

断面変形を考えた二室箱桁の応力解析について

正員 能 町 純 雄*

正員 尾 崎 訓**

学生員 ○杉 野 啓***

1. ま え が き

断面不変という仮定のもとに箱桁構造物をみる従来の立場から一步を進めて、折板の集りとしてこれを解析し、断面のラーメン剛性の影響も含めて検討することが近來行なわれて来ている。Golberg と Level¹⁾ はすでに両端単純支持の場合について弾性理論による二次元応力と平板理論とを組合わせて折板工エレメントを厳密に解析する方法を示している。さらに De Fries-Skene と A. C. Scordelis はこの方法による結果を用いて、いわゆる折板理論による結果の信頼性を検討するため、一つの形成をえらんで応力解析をし、スパンが折板エレメントの3倍以上であれば分布荷重について両者がよく合っていることを明らかにしている²⁾。したがって、折板理論による解析は厳密解ではないが、応力の性状を知るうえで有力な方法である。しかし、折板理論では、ポアソン比による互に直角方向の歪の干渉が無視されているので、これを考慮した変位セシ断方程式を導き、これによって二室箱桁の応力解析を行ない、その断面変形ならびに折板エレメントの深さ方向の歪の影響を検討しよう。

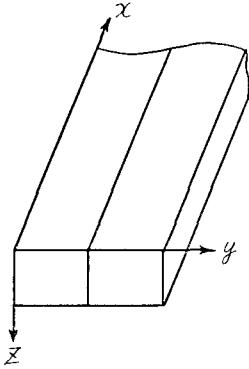


図-1

仮定： 次の仮定を用いる。軸方向の変位は折板エレメントについて深さ方向に直線的である。深さ方向の変位は、テーラ展開で第二項までとって同じく直線的とする。閉合断面であるから折板自身のサン・ブナンのねじり抵抗は無視し、荷重は折板の接合部に作用するものとする。

2. 細長い矩形板部材における変位セシ断方程式

二室箱桁の応力解析を行なうにあたり、座標は図-1、各折板接合点の番号を図-2の様にとる。

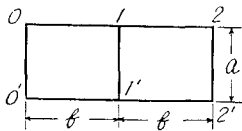


図-2

今、構成された部材 0-1, 0-0' を取り出し、図-3, 図-4 の様に、部材の深さ方向に座標 s をとり、 x, y, z のそれぞれの方向の変位を u, v, w とし、 s, x 方向の法線断面力を P_s, P_x 、セシ断力を q とする。このとき、力のつり合い方程式は図-5から

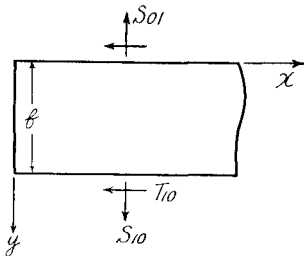


図-3

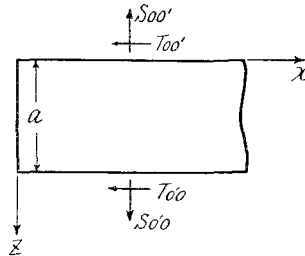


図-4

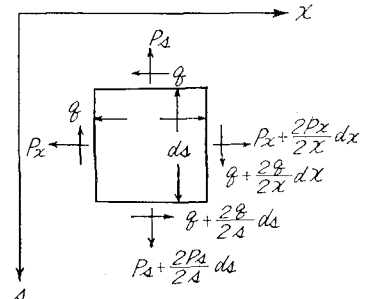


図-5

* 室蘭工業大学 教授 工学博

** 室蘭工業大学 助教授 工学修

*** 室蘭工業大学大学院 工学研究科

$$\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial s} = 0 \quad (1-1)$$

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial sP}{\partial s} = 0 \quad (1-2)$$

また,

$$P_s = \frac{ET}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial s} \right) \quad (\text{部材 } 0-1) \quad (2-1)$$

$$P_x = \frac{Et}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial w}{\partial s} \right) \quad (\text{部材 } 0-0') \quad (2-2)$$

但し ν : Poisson's ratio

変位 u については平面保持を仮定し, v, w については s 方向に直線変化を仮定したから, 部材 0-1 では,

$$u = u_0(b-s)/b + u_1 s/b \quad (3-1)$$

$$v = v_0(b-s)/b + v_1 s/b \quad (3-2)$$

部材 0-0' では

$$u = u_0(a-s)/a + u_0' s/a \quad (4-1)$$

$$w = w_0(a-s)/a + w_0' s/a \quad (4-2)$$

したがって, 部材 0-1 については式 (3-1), (3-2) を式 (2-1) に代入して

$$P_x = \frac{N}{b} \left[\dot{u}_0 \frac{b-s}{b} + \dot{u}_1 \frac{s}{b} + \nu(v_1 - v_0)/b \right] \quad (5)$$

$$\text{但し } N = \frac{Etb}{1-\nu^2} \quad \dot{u} = \frac{du}{dx}$$

式 (5) を式 (1-1) に代入し, さらに s について積分し, $s=0$ で $q=T_{01}$ なることを考えれば

$$q = -\frac{N}{b} \left[\dot{u}_0 \frac{2bs-s^2}{2b} + \dot{u}_1 \frac{s^2}{2b} + \nu(\dot{v}_1 - \dot{v}_0) \frac{s}{b} \right] + T_{01} \quad (6)$$

次に $s=b$ で $q=-T_{10}$ であるから

$$T_{01} + T_{10} = \frac{N}{b} \left[\frac{b}{2} (\dot{u}_1 + \dot{u}_0) + \nu(\dot{v}_1 - \dot{v}_0) \right] \quad (7)$$

式 (6) を式 (1-2) に代入し, $s=0$ で $P_s=S_{01}$, $s=b$ で $P_s=S_{10}$ とおくと, 次の様な変位セリ断方程式が得られる。

$$T_{01} = \frac{N}{6} \left[2\dot{u}_0 + \dot{u}_1 + 3\nu(\dot{v}_1 - \dot{v}_0)/b \right] + (\bar{S}_{01} - \bar{S}_{10})/b \quad (9)$$

$$T_{10} = \frac{N}{6} \left[2\dot{u}_1 + \dot{u}_0 + 3\nu(\dot{v}_1 - \dot{v}_0)/b \right] + (\bar{S}_{10} - \bar{S}_{01})/b$$

部材 0-0' においては

$$T_{00'} = \frac{N'}{6} \left[2\dot{u}_0 + \dot{u}_{0'} + 3\nu(\dot{v}_{0'} - \dot{v}_0)/a \right] + (\bar{S}_{00'} - \bar{S}_{00})/a \quad (10)$$

$$T_{0'0} = \frac{N'}{6} \left[2\dot{u}_{0'} + \dot{u}_0 + 3\nu(\dot{v}_{0'} - \dot{v}_0)/a \right] + (\bar{S}_{0'0} - \bar{S}_{0'0})/a \quad (11)$$

$$\text{但し } N = \frac{Etb}{1-\nu^2} \quad N' = \frac{Eta}{1-\nu^2} \quad \bar{S} = \int S dx$$

上の 4 式は部材の深さ方向の歪を考慮した変位セリ断方程式である。

3. 深さ方向の変位と S との関係

フックの法則より, 部材 0-1 のセリ断力 q は

$$q = Gt \left(\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (12)$$

上式に式 (3-1), (3-2) を代入すると

$$q = Gt \left(\dot{v}_0 \frac{b-s}{b} + \dot{v}_1 \frac{s}{b} + \frac{\partial u}{\partial s} \right) \quad (13)$$

式(13)を s について 0 から b まで積分すると

$$\int_0^b q ds = Gtb\{\dot{v}_1 + \dot{v}_0\}/2 + Gt\{u_1 - u_0\} \quad (14)$$

一方式(1-2)より

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -\frac{\partial P_s}{\partial s} \quad (15)$$

これより

$$\int_0^b \frac{\partial q}{\partial x} ds = -P_s \Big|_0^b = S_{01} - S_{10} \quad (16)$$

式(14), (16)から

$$Gtb\{\dot{v}_1 + \dot{v}_0\}/2 = Gt\{u_0 - u_1\} + (S_{01} - S_{10}) \quad (17)$$

法線断面力 P_s は

$$P_s = \frac{Et}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial v}{\partial s} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (\text{部材 } 0-1) \quad (18-1)$$

$$P_s = \frac{Et}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial w}{\partial s} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (\text{部材 } 0-0') \quad (18-2)$$

式(18-1)に式(3-1), (3-2)を代入すると

$$P_s = \frac{N}{b} \left[\{v_1 - v_0\}/b + \nu \left(u_0 \frac{b-s}{b} + u_1 \frac{s}{b} \right) \right] \quad (19)$$

$s=0$ で $P_s=S_{01}$, $s=b$ で $P_s=S_{10}$ とおくと

$$S_{01} + S_{10} = \frac{2N}{b} \left[\{v_1 - v_0\}/b + \nu \{\dot{u}_0 + \dot{u}_1\}/2 \right] \quad (20-1)$$

部材 $0-0'$ においても同様に考えて

$$S_{0'0} + S_{0'0'} = \frac{2N'}{a} \left[\{w_{0'} - w_0\}/a + \nu \{\dot{u}_0 + \dot{u}_{0'}\}/2 \right] \quad (20-2)$$

4. 部材モーメント M および断面のラーメン作用によるせん断力 X

接合点の延転角を θ とすれば, 断面変形に抵抗する接点曲げモーメント M は, タワミ角公式を用いて,

$$M_{01} = 2K \{2\theta_0 + \theta_1 - 3\{w_1 - w_0\}/b\} \quad (21-1)$$

$$M_{10} = 2K \{2\theta_1 + \theta_0 - 3\{w_1 - w_0\}/b\} \quad (21-2)$$

$$M_{00'} = 2K' \{2\theta_0 + \theta_{0'} - 3\{v_0 - v_{0'}\}/a\} \quad (21-3)$$

$$M_{0'0} = 2K' \{2\theta_{0'} + \theta_0 - 3\{v_0 - v_{0'}\}/a\} \quad (21-4)$$

$$\text{但し } K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)b} \quad K' = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)a}$$

又せん断力 X は

$$X_{01} = X_{10} = -(M_{01} + M_{10})/b \quad (22-1)$$

$$X_{00'} = X_{0'0} = -(M_{0'0} + M_{00'})/a \quad (22-2)$$

5. 2室箱桁の場合

前記の変位せん断方程式を適用して, 断面の幅, 高さ, 各部材の厚さ, 曲げ剛度を図-6の様に与えられた2室箱桁の応力解析を試みる。

a) 各部材接合部におけるつり合式

各接合点における力のつり合は, 図-7, 8の(a), (b)より, 次のようになる。

せん断力:

$$T_{00'} + T_{01} = 0 \quad (23-1) \quad T_{0'0} + T_{0'0'} = 0 \quad (23-2)$$

$$T_{10} + T_{11'} + T_{12} = 0 \quad (23-3) \quad T_{1'0'} + T_{1'1'} + T_{1'2'} = 0 \quad (23-4)$$

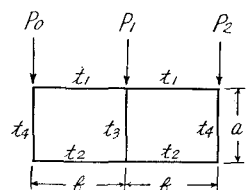


図-6

$$T_{21} + T_{22'} = 0 \quad (23-5)$$

$$T_{2'2'} + T_{2'2} = 0 \quad (23-6)$$

水 平 力:

$$S_{01} - X_{0'0} = 0 \quad (24-1)$$

$$S_{0'01} + X_{0'0} = 0 \quad (24-2)$$

$$S_{12} - S_{10} - X_{11'} = 0 \quad (24-3)$$

$$S_{1'2'} - S_{1'0'} + X_{1'1'} = 0 \quad (24-4)$$

$$S_{21} + X_{22'} = 0 \quad (24-5)$$

$$S_{2'1'} - X_{2'2'} = 0 \quad (24-6)$$

垂 直 力:

$$S_{00'} + X_{01} + P_0 = 0 \quad (25-1)$$

$$S_{0'0} - X_{0'0'} = 0 \quad (25-2)$$

$$S_{11'} + X_{1'0'} - X_{10} + P_1 = 0 \quad (25-3)$$

$$S_{1'1} + X_{1'0'} - X_{1'2'} = 0 \quad (25-4)$$

$$S_{22'} - X_{21} + P_2 = 0 \quad (25-5)$$

$$S_{2'2} + X_{2'1'} = 0 \quad (25-6)$$

モーメント:

$$M_{00'} + M_{01} = 0 \quad (26-1)$$

$$M_{0'0} + M_{0'0'} = 0 \quad (26-2)$$

$$M_{10} + M_{11'} + M_{12} = 0 \quad (26-3)$$

$$M_{1'01} + M_{1'1} + M_{1'2'} = 0 \quad (26-4)$$

$$M_{21} + M_{22'} = 0 \quad (26-5)$$

$$M_{2'1'} + M_{2'2} = 0 \quad (26-6)$$

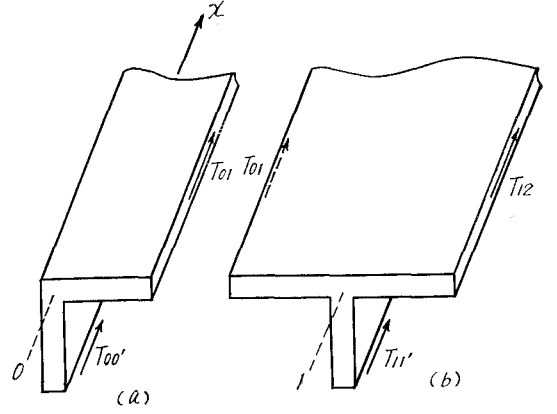


図-7

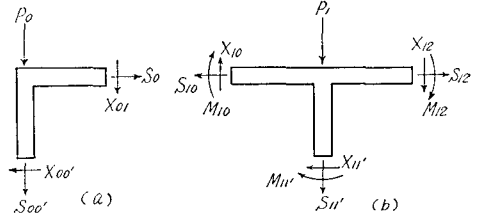


図-8

b) セン断力のつり合式

式(23)の(1)~(6)に式(8), (9), (10), (11)を代入し, さらに式(7)から $\bar{S}$ の差に関する式を求め, これらを代入して $D = \frac{d}{dx}$, $D^2 = \frac{d^2}{dx^2}$ において整理すると次のようになる。

$$T_{00'} + T_{01} = 0$$

$$\begin{aligned} & \left[2(N_1 + N_4) D^2 - 6G \left(\frac{t_4}{a} + \frac{t_1}{b} \right) \right] u_0 + \left[N_1 D^2 + \frac{6Gt_1}{b} \right] u_1 + \left[N_4 D^2 + \frac{6Gt_4}{a} \right] u_0' \\ & + 3 \left[Gt_1 - \frac{\nu N_1}{b} \right] Dv_0 + 3 \left[Gt_1 + \frac{\nu N_1}{b} \right] Dv_1 + 3 \left[Gt_4 - \frac{\nu N_4}{a} \right] Dw_0 + 3 \left[Gt_4 + \frac{\nu N_4}{a} \right] Dw_0' = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$T_{0,0} + T_{01'} = 0$$

$$\begin{aligned} & \left[2(N_2 + N_4) D^2 - 6G \left(\frac{t_4}{a} + \frac{t_2}{a} \right) \right] u_0' + \left[N_2 D^2 + \frac{6Gt_2}{b} \right] u_1' + \left[N_4 D^2 + \frac{6Gt_4}{a} \right] u_0 \\ & + 3 \left[Gt_2 - \frac{\nu N_2}{b} \right] Dv_0' + 3 \left[Gt_2 + \frac{\nu N_2}{b} \right] Dv_1' - 3 \left[Gt_4 + \frac{\nu N_4}{a} \right] Dw_0 - 3 \left[Gt_4 - \frac{\nu N_4}{a} \right] Dw_0' = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

$$T_{10} + T_{12} + T_{11'} = 0$$

$$\begin{aligned} & \left[2(2N_1 + N_3) D^2 - 6G \left(\frac{t_3}{a} + \frac{2t_1}{b} \right) \right] u_1 + \left[N_1 D^2 + \frac{6Gt_1}{b} \right] u_0 + \left[N_1 D^2 + \frac{6Gt_1}{b} \right] u_2 + \left[N_1 D^2 + \frac{6Gt_1}{b} \right] u_1' \\ & + 3 \left[Gt_1 + \frac{\nu N_1}{b} \right] Dv_2 - 3 \left[Gt_1 + \frac{\nu N_1}{b} \right] Dv_0 + 3 \left[Gt_3 - \frac{\nu N_3}{a} \right] Dw_1 + 3 \left[Gt_3 + \frac{\nu N_3}{a} \right] Dw_1' = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$T_{1'0} + T_{1'2'} + T_{1'1} = 0$$

$$\begin{aligned} & \left[2(2N_2 + N_3) D^2 - 6G \left(\frac{t_3}{a} + \frac{2t_2}{b} \right) \right] u_1' + \left[N_2 D^2 + \frac{6Gt_2}{b} \right] u_0' + \left[N_2 D^2 + \frac{6Gt_2}{b} \right] u_2' + \left[N_3 D^2 + \frac{6Gt_3}{a} \right] u_1 \\ & + 3 \left[Gt_2 + \frac{\nu N_2}{b} \right] Dv_2' - 3 \left[Gt_2 + \frac{\nu N_2}{b} \right] Dv_0' - 3 \left[Gt_3 + \frac{\nu N_3}{a} \right] Dw_1 - 3 \left[Gt_3 - \frac{\nu N_3}{a} \right] Dw_1' = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

$$T_{21} + T_{22'} = 0$$

$$\begin{aligned} & \left[2(N_1 + N_4) D^2 - 6G \left(\frac{t_4}{a} + \frac{t_1}{b} \right) \right] u_2 + \left[N_1 D^2 + \frac{6Gt_1}{b} \right] u_1 + \left[N_4 D^2 + \frac{6Gt_4}{a} \right] u_2' \\ & - 3 \left[Gt_1 - \frac{\nu N_1}{b} \right] Dv_2 - 3 \left[Gt_1 + \frac{\nu N_1}{b} \right] Dv_1 + 3 \left[Gt_4 - \frac{\nu N_4}{a} \right] Dw_2 + 3 \left[Gt_4 + \frac{\nu N_4}{a} \right] Dw_2' = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

$$T_{2'1'} + T_{2'2} = 0$$

$$\begin{aligned} & \left[2(N_2 + N_4)D^2 - 6G\left(\frac{t_4}{a} + \frac{t_2}{b}\right) \right] u_{2'} + \left[N_2 D^2 + \frac{6Gt_2}{b} \right] u_{1'} + \left[N_4 D^2 + \frac{6Gt_4}{a} \right] u_2 \\ & - 3 \left[Gt_2 + \frac{\nu N_2}{b} \right] Dv_{1'} - 3 \left[Gt_2 - \frac{\nu N_2}{b} \right] Dv_{2'} - 3 \left[Gt_4 + \frac{\nu N_4}{a} \right] Dw_2 - 3 \left[Gt_4 - \frac{\nu N_4}{a} \right] Dw_{2'} = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

c) 水平力のつり合式

式(17), (18)から各 S を求め, さらに(21), (22)から各 X を求めてつり合式(24)の(1)~(6)に代入し, 前と同様, 微分演算子 D を用いて整理すると次のごとくなる。

$$\begin{aligned} S_{01} - X_{0'0} &= 0 \\ & \left(\frac{Gt_2b}{4} D^2 - \frac{N_1}{b^2} - \frac{12K_4}{a^2} \right) v_0 + \left(\frac{Gt_1b}{4} D^2 + \frac{N_1}{b^2} \right) v_1 + \frac{12K_4}{a^2} v_{0'} + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_1}{b} - Gt_1 \right) Du_0 \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_1}{b} + Gt_1 \right) Du_1 + \frac{6K_4}{a} \theta_0 + \frac{6K_4}{a} \theta_{0'} = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} S_{0'1'} + X_{0'0} &= 0 \\ & \left(\frac{Gt_2b}{4} D^2 - \frac{N_2}{b^2} - \frac{12K_4}{a^2} \right) v_{0'} + \left(\frac{Gt_2b}{4} D^2 + \frac{N_2}{b^2} \right) v_{1'} + \frac{12K_4}{a^2} v_0 + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_2}{b} - Gt_2 \right) Du_{0'} \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_2}{b} + Gt_2 \right) Du_{1'} - \frac{6K_4}{a} \theta_0 - \frac{6K_4}{a} \theta_{0'} = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} S_{12} - S_{10} - X_{11'} &= 0 \\ & \left(\frac{Gt_1b}{2} D^2 - \frac{2N_1}{b^2} - \frac{12K_3}{a^2} \right) v_1 + \left(\frac{Gt_1b}{4} D^2 + \frac{N_1}{b^2} \right) v_0 + \left(\frac{Gt_1b}{4} D^2 + \frac{N_1}{b^2} \right) v_2 + \frac{12K_3}{a^2} v_{1'} \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_1}{b} + Gt_1 \right) Du_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_1}{b} + Gt_1 \right) Du_0 + \frac{6K_3}{a} \theta_{1'} + \frac{6K_3}{a} \theta_1 = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} S_{1'2'} + X_{1'1} - S_{1'0'} &= 0 \\ & \left(\frac{Gt_2b}{2} D^2 - \frac{2N_2}{b^2} - \frac{12K_3}{a^2} \right) v_{1'} + \left(\frac{Gt_2b}{4} D^2 + \frac{N_2}{b^2} \right) v_{2'} + \left(\frac{Gt_2b}{4} D^2 + \frac{N_2}{b^2} \right) v_{2'} + \frac{12K_3}{a^2} v_1 \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_2}{b} + Gt_2 \right) Du_{2'} - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_2}{b} + Gt_2 \right) Du_{0'} - \frac{6K_3}{a} \theta_{1'} - \frac{6K_3}{a} \theta_1 = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} S_{21} + X_{22'} &= 0 \\ & \left(\frac{Gt_1b}{4} D^2 - \frac{N_1}{b^2} - \frac{12K_4}{a^2} \right) v_2 + \left(\frac{Gt_1b}{4} D^2 + \frac{N_1}{b^2} \right) v_1 + \frac{12K_4}{a^2} v_{2'} - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_1}{b} + Gt_1 \right) Du_{11} \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_1}{b} - Gt_1 \right) Du_{2'} + \frac{6K_4}{a} \theta_2 + \frac{6K_4}{a} \theta_{2'} = 0 \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} S_{2'1'} - X_{2'2} &= 0 \\ & \left(\frac{Gt_2b}{4} D^2 - \frac{N_2}{b^2} - \frac{12K_4}{a^2} \right) v_{2'} + \left(\frac{Gt_2b}{4} D^2 + \frac{N_2}{b^2} \right) v_{1'} + \frac{12K_4}{a^2} v_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_2}{b} + Gt_2 \right) Du_{1'} \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_2}{b} - Gt_2 \right) Du_{2'} - \frac{6K_4}{a} \theta_2 - \frac{6K_4}{a} \theta_{2'} = 0 \end{aligned} \quad (38)$$

d) 垂直力のつり合式

$$\begin{aligned} S_{00'} + X_{01} + P_0 &= 0 \\ & \left(\frac{Gt_4a}{4} D^2 - \frac{N_4}{a^2} - \frac{12K_1}{b^2} \right) w_0 + \left(\frac{Gt_4a}{4} D^2 + \frac{N_4}{a^2} \right) w_{0'} + \frac{12K_1}{b^2} w_{1'} + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_4}{a} - Gt_4 \right) Du_0 \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_4}{a} + Gt_4 \right) Du_{0'} - \frac{6K_1}{b} \theta_0 - \frac{6K_1}{b} \theta_1 = -P_0 \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} S_{0'0} - X_{0'1'} &= 0 \\ & \left(\frac{St_4a}{4} D^2 - \frac{N_4}{a^2} - \frac{12K_2}{b^2} \right) w_{0'} + \left(\frac{Gt_4a}{4} D^2 + \frac{N_4}{a^2} \right) w_0 + \frac{12K_2}{b^2} w_{1'} - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_4}{a} + Gt_4 \right) Du_0 \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_4}{a} - Gt_4 \right) Du_{0'} - \frac{6K_2}{b} \theta_{0'} - \frac{6K_2}{b} \theta_{1'} = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} S_{11'} + X_{12} - X_{10} + P_1 &= 0 \\ & \left(\frac{Gt_3a}{4} D^2 - \frac{N_3}{a^2} - \frac{24K_1}{b^2} \right) w_1 + \left(\frac{Gt_3a}{4} D^2 + \frac{N_3}{a^2} \right) w_{1'} + \frac{12K_1}{b^2} w_0 + \frac{12K_1}{b^2} w_{2'} \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_3}{a} - Gt_3 \right) Du_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_3}{a} + Gt_3 \right) Du_{1'} + \frac{6K_1}{b} \theta_0 - \frac{6K_1}{b} \theta_2 = -P_1 \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned}
S_{1'1} + X_{1'0'} - X_{1'2'} &= 0 \\
\left(\frac{Gt_3a}{4} D^2 - \frac{N_3}{a^2} - \frac{24K_2}{b^2} \right) w_{1'} + \left(\frac{Gt_3a}{4} D^2 + \frac{N_3}{a^2} \right) w_1 + \frac{12K_2}{b^2} w_{0'} + \frac{12K_2}{b^2} w_{2'} \\
- \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_3}{a} + Gt_3 \right) Du_1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_3}{a} - Gt_3 \right) Du_{1'} + \frac{6K_2}{b} \theta_{0'} - \frac{6K_2}{b} \theta_{2'} &= 0
\end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned}
S_{22'} - X_{21} + P_2 &= 0 \\
\left(\frac{Gt_4a}{4} D^2 - \frac{N_4}{a^2} - \frac{12K_1}{b^2} \right) w_2 + \left(\frac{Gt_4a}{4} D^2 + \frac{N_4}{a^2} \right) w_{2'} + \frac{12K_1}{b^2} w_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_4}{a} - Gt_4 \right) Du_2 \\
+ \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_4}{a} + Gt_4 \right) Du_{2'} + \frac{6K_1}{b} \theta_1 + \frac{6K_1}{b} \theta_2 &= -P_2
\end{aligned} \tag{43}$$

$$\begin{aligned}
S_{2'2} + X_{2'1'} &= 0 \\
\left(\frac{Gt_4a}{4} D^2 - \frac{N_4}{a^2} - \frac{12K_2}{b^2} \right) w_{2'} + \left(\frac{Gt_4a}{4} D^2 + \frac{N_4}{a^2} \right) w_2 + \frac{12K_2}{b^2} w_{1'} - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_4}{a} + Gt_4 \right) Du_2 \\
- \frac{1}{2} \left(\frac{\nu N_4}{a} - Gt_4 \right) Du_{2'} + \frac{6K_2}{b} \theta_{1'} + \frac{6K_2}{b} \theta_{2'} &= 0
\end{aligned} \tag{44}$$

e) モーメントのつり合式

式(26)の(1)~(6)に式(21)の(1)~(4)を代入し整理すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
M_{00'} + M_{01} &= 0 \\
\frac{3K_4}{a} v_{0'} - \frac{3K_4}{a} v_0 + \frac{3K_1}{b} w_0 - \frac{3K_1}{b} w_1 + 2(K_1 + K_4) \theta_0 + K_1 \theta_1 + K_4 \theta_{0'} &= 0
\end{aligned} \tag{45}$$

$$\begin{aligned}
M_{0'0} + M_{0'0'} &= 0 \\
\frac{3K_4}{a} v_{0'} - \frac{3K_4}{a} v_0 + \frac{3K_2}{b} w_{0'} - \frac{3K_2}{b} w_{1'} + 2(K_2 + K_4) \theta_{0'} + K_2 \theta_1 + K_4 \theta_0 &= 0
\end{aligned} \tag{46}$$

$$\begin{aligned}
M_{10} + M_{11'} + M_{12} &= 0 \\
\frac{3K_3}{a} v_{1'} - \frac{3K_3}{a} v_1 + \frac{3K_1}{b} w_0 - \frac{3K_1}{b} w_2 + 2(2K_1 + K_3) \theta_1 + K_1 \theta_0 + K_1 \theta_2 + K_3 \theta_{1'} &= 0
\end{aligned} \tag{47}$$

$$\begin{aligned}
M_{1'0'} + M_{1'1} + M_{1'1'} &= 0 \\
\frac{3K_3}{a} v_{1'} - \frac{3K_3}{a} v_1 + \frac{3K_2}{b} w_{0'} - \frac{3K_2}{b} w_{2'} + 2(2K_2 + K_3) \theta_{1'} + K_2 \theta_0 + K_2 \theta_{2'} + K_3 \theta_1 &= 0
\end{aligned} \tag{48}$$

$$\begin{aligned}
M_{21} + M_{22'} &= 0 \\
\frac{3K_4}{a} v_{2'} - \frac{3K_4}{a} v_2 + \frac{3K_1}{b} w_1 - \frac{3K_1}{b} w_2 + 2(K_1 + K_4) \theta_2 + K_1 \theta_1 + K_4 \theta_{2'} &= 0
\end{aligned} \tag{49}$$

$$\begin{aligned}
M_{2'1'} + M_{2'2} &= 0 \\
\frac{3K_4}{a} v_{2'} - \frac{3K_4}{a} v_2 + \frac{3K_2}{b} w_{1'} - \frac{3K_2}{b} w_{2'} + 2(K_2 + K_4) \theta_{2'} + K_2 \theta_{1'} + K_4 \theta_2 &= 0
\end{aligned} \tag{50}$$

式(27)~(50)までの24個の式において、方程式の数が24個、未知数の数が24個であるから、これらの式を連立に解くことによって、各接合点の $\dot{u}$, v , w , θ が求められる。ここで接合点0, 1, 2に作用する荷重を P_0 , P_1 , P_2 と書いたのは、後の数値計算のときに便利にするためである。

6. 数 値 計 算

今、図-6に示した断面の桁が、両端で単純支持され、両端で軸方向には自由に変形出来、かつ、断面方向には完全に剛な隔壁をもって、変形が阻止されているものとする。

a) $\dot{u}$, v , w , θ , P のフーリエ変換

上記の仮定により、 $x=0$, $x=l$ で、 $\dot{u}=0$, $v=0$, $w=0$, $\theta=0$ になるから、 $\dot{u}$, v , w , θ , P はフーリエ sine 級数に変換される。ここで、 c は荷重点のスパン方向の位置、 x は求める点のスパン方向の位置を示す。

$$\left. \begin{aligned} \dot{u} &= \sum_{m=1}^{\infty} U_m \sin \frac{m\pi x}{l} & v &= \sum_{m=1}^{\infty} V_m \sin \frac{m\pi x}{l} & w &= \sum_{m=1}^{\infty} W_m \sin \frac{m\pi x}{l} \\ \theta &= \sum_{m=1}^{\infty} H_m \sin \frac{m\pi x}{l} & P &= \frac{2P}{l} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi c}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} & l: &\text{スパン} \end{aligned} \right\} \tag{51}$$

b) 数値計算に必要な断面の諸量

$$a=170 \text{ cm} \quad b=270 \text{ cm} \quad t_1=2.8 \text{ cm} \quad t_2=1.4 \text{ cm} \quad t_3=t_4=0.9 \text{ cm}$$

弾 性 係 数
ス ペ ン
ポ ア ソ ン 比

$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
 $l = 4000 \text{ cm}$
 $\nu = 0.3$

c) 数値計算を行なった荷重状態

式 (51) を式 (27)~(50) に代入し、図-9 の (a), (b), (c) に示すような状態に、単一荷重が作用したばあいについて計算した。計算には室蘭工業大学の FACOM-231 ALGOL を使用し、フーリエ級数は 100 項まで計算した。プログラムでは P_0, P, P_2 をデータとして読み込むようになっており、荷重状態に応じて 0, 1, -1 のうちのいずれかを読み込ませれば良いようになっている。

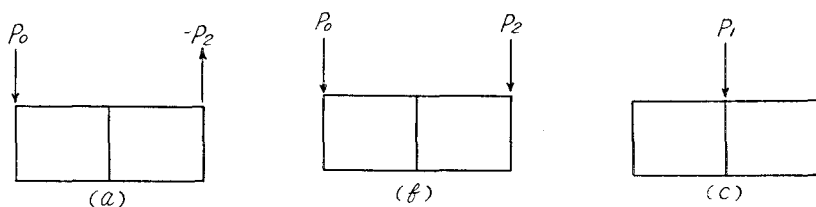


図-9

d) 計算結果

上記の 3 種の荷重状態について計算した軸方向応力 σ の分布図と、断面変形に抵抗する接点曲げモーメント M の分布図を以下に示す。なお求められた点は直線で結んである。

1. 断面の上部両側点に偶力荷重が作用した場合

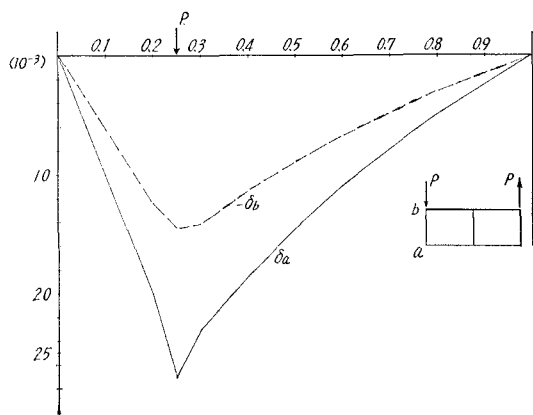


図-10 そり応力 σ の分布図 ($c=l/4$)

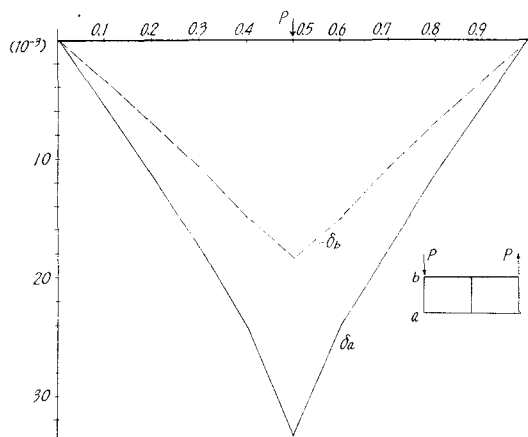


図-11 そり応力 σ の分布図 ($c=l/2$)

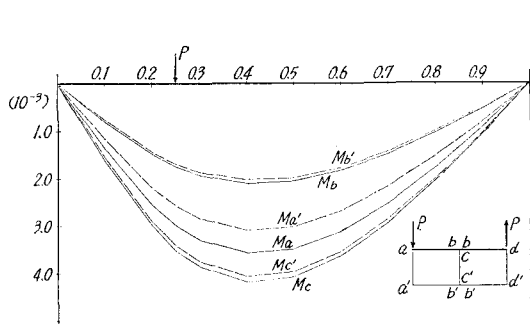


図-12 断面の変形に抵抗する接点モーメント ($c=l/4$)

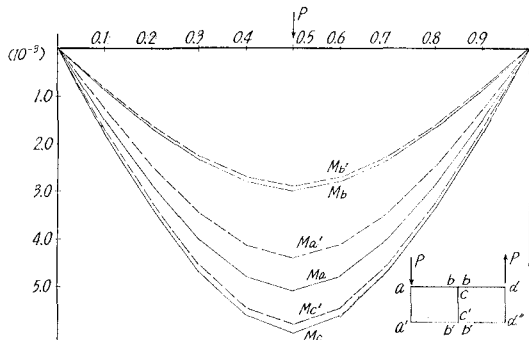


図-13 断面の変形に抵抗する接点モーメント ($c=l/2$)

2. 断面の上部両点に対称荷重が作用した場合

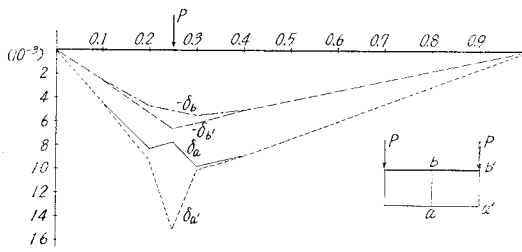


図-14 曲げ応力 σ の分布図 ($c=l/4$)

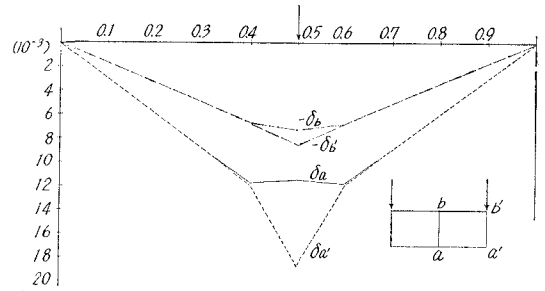


図-15 曲げ応力 σ の分布図 ($c=l/2$)

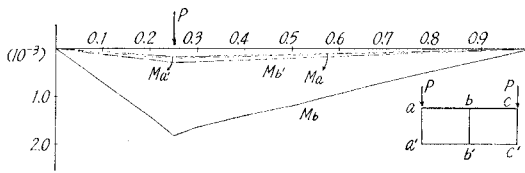


図-16 断面の変形に抵抗する接点モーメント ($c=l/4$)

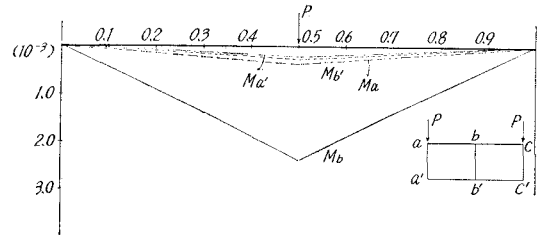


図-17 断面の変形に抵抗する接点モーメント ($c=l/2$)

3. 断面の上部中央点に荷重が作用した場合

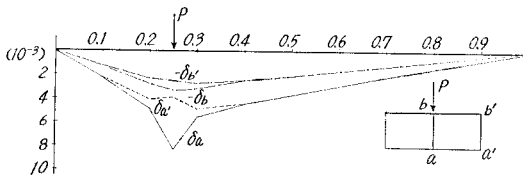


図-18 曲げ応力 σ の分布図 ($c=l/4$)

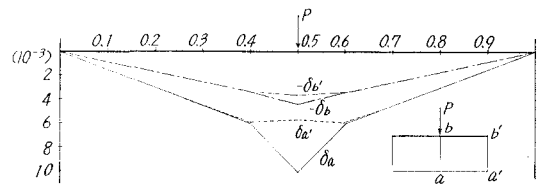


図-19 曲げ応力 σ の分布図 ($c=l/2$)

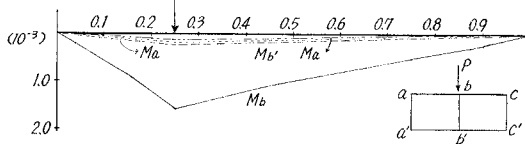


図-20 断面の変形に抵抗する接点モーメント ($c=l/2$)

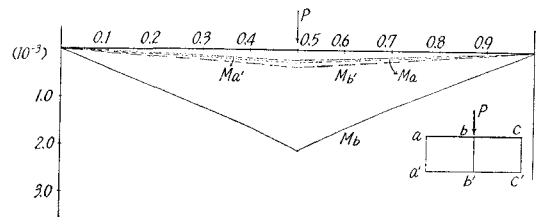


図-21 断面変形に抵抗する接点モーメント

7. 考 察

上に示された図をみると、荷重点において、集中荷重による局部応力の影響で、載荷点では一般の曲げ理論より応力が増加し、非載荷点では減少する。いわゆるセン断おくれの現象をおこすことがわかる。また対称荷重による値は荷重点以外では、ほとんど、普通の曲げ理論と一致している。偶力荷重については、断面の曲げ剛度が小さいため、両側折板は単独のはりの如く挙動して、そり応力は単純な曲げ応力のように分布し、しかも、単純曲げよりも値は大である。したがって実際では、このような断面では、断面剛性を増すためのダイヤフラムは不可欠である。

断面変形に抵抗する接点モーメントの分布は図-12, 13, 16, 17, 20, 21 のようで、スパンの $1/4$ 点に偶力荷重が作用する場合にも、断面変形モーメントは、荷重の作用点でなく、中央よりに最大値をとる。又、対称荷重の場合には断面の変形のための接点曲げモーメントは小さな値であるが、中央隔壁で支えられる床板の曲げモーメントは、当然のことながら大きくなる。

以上を総合すると、この解法は、点荷重による局部応力の状況をもほぼとらえ合理的な結果を与えていると思われる。さらにいろいろの断面についても本解法を適用し、構造物設計の資に供したい。図面の作成にあたって室工大土木教室西田久氏の援助を受けた、記して感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) J. E. Goldberg and H. L. Leve: „Theory of Prismatic Folded Plate Structures“ IABSE, Zurich Switzerland, No. 87, p. 71-72.
- 2) De Fries-Skene and A. C. Scordelis: „Direct Stiffness Solution for Folded Plates“ A. S. C. E. (S. T.) p. 15-47, 1964.