

差分方程式で表わされる不静定構造物の 和分変換による解法例

—— Cross Diagonal を有する平行弦 Truss について ——

正 員 能 町 純 雄*

1. 緒 言

不静定構造物が規則性を有する形状でしかも同じ役割をする部材の断面がそれぞれ等しいような構造物では、連続梁における三連モーメント式であるとか、縦横剛比の等しい高層多径間ラーメンの節方程式、層方程式にみられるように求むべき内力とか変位、変角が差分方程式の形で与えられる。また格子桁も横桁、主桁の各断面がそれぞれ一定の場合には差分方程式に帰着することはよく知られている。このような構造物について、すでに、特殊な場合に関する多くの研究がなされている。また Ferras の理論に根拠をおく相似荷重群なる考え方による格子桁の解法も正弦和分形式の一つであると言える。これらの方法と全くおもむきを変えて、連続の数字におけるフーリエ有限変換の考え方と相似に、正弦および余弦からなるフーリエ有限和分変換とその逆変換公式を誘導し、これによって連立差分方程式をとく方法が規則正しい。骨組構造の応力解析にいかんにも有力な武器であるかをクロス、ダイアゴナルを有する平行弦トラスの多次不静定構造物によって示したい。

2. 予 備 公 式

次のようなフーリエ定和分変換公式を求めることができた。

(a) 逆変換公式

Symbolic Notation

$$S_i[f(x)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \sin \frac{i\pi x}{n},$$

$$C_i[f(x)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \cos \frac{i\pi x}{n},$$

を導入すると

$$f(x) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} S_i[f(x)] \sin \frac{i\pi x}{n} \quad (0 < x < n), \quad (1)$$

$$f(x) = \sum_{i=0}^n R_i \cos \frac{i\pi x}{n} \quad (0 \leq x \leq n), \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \frac{1}{n} \left\{ C_0[f(x)] + \frac{1}{2} f(n) + \frac{1}{2} f(0) \right\} \\ R_i &= \frac{2}{n} \left\{ C_i[f(x)] + \frac{1}{2} f(n) (-1)^i + \frac{1}{2} f(0) \right\} \\ R_n &= \frac{1}{n} \left\{ C_n[f(x)] + \frac{1}{2} f(n) (-1)^n + \frac{1}{2} f(0) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$x, i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$

(b) 二次差分、変一次差分のフーリエ定和分

ここに変一次差分というのは $f(x+1) - f(x-1)$ を一次差分 $f(x+1) - f(x)$ と区別して仮に名付けたものである。

$$S_i[D^2 f(x-1)] = -\sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i f(n) - f(0) \right\} - D_i \cdot S_i[f(x)], \quad (4)$$

* 室蘭工業大学教授 工博

$$C_i \left[\Delta^2 f(x-1) \right] = \Delta f(n-1) \cdot (-1)^i - \Delta f(0) - D_i \left\{ \frac{1}{2} f(n) (-1)^i + \frac{1}{2} f(0) + C_i [f(x)] \right\}, \quad (5)$$

$$S_i \left[f(x+1) - f(x-1) \right] = -2 \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ \frac{1}{2} f(n) (-1)^i + \frac{1}{2} f(0) + C_i [f(x)] \right\}, \quad (6)$$

$$C_i \left[f(x+1) - f(x-1) \right] = - \left\{ \Delta f(n-1) \cdot (-1)^i + \Delta f(0) \right\} + \left(1 + \cos \frac{i\pi}{n} \right) \left\{ f(n) (-1)^i - f(0) \right\} + 2 \sin \frac{i\pi}{n} \cdot S_i [f(x)], \quad (7)$$

$$\text{ただし} \quad \Delta f(x) = f(x-1) - f(x), \quad D_i = 2 \left(1 - \cos \frac{i\pi}{n} \right)$$

3. クロス、ダイヤゴナルを有する平行弦トラス

(a) 力のつりあい

図-1に示すように上弦の格点を 0, 1, 2 のように n まで、下弦のそれを $0', 1', 2', \dots, n'$ とし上弦 x 点の水平、鉛直変位をそれぞれ u_x, y_x 、不弦 x' 格点の各変位を u'_x, y'_x とする。部材力については次のようにする。

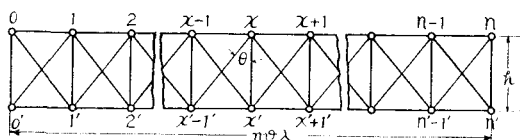


図-1 クロス、ダイヤゴナルを有する平行弦トラス

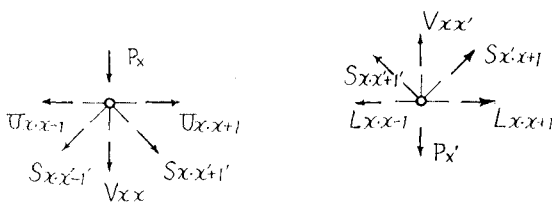


図-2 格点 x, x' の力の状態

$U_{x,x+1}$ = 上弦材 $x, x+1$ の応力

$L_{x,x+1}$ = 下弦材 $x', x'+1'$ の応力

$S_{x,x'-1'}$ = 斜材 $x, x'-1'$ の応力

$S_{x,x'+1'}$ = 斜材 $x, x'+1'$ の応力

$V_{x,x'}$ = 垂直材 x, x' の応力

フックの法則により変位と部材力の間に

$$U_{x,x+1} = \frac{EA_u}{\lambda} (u_{x+1} - u_x), \quad (8)$$

$$L_{x,x+1} = \frac{EA_l}{\lambda} (u'_{x+1} - u'_x), \quad (9)$$

$$S_{x,x'-1'} = \frac{EA_d}{h} \cos \theta \left\{ (y'_{x-1} - y_x) \cos \theta + (u_x - u'_{x-1}) \sin \theta \right\}, \quad (10)$$

$$S_{x,x'+1'} = \frac{EA_d}{h} \cos \theta \left\{ (y'_{x+1} - y_x) \cos \theta + (u'_{x+1} - u_x) \sin \theta \right\}, \quad (11)$$

$$V_{x,x'} = \frac{EA_v}{h} (y'_x - y_x), \quad (12)$$

上式中 A_u, A_l, A_d, A_v はそれぞれ上弦材、下弦材、斜材、垂直材の断面積、 E は弾性係数 h は高さ λ はパネル長さ、 θ は斜材と垂直材とのなす角である。

上弦 x 格点と下弦 x' 格点のまわりの鉛直方向の力のつりあいは図-2から

$$(S_{x,x'-1'} + S_{x,x'+1'}) \cos \theta + V_{xx'} = -P_x, \quad (13)$$

$$(S_{x',x+1} + S_{x',x-1}) \cos \theta + V_{xx'} = P'_{x'}, \quad (14)$$

また水平方向の力のつりあいはいは

$$U_{x \cdot x+1} - U_{x \cdot x-1} + (S_{x \cdot x'+1} - S_{x \cdot x'-1}) \sin \theta = 0, \quad (15)$$

$$L_{x \cdot x+1} - L_{x \cdot x-1} + (S_{x' \cdot x+1} - S_{x' \cdot x-1}) \sin \theta = 0, \quad (16)$$

となる。(13)~(16) 式に (8)~(12) 式を代入して変位でかきかえると

$$\begin{aligned} \frac{EA_d}{h} \cos^3 \theta \Delta^2 y'_{x-1} + \left(\frac{EA_v}{h} + \frac{2EA_d}{h} \cos^3 \theta \right) y'_x - \left(\frac{EA_v}{h} + \frac{2EA_d}{h} \cos^3 \theta \right) y_x \\ + \frac{EA_d}{h} \sin \theta \cdot \cos^2 \theta (u'_{x+1} - u'_{x-1}) = -P_x, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{EA_d}{h} \cos^3 \theta \Delta^2 y_{x-1} + \left(\frac{EA_v}{h} + \frac{2EA_d}{h} \cos^3 \theta \right) y_x - \left(\frac{EA_v}{h} + \frac{2EA_d}{h} \cos^3 \theta \right) y'_x \\ - \frac{EA_d}{h} \sin \theta \cdot \cos^2 \theta (u_{x+1} - u_{x-1}) = -P'_x, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{EA_u}{\lambda} \Delta^2 u_{x-1} + \frac{EA_d}{h} \sin \theta \cdot \cos \theta \left\{ (y'_{x+1} - y'_{x-1}) \cos \theta + 2(u'_x - u_x) \sin \theta + \Delta^2 u'_{x-1} \sin \theta \right\} = 0, \quad (19)$$

$$\frac{EA_l}{\lambda} \Delta^2 u'_{x-1} + \frac{EA_d}{h} \sin \theta \cdot \cos \theta \left\{ (y_{x-1} - y_{x+1}) \cos \theta + 2(u_x - u'_x) \sin \theta + \Delta^2 u_{x-1} \sin \theta \right\} = 0, \quad (20)$$

(b) 変位の定和分変換と境界条件

上式 (17)~(20) で与えられる基本差分方程式中 (17), (18) に S_i を (19), (20) に C_i を作用させると

$$\begin{aligned} \left\{ D_i - (2 + \mu) \right\} S_i [y_x] + (2 + \mu) S_i [y_x] + \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i y'_n - y'_0 \right\} \\ + 2\nu \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ C_i [u'_x] + \frac{1}{2} u'_n (-1)^i + \frac{1}{2} u'_0 \right\} = K S_i [P_x], \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \left\{ D_i - (2 + \mu) \right\} S_i [y_x] + (2 + \mu) S_i [y_x] + \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i y_n - y_0 \right\} \\ - 2\nu \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ C_i [u_x] + \frac{1}{2} u_n (-1)^i + \frac{1}{2} u_0 \right\} = K S_i [P'_x], \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma} \left\{ \Delta u_{n-1} (-1)^i - \Delta u_0 \right\} - \tilde{\gamma} D_i \left\{ C_i [u_x] + \frac{1}{2} u_n (-1)^i + \frac{1}{2} u_0 \right\} - \nu \left\{ \Delta y'_{n-1} (-1)^i + \Delta y'_0 \right\} \\ + \nu \left(1 + \cos \frac{i\pi}{n} \right) \left\{ y'_n (-1)^i - y'_0 \right\} + 2\nu \sin \frac{i\pi}{n} S_i [y_x] + 2\nu^2 \left\{ C_i [u'_x] - C_i [u_x] \right\} \\ + \nu^2 \left\{ \Delta u'_{n-1} (-1)^i - \Delta u'_0 \right\} - \nu^2 D_i \left\{ C_i [u'_x] + \frac{1}{2} u'_n (-1)^i + \frac{1}{2} u'_0 \right\} = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}' \left\{ \Delta u'_{n-1} (-1)^i - \Delta u'_0 \right\} - \tilde{\gamma}' D_i \left\{ C_i [u_x] + \frac{1}{2} u_n (-1)^i + \frac{1}{2} u_0 \right\} + \nu \left\{ \Delta y_{n-1} (-1)^i + \Delta y_0 \right\} \\ - \left(1 + \cos \frac{i\pi}{n} \right) \left\{ y_n (-1)^i - y_0 \right\} - 2\nu \sin \frac{i\pi}{n} S_i [y_x] + 2\nu^2 \left\{ C_i [u_x] - C_i [u'_x] \right\} \\ + \nu^2 \left\{ \Delta u_{n-1} (-1)^i - \Delta u_0 \right\} - \nu^2 D_i \left\{ C_i [u_x] + \frac{1}{2} u_n (-1)^i + \frac{1}{2} u_0 \right\} = 0, \end{aligned} \quad (24)$$

ただし $\nu = \tan \theta$, $\mu = A_v/A_d \cos^3 \theta$, $K = h/EA_d \cos^3 \theta$, $\tilde{\gamma} = A_u/A_d \cos^3 \theta$, $\tilde{\gamma}' = A_l/A_d \cos^3 \theta$

格点 0, 0', n, n' の水平方向力のつりあいはいは, ここに作用する水平外力を H_0, H'_0, H_n, H'_n とすれば (ただし外向きを正とする), 容易に

$$\tilde{\gamma} \Delta u_0 + \nu \Delta y'_0 + \nu^2 \Delta u'_0 + \nu (y'_0 - y_0) + \nu^2 (u'_0 - u_0) = H_0 K, \quad (25)$$

$$\tilde{\gamma}' \Delta u'_0 - \nu \Delta y_0 + \nu^2 \Delta u_0 + \nu (y_0 - y'_0) + \nu^2 (u_0 - u'_0) = H'_0 K, \quad (26)$$

$$\tilde{\gamma} \Delta u_{n-1} - \nu \Delta y'_{n-1} + \nu^2 \Delta u'_{n-1} + \nu (y'_n - y_n) + \nu^2 (u_n - u'_n) = H_n K, \quad (27)$$

$$\tilde{\gamma}' \Delta u'_{n-1} + \nu \Delta y_{n-1} + \nu^2 \Delta u_{n-1} + \nu (y_n - y'_n) + \nu^2 (u'_n - u_n) = H'_n K, \quad (28)$$

と書くことができる。簡単のため

$$S_i [y_x] = \bar{y}_i, \quad S_i [y'_x] = \bar{y}'_i, \quad S_i [P_x] = \bar{P}_i, \quad C_i [u_x] + \frac{1}{2} u_n (-1)^i + \frac{1}{2} u_0 = \bar{u}_i,$$

$$S_i[P'_i] = \bar{I}'_i, \quad C_i[u'_i] + \frac{1}{2}u'_n(-1)^i + \frac{1}{2}u'_0 = \bar{a}'_i,$$

とにおいて (25)~(28) の条件を (23), (24) に代入すれば

$$\bar{y}'_i \left\{ D_i - (2 + \mu) \right\} + \bar{y}'_i (2 + \mu) + 2\nu \sin \frac{i\pi}{n} \bar{a}'_i = - \left\{ (-1)^i y'_n - y'_0 \right\} \sin \frac{i\pi}{n} + K \bar{P}'_i, \quad (29)$$

$$\bar{y}_i \left\{ D_i - (2 + \mu) \right\} + \bar{y}_i (2 + \mu) - 2\nu \sin \frac{i\pi}{n} \bar{a}_i = - \left\{ (-1)^i y_n - y_0 \right\} \sin \frac{i\pi}{n} + K \bar{P}'_i, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \bar{a}_i (D_i \bar{r} + 2\nu^2) + \bar{a}'_i \nu^2 (D_i - 2) - 2\nu \bar{y}'_i \sin \frac{i\pi}{n} &= -KH_n (-1)^i + KH_0 \\ &\quad - \nu \left\{ y_n (-1)^i - y_0 + \cos \frac{i\pi}{n} \left(y'_n (-1)^i - y'_0 \right) \right\}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \bar{a}'_i (D_i \bar{r}' + 2\nu^2) + \bar{a}_i \nu^2 (D_i - 2) + 2\nu \bar{y}_i \sin \frac{i\pi}{n} &= -KH'_n (-1)^i + KH'_0 \\ &\quad + \nu \left\{ y'_n (-1)^i - y'_0 + \cos \frac{i\pi}{n} \left(y_n (-1)^i - y_0 \right) \right\}, \end{aligned} \quad (32)$$

いま両端すべての点にタワミがないとし、水平外力も作用していないとする。さらに荷重は上部格点のみにあるとすれば

$$y_n = y'_n = y_0 = y'_0 = 0, \quad H_n = H'_n = H_0 = H'_0 = 0,$$

となり (29)~(32) を解いて変位の和分変換は

$$\begin{aligned} \bar{y}_i &= \bar{P}_i K \frac{D_i^2 \nu^2 \bar{r} + D_i F + L}{D_i^2 (B - D_i \bar{r} \bar{r}')} \\ \bar{a}'_i &= -\bar{P}_i K \frac{N}{D_i^2 (B - D_i \bar{r} \bar{r}')} \sin \frac{i\pi}{n} \\ \bar{y}'_i &= \bar{y}_i - \bar{P}_i K \frac{D_i (\bar{r} \bar{r}' + \bar{r}' \nu^2) + 2(\bar{r}' - \bar{r}) \nu^2}{D_i (B - D_i \bar{r} \bar{r}')} \\ \bar{a}_i &= \bar{P}_i K \frac{N' - 2\bar{r}' \nu D_i}{D_i^2 (B - D_i \bar{r} \bar{r}')} \sin \frac{i\pi}{n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ただし} \quad B &= 2(\mu + 2) \bar{r} \bar{r}' + \mu \nu^2 (\bar{r} + \bar{r}'), & F &= \bar{r} \bar{r}' (2 + \mu) - 4\nu^2 \bar{r} - \nu^4 \mu, \\ L &= 2\nu^2 \left\{ (2 + \mu) (\bar{r} + \bar{r}') + 4\mu \nu^2 \right\}, & N &= 2\nu \left(2\bar{r} + \mu (\bar{r} + \nu^2) \right), \\ N' &= 2\nu \left(2\bar{r}' + \mu (\bar{r}' + \nu^2) \right) \end{aligned}$$

(c) 解 式

この場合計算の結果

$$\bar{a}_n = \bar{a}'_n = \bar{a}_0 = \bar{a}'_0 = 0$$

であるから、逆変換公式 (1), (3) から変位は

$$\begin{aligned} y_x &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{y}_i \sin \frac{i\pi}{n} x, & y'_x &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{y}'_i \sin \frac{i\pi}{n} x, \\ u'_x &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{a}'_i \cos \frac{i\pi}{n} x, & u_x &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{a}_i \cos \frac{i\pi}{n} x, \end{aligned}$$

で与えられる。すなわち

$$y_x = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{P}_i K \frac{D_i^2 \nu^2 \bar{r} + D_i F + L}{D_i^2 (B - \bar{r} \bar{r}' D_i)} \sin \frac{i\pi x}{n}, \quad (33)$$

$$y'_x = y_x - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{P}_i K \frac{D_i (\bar{r} \bar{r}' + \nu^2 \bar{r}') + 2(\bar{r}' - \bar{r}) \nu^2}{D_i (B - D_i \bar{r} \bar{r}')} \sin \frac{i\pi x}{n}, \quad (34)$$

$$u'_x = -\frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{P}_i K \frac{N}{D_i^2 (B - D_i \bar{r} \bar{r}')} \sin \frac{i\pi}{n} \cos \frac{i\pi x}{n}, \quad (35)$$

$$u_x = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{P}_i K \frac{N' - 2\nu \bar{r}' D_i}{D_i^2 (B - D_i \bar{r} \bar{r}')} \sin \frac{i\pi}{n} \cos \frac{i\pi x}{n}, \quad (36)$$

u'_x, u_x の一次差分から (8), (9) によって下, 上弦材応力は

$$L_{x+1, x} = \gamma' \sum_{i=1}^{n-1} \frac{2}{n} \bar{p}_i \frac{N}{D_i(B-D_i\gamma\gamma')} \cos \frac{i\pi}{2n} \sin \frac{i\pi}{n} \left(x + \frac{1}{2}\right), \quad (37)$$

$$U_{x+1, x} = \gamma \sum_{i=1}^{n-1} \frac{2}{n} \bar{p}_i \frac{2\nu\gamma'D_i - N'}{D_i(B-D_i\gamma\gamma')} \cos \frac{i\pi}{2n} \sin \frac{i\pi}{n} \left(x + \frac{1}{2}\right), \quad (38)$$

垂直材応力は

$$V_{x, x'} = -M \sum_{i=1}^{n-1} \frac{2}{n} \bar{p}_i \frac{D_i(\gamma\gamma' + \nu^2\gamma') + 2(\gamma' - \gamma)\nu^2}{D_i(B-D_i\gamma\gamma')} \sin \frac{i\pi x}{n}, \quad (39)$$

したがって (14) と (16) 式から斜材応力が

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} S_{x', x+1} \\ S_{x', x-1} \end{aligned} \right\} &= \left\{ -V_{xx'} \nu \pm (L_{x, x-1} - L_{x, x+1}) \right\} / 2 \sin \theta \\ \therefore \left. \begin{aligned} S_{x', x+1} \\ S_{x', x-1} \end{aligned} \right\} &= -\mu \nu \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{p}_i}{n \sin \theta} \frac{D_i(\gamma\gamma' + \gamma'\nu^2) + 2\nu^2(\gamma' - \gamma)}{D_i(B-D_i\gamma\gamma')} \sin \frac{i\pi x}{n} \\ &\quad \pm \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\gamma \bar{p}_i}{n \sin \theta} \frac{N}{D_i(B-D_i\gamma\gamma')} \sin \frac{i\pi}{n} \cos \frac{i\pi x}{n} \end{aligned} \quad (40)$$

(d) 影 響 線

上下各格点のタワミ影響線と部材応力影響線は上述の公式から直ちに式の形で求めることができる。すなわち, 単位荷重 P が第 c 格点に作用した場合

$$\bar{p}_i = P \sin \frac{i\pi c}{n},$$

であるから (33), (34) から

$$y_x = \frac{2P}{n} \sum_{i=1}^{n-1} K \frac{D_i^2 \nu \gamma + D_i F + L}{D_i^2(B - \gamma\gamma' D_i)} \sin \frac{i\pi c}{n} \sin \frac{i\pi x}{n}, \quad (41)$$

$$y'_x = y_x - \frac{2P}{n} \sum_{i=1}^{n-1} K \frac{D_i \gamma'(\gamma + \nu^2) + 2(\gamma' - \gamma)\nu^2}{D_i^2(B - D_i\gamma\gamma')} \sin \frac{i\pi c}{n} \sin \frac{i\pi x}{n}, \quad (42)$$

弦材応力影響線は

$$L_{x+1, x} = \frac{2\gamma' P}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{N}{D_i(B - D_i\gamma\gamma')} \cos \frac{i\pi}{2n} \sin \frac{i\pi c}{n} \sin \frac{i\pi}{n} \left(x + \frac{1}{2}\right), \quad (43)$$

$$U_{x+1, x} = \frac{2\gamma P}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{2\nu\gamma'D_i - N'}{D_i(B - D_i\gamma\gamma')} \cos \frac{i\pi}{2n} \sin \frac{i\pi c}{n} \sin \frac{i\pi}{n} \left(x + \frac{1}{2}\right), \quad (44)$$

のようになる。上式中 x は注目する格点, または部材で c を変化させることにより, 影響線が有限な三角函数を含む級数和として正確に求められる。

3. エネルギー法の結果との比較

このため, 図-3 の (a) に示す四パネルの場合について上弦中央格点に P なる荷重がある状態について荷重点格点のタワミについて検討する。計算のための各数値は

$$\gamma = \gamma' = 10, \quad \mu = 1, \quad \nu = 1,$$

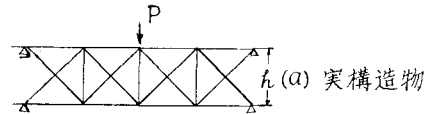
である。すなわち

$$h/EA_v = 2\sqrt{2} h/EA_d, \quad \lambda/EA_u = \lambda/EA_l = 2\sqrt{2}/10EA_d,$$

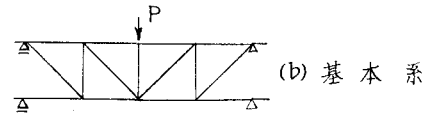
エネルギー法については周知のように, 図-3 の (b), (c), (d) のように力系を分解し, 各系に対する部材応力をそれぞれ $N_0, X_1 \cdot N_1, X_2 \cdot N_2$ とすれば求むべき部材応力 N は

$$N = N_0 + X_1 \cdot N_1 + X_2 \cdot N_2$$

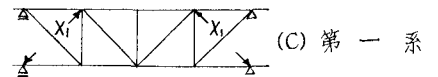
で最小エネルギーの条件から



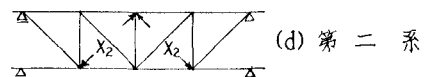
(a) 実構造物



(b) 基本系



(c) 第一系



(d) 第二系

図-3 クロス, ダイアゴナル有する四パネル平行弦トラス, エネルギー法による系を示す

$$6.4 X_1 + 2 X_2 = 2.1 \sqrt{2} P, \quad 2 X_1 + 10.4 X_2 = 4.1 \sqrt{2} P$$

となり

$$X_1 = 0.2183 \sqrt{2} P, \quad X_2 = 0.3523 \sqrt{2} P$$

をえた。次にカステグリアノの定理によって

$$y_2 = 1.7939 \sqrt{2} Ph/EA_d \quad (45)$$

となった。

本理論では公式 (41) 中

$$x = c = n/2 \quad \text{とし} \quad n = 4$$

対称性から $i=1, 3$ のみをとればよく各数値は

$$D_1 = 0.5858, \quad D_3 = 2.8284, \quad B = 620, \quad F = 259, \quad L = 128$$

したがって、直ちに

$$\begin{aligned} y_2 &= (1.4490 + 0.3446) \sqrt{2} Ph/EA_d \\ \therefore y_2 &= 1.7936 \sqrt{2} Ph/EA_d \end{aligned} \quad (46)$$

(45), (46) 式は 4 けたまで等しく、エネルギー法と全く同じ結果を与えることがわかる。

4. 結 語

以上全く新しい手法によって多次不静定構造物であるクロスダイヤゴナルを有する平行弦トラスの解析と公式を示したが、これは二次元格点に拡張でき $m \times n$ 格点を有する格子桁、ラーメン構造の任意点に荷重があるときの一般式にも拡張されよう

参 考 文 献

- 1) G. Boole: THE CALCULUS OF FINITE DIFFERENCES. 1860, London, Dover Ed.
- 2) S. G. Nomachi: "On Finite Fourier Sine Series with Respect to Finite Differences". Memoirs of Muroran Ins. Tech., Vol. 5, No. 1, p. 187-202, July, 1965.
- 3) S. G. Nomachi: "A Note on Finite Fourier Transforms Concerning Finite Integration". Memoirs of Muroran Ins. Tech., Vol. 5, No. 2, p. 711-718, Aug., 1966.
- 4) W. Klemp: "Ein neues Verfahren für Tragerostberechnung". Beton und Stahlbetonbau, 21, Jahrg. Heft 1, 1956, S. 15-19.
- 5) 酒井忠明: "各種の方法による特殊多張間高層架構の振動解法", 北大工学部彙報, 5, p. 78-89, 昭 26-3.
- 6) 倉田宗章: "羽目板の安定問題", 土木学会誌, 36-2, p. 66-72, 昭 26-2.