモーメント、全ねじりモーメント、曲げねじりモーメント、一次ねじりモーメントの値を示すと表-1 のように

表-1 第一径間中央点の影響線の各径間中央点における値

$P=1$		第一径間	中央径間	第三径間	乗 数	単 位
曲げモーメント	$\mu=1.0$	6.020	-1.147	0.3899	$\times 1$	$[t \cdot m]$
	$\mu=0.5$	6.020	-1.147	0.3899		
	$\mu=0.2$	6.020	-1.147	0.3899		
全ねじりモーメント	$\mu=1.0$	3.853	2.875	-0.9777	$\times 10^{-2}$	$[t \cdot m]$
	$\mu=0.5$	3.852	2.874	-0.9776		
	$\mu=0.2$	3.849	2.872	-0.9771		
曲げねじりモーメント	$\mu=1.0$	-2.943	0.5964	-0.2027	$\times 10^{-2}$	$[t \cdot m^2]$
	$\mu=0.5$	-2.865	0.5964	-0.2027		
	$\mu=0.2$	-2.710	0.5962	-0.2027		
一次ねじりモーメント	$\mu=1.0$	3.800	2.835	-0.9643	$\times 10^{-2}$	$[t \cdot m]$
	$\mu=0.5$	3.799	2.835	-0.9643		
	$\mu=0.2$	3.797	2.835	-0.9637		

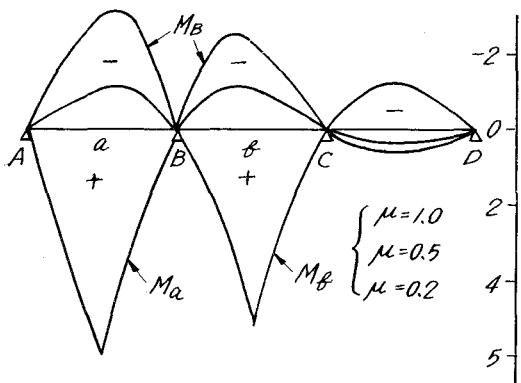


図-2  $P=1$  による „ $M$ ”

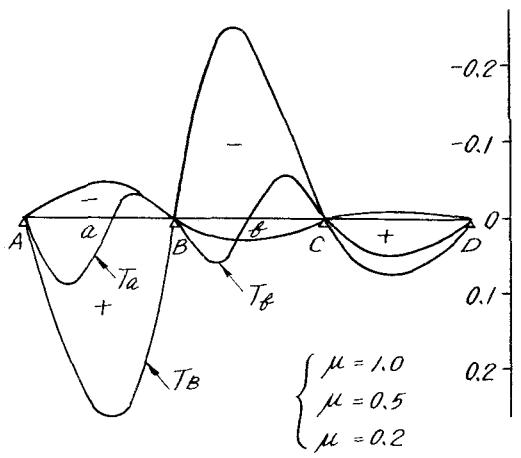


図-3  $P=1$  による „ $T$ ”

なる。また中間支点 (B) および中央径間中央点 (b) の影響線を図示すれば、図-2, 3, 4, 5 のようになる。

以上より次のような結論が得られた。

① 表-1 および図-2 より、 $\mu$  が変化しても、曲げモーメントは変化しない。

② 表-1 および図-3 より、 $\mu$  が変化しても、全ねじりモーメントはほとんど変化しない。

③ 表-1 および図-4 より、 $\mu$  が小さくなれば曲げねじりモーメンも小さくなる傾向にあるが、それも着目点に載荷した場合に大体 10% ぐらい曲げねじりモーメントが小さくなる。他の点に載荷しても着目点から離れると、ほとんど影響されない。中間支点に関しては最大値の減少は約 10% ぐらいであるが、中間支点付近での減少は他の点での減少より大きく 20% ぐらいである。また支間全体にわたって減少している。

④ 表-1 および図-5 より、 $\mu$  が変化しても一次ねじりモーメントはほとんど変化しない。

故に  $P=1$  が移動する時は  $\mu$  の影響は全体的に、それほど大きいものでなく、曲げねじりモーメントに関してだけ

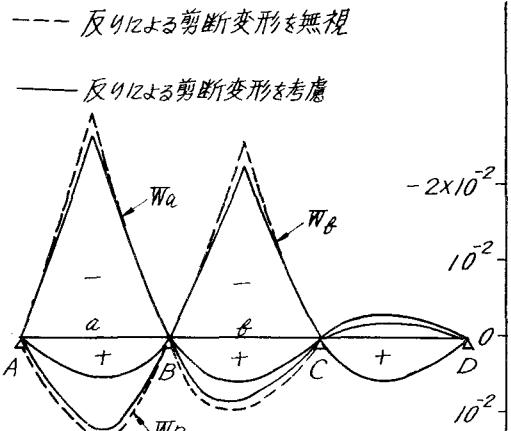


図-4  $P=1$  による „ $W$ ”

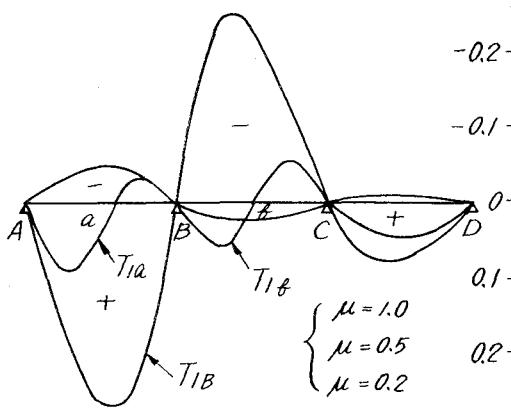


図-5  $P=1$  による „ $T$ ”

$\mu$  を考慮すればよい。

#### 4.2 $T=1$ が動く場合

$P=1$  が動く場合と同様にして表-2 に示す。また図-6, 7, 8 に影響線を図示した。

以上より次のような結論が得られた。

① 表-2 および図-6 より、 $\mu$  が変化しても、曲げモーメントはほとんど変化しない。せいぜい数% ぐらいである。しかし全体的にみると中間支点付近で少々変化をうける。また  $\mu$  が小さくなれば、中間支点の影響線の値は大きくなる傾向にある。

② 表-2 および図-7 より、 $\mu$  が変化しても、全ねじりモーメントはほとんど変化しない。

③ 表-2 および図-8 より、 $\mu$  が小さくなれば、曲げねじりモーメントは著しく減少する。反りによる剪断応力の変形に及ぼす影響を考慮すれば、無視した場合に比べて、50% 以下に曲げねじりモーメントは小さくなる。もはや  $\mu$  の影響を無視することは出来ない。また図-8 からわかるように、曲げねじりモーメントは載荷点付近にしか生

表-2 第一径間中央点の影響線の各径間中央点における値

$T=1$	第一径間	中央径間	第三径間	乗 数	単 位
曲げモーメント $\mu = 1.0$	-4.183	2.490	-0.8842	$\times 10^{-2}$	[t·m]
	$\mu = 0.5$	-4.148	-0.8849		
	$\mu = 0.2$	-4.117	-0.8853		
全ねじりモーメント $\mu = 1.0$	0.4962	-0.008497	0.0009587	$\times 1$	[t·m]
	$\mu = 0.5$	0.4980	-0.006757		
	$\mu = 0.2$	0.4996	-0.005224		
曲げねじりモーメント $\mu = 1.0$	$3.609 \times 10^{-1}$	$-1.2945 \times 10^{-4}$	$4.599 \times 10^{-5}$	$\times 1$	[t·m <sup>2</sup> ]
	$\mu = 0.5$	$2.5515 \times 10^{-1}$	$-1.3128 \times 10^{-4}$		
	$\mu = 0.2$	$1.614 \times 10^{-1}$	$-1.4007 \times 10^{-4}$		

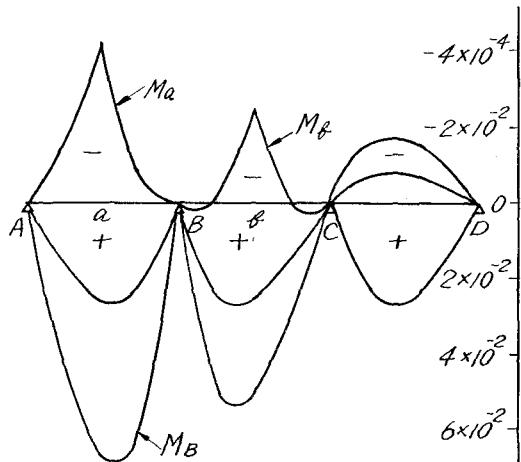


図-6  $T=1$  による „ $M$ ”

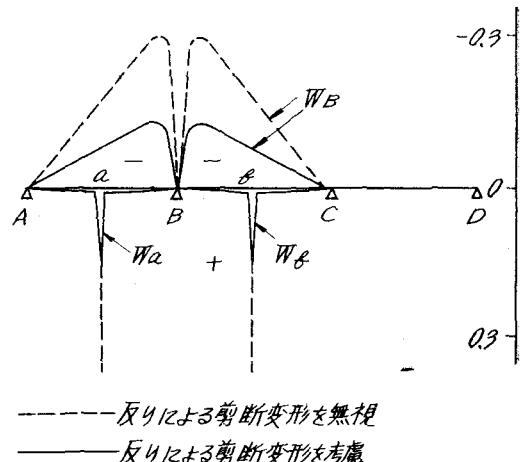


図-8  $T=1$  による „ $W$ ”

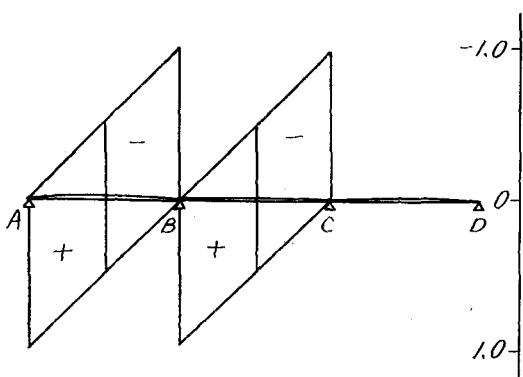


図-7  $T=1$  による „ $T$ ”

じていない。

以上より、4.1と4.2を全体的に、考察すれば、 $\mu$ による影響は、曲げねじりモーメントに関してのみ考慮すればよい。中間支点付近で $\mu$ の影響があらわれているのは、拘束されているためである。

## 5.

断面積と断面2次モーメントを同一にした閉じ断面と開じ断面を比較した場合に曲げモーメント、全ねじりモーメント、曲げねじりモーメント、一次ねじりモーメント等がそれぞれどのようになる。

図-9 a, bにおいて、断面諸元は次のようなものとする。

閉じ断面 [A]

$$A = 2.58 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$I = 4.52514 \times 10^{-1} \text{ m}^4$$

$$I_T = 7.18035 \times 10^{-1} \text{ m}^4$$

$$C_M = 1.58569 \times 10^{-1} \text{ m}^4$$

開じ断面 [B]

$$A = 2.58 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$I = 4.52522 \times 10^{-1} \text{ m}^4$$

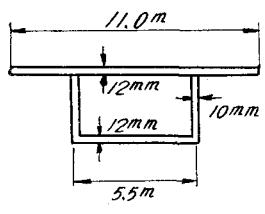
$$I_T = 4.35360 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$C_M = 3.8347609 \text{ m}^6$$

なお、閉じ断面 [A] で  $\mu$  を考慮したものを、閉じ断面 [C] とする。

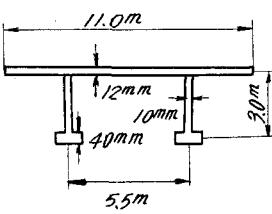
$P=1$  が動く場合は、 $R=100 \text{ m}$ ,  $\Phi=0.2$  ラジアン

$T=1$  が動く場合は、 $R=50 \text{ m}$ ,  $\Phi=0.4$  ラジアンと計算した。



(A)

図-9a 閉じ断面



(B)

図-9b 開き断面

### 5.1 $P=1$ が動く場合

上記のような条件において、各径間を5分割して、各点の影響線を求めてみた。ここでは第一径間中央点の影響線の各径間中央点における値を示すと表-3 のようになる。

また中間支点 (B) および中央径間中央点の影響線 (b) を図示すれば、図-10, 11, 12, 13, 14 のようになる。

以上より次のような結論が得られた。

#### ① 曲げモーメントに関して

開き断面でも閉じ断面でもほとんど同じである。

#### ② 全ねじりモーメントに関して

一般に、開き断面の方が大きい値を示す。

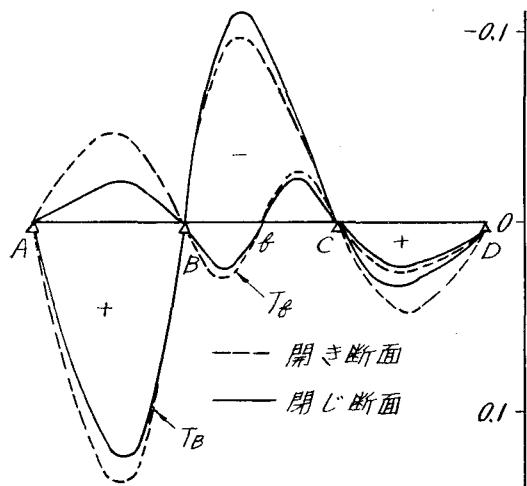
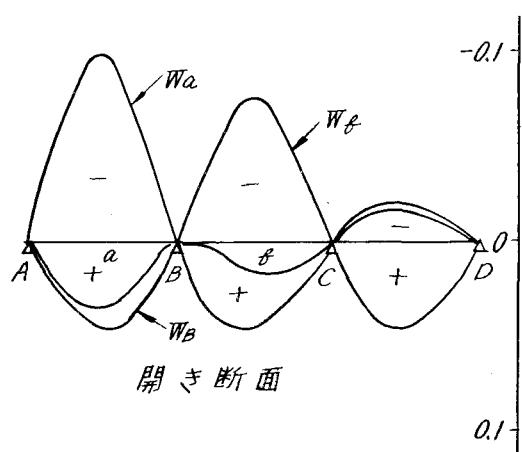
側径間に載荷した時の中央径間中央点の値は、開き断面の方が2倍くらい大きい。

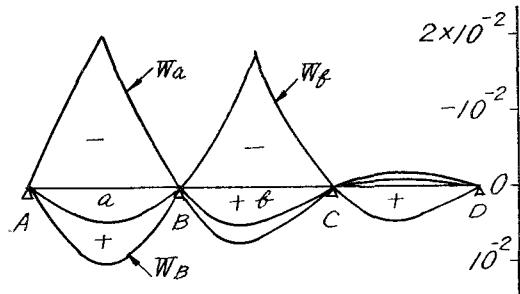
#### ③ 曲げねじりモーメントに関して

開き断面と閉じ断面では比較にならないくらい開き断面の方が大きい。影響線の形も開き断面と閉じ断面とでは少々異なっている。

表-3 第一径間中央点の影響線の各径間中央点における値

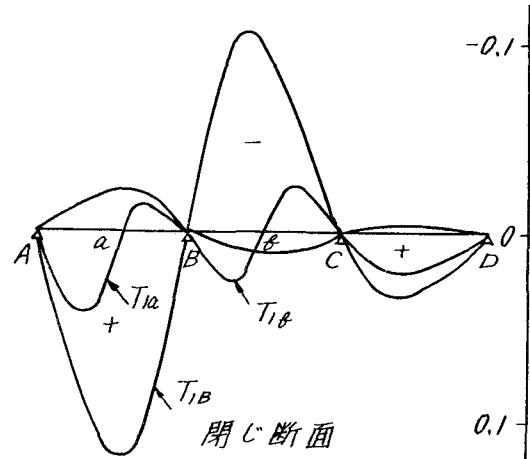
$P=1$		第一径間	中央径間	第三径間	乗 数	単 位
曲げモーメント	B	4.003	-0.7569	0.2566	$\times 1$	[t·m]
	A	4.005	-0.7567	0.2547		
	C	4.005	-0.7567	0.2547		
全ねじりモーメント	B	3.439	2.076	-1.363	$\times 10^{-2}$	[t·m]
	A	1.729	1.293	-0.4365		
	C	1.719	1.285	-0.4339		
曲げねじりモーメント	B	-9.913	4.599	-2.218	$\times 10^{-1}$	[t·m <sup>2</sup> ]
	A	-0.2076	0.04332	-0.01458		
	C	-0.1807	0.04323	-0.01456		
一次ねじりモーメント	B	2.144	1.240	-0.9016	$\times 10^{-6}$	[t·m]
	A	1.671	1.249	-0.4220		

図-10  $P=1$  による „ $T$ ”図-11  $P=1$  による „ $W$ ”



閉じ断面

図-12  $P=1$ による,, $W$ ”



閉じ断面

図-14  $P=1$ による,, $T_1$ ”

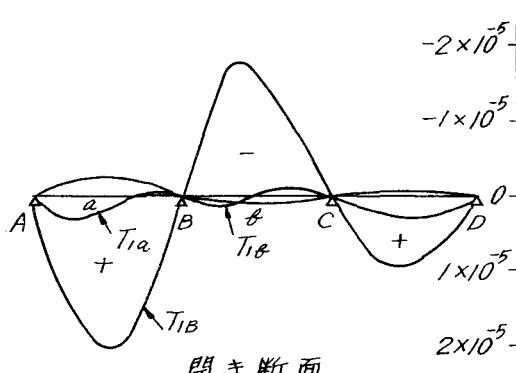


図-13  $P=1$ による,, $T_1$ ”

#### ④ 一次ねじりモーメントに関して

開き断面と閉じ断面とでは比較にならないくらい閉じ断面の方が大きい。影響線の形は非常によく似ている。

#### 5.2 $T=1$ が動く場合

$P=1$ が動く場合と同様にして、表-4、図-15、16、17に示してある。

以上より次のような結論が得られた。

#### ① 曲げモーメントに関して

第一径間中央点の影響線をみると、閉じ断面の方が大きい値を示しているが、中間支点の影響線をみると開き断面の方が大きい値を示している。

#### ② 全ねじりモーメントに関して

図-15は開き断面の全ねじりモーメントの影響線を示している。一方、閉じ断面の影響線の形は図-7のようであり形において類似しているが、開き断面においては、他径間の影響を少々うけている。しかし全体的にみれば全ねじりモーメントの影響線は曲げ理論における集中垂直荷重が作用した時の剪断力の影響線に類似している。

#### ③ 曲げねじりモーメントに関して

開き断面と閉じ断面とでは比較にならなくくらい開き断面の方が大きい。また影響線の形においても非常に異なっている。

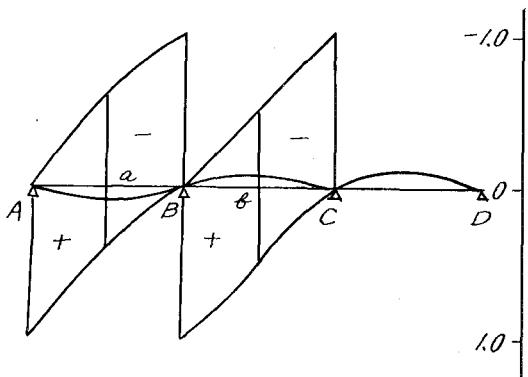
#### ④ 一次ねじりモーメントに関して

開き断面と閉じ断面では、比較にならないくらい閉じ断面の方が大きい。

以上より、5.1と5.2を全体的に考察して、開き断面と

表-4 第一径間中央点の影響線の各径間中央点における値

$T=1$		第一径間	中央径間	第三径間	乗 数	単 位
曲げモーメント	B	-3.831	3.503	-2.802	$\times 10^{-2}$	[t·m]
	A	-5.081	3.682	-1.372		
	C	-4.908	3.852	-1.376		
全ねじりモーメント	B	3.991	-0.7528	0.2560	$\times 10^{-1}$	[t·m]
	A	4.887	-0.1061	0.006432		
	C	4.941	-0.05393	0.004966		
曲げねじりモーメント	B	20.08	-3.880	1.373	$\times 2 \times 10^{-1}$	[t·m <sup>2</sup> ]
	A	1.894	-0.00210	0.0007855		
	C	0.8425	-0.003343	0.0007952		



開き断面

図-15  $T=1$ による,, $T$ ”

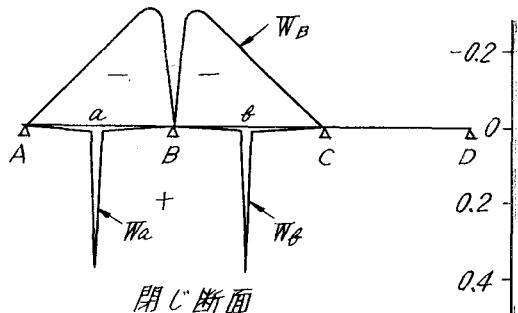


図-17  $T=1$ による,, $W$ ”

トの影響線の様相を示すことがわかる。

即ち、閉じ断面では、大部分を一次ねじりモーメントが占めており、開き断面では、大部分を二次ねじりモーメントが占めていることを表わしている。また閉じ断面では他径間への影響が少ない。これらのことから、ねじりについて考える場合、開き断面では、曲げねじりを無視することは出来ないが、閉じ断面では、曲げねじりを無視して単純ねじりのみを考えてよい。もし閉じ断面において、曲げねじりを考慮するならば、反りによる剪断応力の変形に及ぼす影響を考慮しなければ、曲げねじりを考慮しても、大きな誤差を生ずることになる。

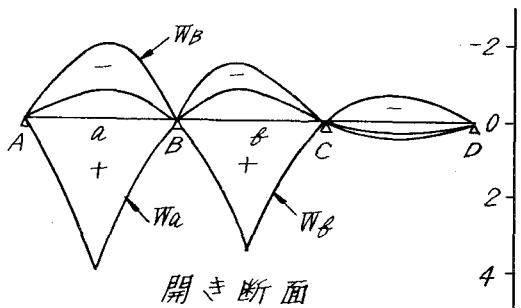


図-16  $T=1$ による,, $W$ ”

閉じ断面を比較して、両者の差異を調べてみると、閉じ断面では、一次ねじりモーメントの影響線が、全ねじりモーメントの影響線の様相を示すことがわかる。また開き断面では二次ねじりモーメントの影響線が、全ねじりモーメン

## 6.

$R \cdot \phi$ を一定にした時、 $R$ と $\phi$ の変化により、曲げモーメント、全ねじりモーメント、曲げねじりモーメント、はどのように変化するか(閉じ断面)。

条件は図-9aの閉じ断面を用いる。

表-5  $P=1$ が動く場合の曲げモーメントの最大値

乗数=1 単位 [t·m]

$R \cdot \phi = 20 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 25 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	4.089	-2.203	3.559
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.4$	4.021	-2.051	3.513
$R = 100 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	4.005	-2.042	3.503
$R = 200 \text{ m}$	$\phi = 0.1$	4.001	-2.034	3.501
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.05$	4.000	-2.032	3.500
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.04$	4.000	-2.031	3.500
$R \cdot \phi = 40 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	8.177	-4.408	7.116
$R = 100 \text{ m}$	$\phi = 0.4$	8.043	-4.102	7.026
$R = 200 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	8.011	-4.084	7.006
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.1$	8.003	-4.068	7.002
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.08$	8.002	-4.068	7.001

## 6.1 $P=1$ が動く場合

第一径間中央点の影響線の最大値、中間支点の影響線の最大値と中央支間中央点の影響線の最大値を示すと、曲げモーメントは表-5、全ねじりモーメントは表-6、曲げねじりモーメントは表-7、一次ねじりモーメントは表-8に示してある。

以上の表より次のような結論が得られる。

曲げモーメントに関して

$R \cdot \phi$  を一定即ちスパンの長さを一定にすると曲げモーメントは、ほとんど一定である。このことは中心角  $\phi$  を一定にしておけば、曲げモーメントはほぼ半径に比例

する。逆に、半径  $R$  を一定にしておけば、曲げモーメントは中心角にほぼ比例する。但し、 $R$  が 50 m 以下で  $\phi$  が 0.4 以上になると、当てはまらなくなる。これは曲率による影響である。

全ねじりモーメントに関して

$R \cdot \phi$  を一定にした時、全ねじりモーメントは、中心角  $\phi$  にほぼ比例する。また、 $T/R \cdot \phi$  をとれば、 $\phi$  に比例する。但し、 $R$  が 50 m 以下で  $\phi$  が 0.4 以上になると、当てはまらない。これは曲率による影響である。

一次ねじりモーメントに関して

全ねじりモーメントの場合と同様である。

表-6  $P=1$  が動く場合の全ねじりモーメントの最大値

乗数 =  $10^{-2}$  単位 [t·m]

$R \cdot \phi = 20 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 25 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	17.53	45.80	10.65
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.4$	8.484	23.28	5.234
$R = 100 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	4.217	11.88	2.604
$R = 200 \text{ m}$	$\phi = 0.1$	2.103	5.942	1.300
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.05$	1.051	2.972	0.6499
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.04$	0.8406	2.378	0.5199
$R \cdot \phi = 40 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	34.99	91.42	21.40
$R = 100 \text{ m}$	$\phi = 0.4$	16.90	46.45	10.48
$R = 200 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	8.383	23.70	5.212
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.1$	4.181	11.86	5.603
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.08$	3.344	9.487	2.082

表-7  $P=1$  が動く場合の曲げねじりモーメントの最大値

乗数 =  $10^{-2}$  単位 [t·m<sup>2</sup>]

$R \cdot \phi = 20 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 25 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	-8.490	2.130	-7.272
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.4$	-3.630	1.523	-3.050
$R = 100 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	-1.807	0.973	-1.520
$R = 200 \text{ m}$	$\phi = 0.1$	-0.9025	0.4031	-0.7595
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.05$	-0.4511	0.201	-0.3797
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.04$	-0.3609	0.1612	-0.037
$R \cdot \phi = 40 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	-8.380	2.099	-7.167
$R = 100 \text{ m}$	$\phi = 0.4$	-4.117	1.719	-3.355
$R = 200 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	-2.050	0.9492	-1.762
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.1$	-1.024	0.4853	-0.8805
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.08$	-0.8189	0.3893	-0.7043

### 曲げねじりモーメントに関して

$R \cdot \phi$  を一定にした時、曲げねじりモーメントは、中心角  $\phi$  に、ほぼ比例する。しかし、 $\phi$  を一定にしておいて、 $R$  を2倍にしても、曲げねじりモーメントは10% ぐらいしか増えない。逆に、 $R$  を一定にしておいて、 $\phi$  を2倍にすれば、曲げねじりモーメントは、2倍以上になる。但し、半径  $R$  が 50 m 以下で  $\phi$  が 0.4 以上になると、上記のことは当てはまらなくなる。これもやはり曲率の影響である。しかし、全体的にみると、 $R$  にはほとんど関係なく、断面の形と  $\phi$  によって決ってくるようである。

### 6.2 $T=1$ が動く場合

$P=1$  が動く場合と同様にして、曲げモーメントは表-9,

曲げねじりモーメントは表-10 に示してある。

以上の表より次のような結論が得られる。

### 曲げモーメントに関して

$R \cdot \phi$  を一定にした時、曲げモーメントは、中心角  $\phi$  にほぼ比例する。全体的にみると、 $R$  にはほとんど関係なく、断面の形と  $\phi$  によって決ってくるようである。

### 曲げねじりモーメントに関して

$R \cdot \phi$  を一定にしておいて、 $R$  と  $\phi$  をいろいろ変化させても、曲げねじりモーメントは、ほとんど一定値を示す。また、表を全体的にみると、 $R \cdot \phi$  に関係なく、一定値を示している。閉じ断面において、曲げねじりの生ずるのは載荷点付近だけであり、その値も  $R \cdot \phi$  即ちスパンの長さ

表-8  $P=1$  が動く場合の一次ねじりモーメントの最大値

乗数 =  $10^{-3}$  単位 [t·m]

$R \cdot \phi = 20 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 25 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	167.8	485.6	101.4
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.4$	81.53	230.8	50.12
$R = 100 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	40.42	117.1	24.93
$R = 200 \text{ m}$	$\phi = 0.1$	20.16	58.55	12.45
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.05$	10.08	29.28	6.222
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.04$	8.064	23.42	4.978
$R \cdot \phi = 40 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	346.2	924.9	211.4
$R = 100 \text{ m}$	$\phi = 0.4$	167.2	464.7	103.5
$R = 200 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	82.84	236.3	51.49
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.1$	41.33	118.1	25.71
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.08$	33.06	94.52	20.57

表-9  $T=1$  が動く場合の曲げモーメントの最大値

乗数 = 1 単位 [t·m]

$R \cdot \phi = 20 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 20 \text{ m}$	$\phi = 1.0$	-0.1275	0.2557	0.1022
$R = 25 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	-0.1003	0.2047	0.07962
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.4$	-0.04908	0.1025	0.0385
$R = 100 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	-0.02441	0.05172	0.01925
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.05$	-0.006094	0.01294	0.004802
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.04$	-0.004857	0.01035	0.003841
$R \cdot \phi = 40 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	-0.09890	0.2072	0.08088
$R = 200 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	-0.02405	0.05197	0.01945
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.1$	-0.01201	0.02599	0.00971
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.08$	-0.009607	0.02079	0.007766

表-10  $T=1$  が動く場合の曲げねじりモーメントの最大値乗数 =  $10^{-1}$  単位 [ $t \cdot m^2$ ]

$R \cdot \phi = 20 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 20 \text{ m}$	$\phi = 1.0$	1.706	-1.104	1.6874
$R = 25 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	1.6968	-1.136	1.6838
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.4$	1.6850	-1.1794	1.6800
$R = 100 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	1.6822	-1.1904	1.6792
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.05$	1.6814	-1.1938	1.6790
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.04$	1.6814	-1.1940	1.6790
$R \cdot \phi = 40 \text{ m} = \text{一定}$		第一径間中央点	中間支点	中央径間中央点
$R = 50 \text{ m}$	$\phi = 0.8$	1.6932	-1.1952	1.6876
$R = 200 \text{ m}$	$\phi = 0.2$	1.6844	-1.264	1.6840
$R = 400 \text{ m}$	$\phi = 0.1$	1.6840	-1.2676	1.6836
$R = 500 \text{ m}$	$\phi = 0.08$	1.6840	-1.268	1.6836

に關係なく、断面によって決まってくる。

## 7. あとがき

ねじりの問題について考える場合、開き断面の場合には曲げねじりを無視できないが、閉じ断面では無視できる。しかし閉じ断面で、曲げねじりを考慮する時は、反りによる剪断変形の影響を無視すれば大きな誤差を生じることになる。また、ねじりに対しては、閉じ断面の方が、はるかに有利であることが再確認された。

## 参考文献

- 1) 渡辺 昇・佐藤浩一・青木 弘：「曲線連続桁の曲げねじり特性について」。土木学会年次学術講演概要集, 1967.
- 2) R. Dabrowski: 「zur Berechnung von gekrümmten dünnwandigen Trägern mit offenem Profil」。Der stahlbau, Heft 12, 1964.
- 3) R. Dabrowski: 「Wölbkrafttorsion von gekrümmten Kastenträgern mit nichtverformbarem Profil」。Der stahlbau, Heft 5, 1956
- 4) 渡辺 昇・「曲線げたの理論と計算」。技報堂 1967.