

5 径間連続曲線桁橋の近似的振動解析の計算例

正員 青 木 弘*
正員 ○大 島 久**
正員 酒 井 忠 明***

1. 緒 言

従来は構造物の耐震計算では構造物自体の剛性に無関係にその架設地域に想定せられる地震の強弱のみを考慮しこれに対応する震度を決め静的計算を行なっていた。最近では構造物自体の剛性を考慮し、その固有振動周期の長短により同一地域であっても震度を適宜加減して用いる傾向となった。また更に地震動そのものも正弦波としてでなくエルセントロの如き実際の地震動の波形による構造物の強制振動を電子計算機によって求め、構造物の安全性の確認の一助とすることも行なわれるようになった。

いずれにしても、構造物の固有振動周期が必要となるが特殊構造物ではその計算が非常に面倒であり、連続曲線桁橋などもその一例である。従って本文においては二、三の仮定を設定し、これによって比較的容易に連続曲線桁橋の橋長方向および橋横方向の固有振動周期や動揺振動の固有周期などを求める方法を述べ、更に強制振動にも言及したものである。

2. 計算例に用いた5径間連続曲線桁橋の形状

近似的振動解析の計算例に用いた5径間連続桁橋の形状は図-1の如くである。

上部構造は中央に隔壁を有する箱形断面の鋼桁と鉄筋コンクリートスラブの路床よりなる合成桁で、全部を鋼に換算した垂直対称軸に関する断面2次モーメント I 、弾性係数 E は次の如くである。

$$I = 2.204 \text{ m}^4, \quad E = 21 \times 10^6 \text{ t/m}^2$$

上部構造の死荷重は、橋長1m に対し10.7t である。

橋脚はピーエスコンクリートの中空間筒で、外径 D 、高さ H 、断面積 A 、断面2次モーメント I 等は表-1の如くである。中空内径は $0.6D$ とする。表-1中の μ は下端固定、上端自由の橋脚柱頭に1t なる水平荷重が作用したときの柱頭の水平変位で $\mu = H/3EI$ である。 E は鋼材の1/6

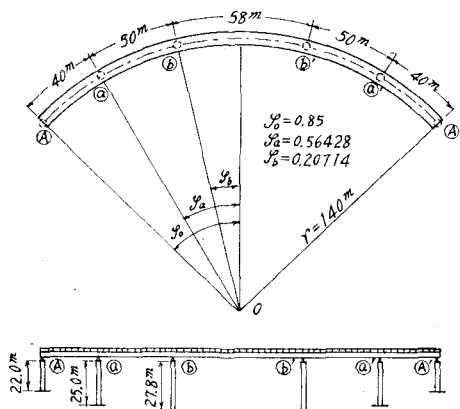


図-1

表-1 橋 脚

脚 番	D (m)	H (m)	A (m ²)	I (m ⁴)	μ (cm/t)
A, A'	2.20	22.0	2.432	1.0007	0.10135
a, a'	2.70	25.0	3.664	2.2702	0.06555
b, b'	3.35	27.8	5.640	5.3800	0.03803

とし $E = 3.5 \times 10^6 \text{ t/m}^2$ とした。

3. 近似的振動解析に用いた仮定

5径間連続曲線桁橋の振動解析の計算を容易にするため次の仮定をなす。

1. 仮定-1: 上部構造の死荷重は等分布荷重であるがこれを各径間長に応じ橋脚柱頭に作用する6箇の集中荷重と見なす。

2. 仮定-2: 橋脚の自重も分布荷重であるが、この代りにその全自重の33/140が集中荷重として各橋脚柱頭にあるものとする。

3. 仮定-3: 橋桁と橋脚柱頭との連結は鉸支承であり橋桁の接線方向に対しては鉸支承として作用するが、その

* 北海道開発コンサルタント KK

** 北海道開発局土木試験所 工修

*** 北海道大学工学部教授 工博

他の方向に対しては鉸支承としての働きをしない。このことを考慮すると計算を非常に面倒にするので、いずれの方向にも鉸支承として働くものと仮定する。

仮定-1 と仮定-2 よりこの橋の振動は

$$W_A, W'_A = 10.7 \times 40 \times \frac{1}{2} + (2.4 \times 22.0 \times 2.432) \frac{33}{140} = 244.27 \text{ t}$$

$$W_a, W'_a = 10.7 (40 + 50) \frac{1}{2} + (2.4 \times 25.0 \times 3.664) \frac{33}{140} = 533.32 \text{ t}$$

$$W_b, W'_b = 10.7 (50 + 58) \frac{1}{2} + (2.4 \times 27.8 \times 5.640) \frac{33}{140} = 665.50 \text{ t}$$

なる6箇の荷重を担う6質点系の振動問題として取扱うことができる。

また、仮定-3により上記の6質点は橋桁によって連結せられると同時に橋桁は各質点を位置において互に直角な2本宛のバネによって支持せられ、このバネの強さ、すなわち1tに対する変形量はそれぞれ

$$\mu_A, \mu'_A = 0.10135 \text{ cm/t}, \quad \mu_a, \mu'_a = 0.06555 \text{ cm/t} \\ \mu_b, \mu'_b = 0.03803 \text{ cm/t}$$

と考えることができる。

仮定-1による誤差は全体で W なる等分布荷重を担う桁において、この等分布荷重をいくつかの集中荷重に分けて考えた場合の固有周期の誤差から大体のことを類推することができる。図-2は W なる荷重を、等間隔に6箇、5箇、4箇などの集中荷重に分けた場合を示すもので、これ等に対し質点系振動問題として取扱った場合の固有振動の周期は次の如くなる。

単 桁：

$$6 \text{ 箇に分けた場合 } T = 0.6367 \sqrt{\frac{Wl^3}{gEI}}$$

$$5 \text{ 箇に分けた場合 } T = 0.6369 \quad "$$

$$4 \text{ 箇に分けた場合 } T = 0.6413 \quad "$$

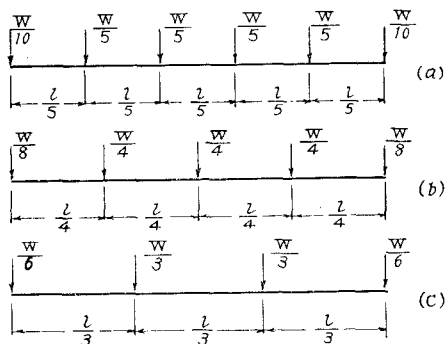


図-2

固定桁：

$$6 \text{ 箇に分けた場合 } T = 0.2810 \sqrt{\frac{Wl^3}{gEI}}$$

$$5 \text{ 箇に分けた場合 } T = 0.2817 \quad "$$

$$4 \text{ 箇に分けた場合 } T = 0.2850 \quad "$$

片持梁：

$$6 \text{ 箇に分けた場合 } T = 1.8198 \sqrt{\frac{Wl^3}{gEI}}$$

$$5 \text{ 箇に分けた場合 } T = 1.8382 \quad "$$

$$4 \text{ 箇に分けた場合 } T = 1.878 \quad "$$

これに対し等分布荷重としての正解は

$$\text{単 桁: } T = 0.6366 \sqrt{\frac{Wl^3}{gEI}}$$

$$\text{固定桁: } T = 0.2808 \quad "$$

$$\text{片持梁: } T = 1.7870 \quad "$$

であり、等分布荷重を集中荷重に換算して考えても固有振動周期に対する誤差は非常に少ない。以上は等分布荷重を等間隔の集中荷重に分けた場合であるが、図-3の如く相当

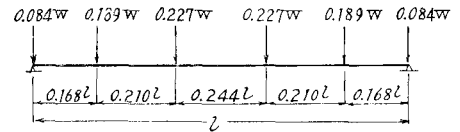


図-3

異なった間隔に分けて考えた場合には多少誤差は多くなり図-3の例題では

$$T = 0.6280 \sqrt{\frac{Wl^3}{gEI}}$$

となり、正解に対し1.35%の誤差となる。

つぎに、仮定-2による固有振動周期に対する誤差を検討すれば次の如くである。等分布荷重 $gl = W$ と自由端に P なる集中荷重を組む片持梁の固有振動周期の正解式は

$$T = \frac{\sqrt{\frac{3W}{P}}}{(\beta l)^2} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{Pl^3}{gEI}} = K_0 \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{Pl^3}{gEI}} \quad (1)$$

であり、式中の βl は次の式を満足せしめる値である。

$$\cos \beta l \cosh \beta l + 1 - \frac{P}{W} \beta l (\sin \beta l \cosh \beta l - \cos \beta l \sinh \beta l) = 0 \quad (2)$$

$\frac{W}{P}$ の種々の値に対し、この正解式より第1次固有振動周期に関する $\sqrt{\frac{3W}{P}} / (\beta l)^2$ すなわち K_0 を求め、これと上記の仮定により求めた K_0 を比較すれば表-2の如くなり、その差は極めて小であることがわかる。

仮定-3による誤差は、常識的には当然無視できぬ程度と考えられるので、上部構造の死荷重の重心は実際には橋脚上端よりかなり上方に位置するのであるが、これを橋脚上

表-2

$\frac{W}{P}$	正解の K_e	近似解の K_e	$\frac{W}{P}$	正解の K_e	近似解の K_e
1.0	1.1122	1.1116	0.4	1.0462	1.0461
0.9	1.1015	1.1010	0.3	1.0348	1.0348
0.8	1.0906	1.0902	0.2	1.0233	1.0233
0.7	1.0797	1.0793	0.1	1.0117	1.0117
0.6	1.0686	1.0684	0.05	1.0059	1.0059
0.5	1.0575	1.0573	0	1	1

端にあるものとして計算をなしその誤差が相殺されるよう計らった。これ等の誤差については別途に正確な理論解析により確めなければならぬところであるが、一応模型実験により芳村仁、外崎忍等の諸氏により検討されている。

4. 固有振動周期の一般解式

前節において述べた如く、本論文の計算例として用いた5径間連続曲線桁の振動問題は図-4に示すような曲線形橋桁によって連結せられた6質点が各質点位置において互に直角な2本宛のパネによって支持された場合の振動問題として取扱うこととなる。各質点の重量ならびにパネの強さは前節に記した通りである。

振動中における各質点の変位方向は不明であるので、その方向を y 軸方向とこれに直角な方向の分変位にわけて考える。以後これ等の分変位の方向を垂直および水平の方向と呼ぶことにする。従って質点は6箇ではあるが、一般に

振動方程式は12箇となり、その計算は極めて煩雑となる。しかしながら、構造物が y 軸に關し対称であるので振動もこれを y 軸に關し、対称なものと逆対称なものに分離して取扱うことができ、これによって計算を非常に簡易化することができる。橋横方向の振動は対称振動に、また橋長方向の振動ならびに動揺振動は逆対称振動に含まれる。

これ等の振動問題を質点系振動として解く場合、準備計算としてまず一對の単位対称荷重が作用したときの各質点の垂直と水平の分変位および一對の単位逆対称荷重が作用したときの各質点の垂直と水平の分変位を求めなければならない。これ等の分変位は図-4に示す各パネの固定端の反力を計算することによって求めることができる。表-3および表-4はその計算結果を示したものである。変位に關

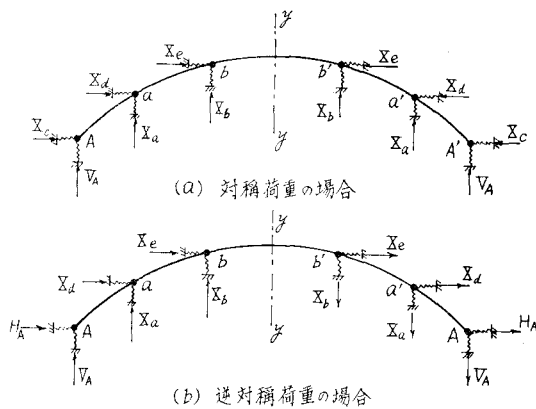


図-4

表-3 一對の単位対称荷重による各質点の変位

(単位: cm)

載荷点と荷重方向	A, A' の垂直変位	a, a' の垂直変位	b, b' の垂直変位	A, A' の水平変位	a, a' の水平変位	b, b' の水平変位
A, A' 垂直	$\alpha_{11}=0.051018$	$\alpha_{12}=0.024312$	$\alpha_{13}=0.004781$	$\alpha_{14}=-0.032187$	$\alpha_{15}=-0.009094$	$\alpha_{16}=-0.000348$
a, a' 垂直	$\alpha_{21}=0.024312$	$\alpha_{22}=0.027758$	$\alpha_{23}=0.012803$	$\alpha_{24}=-0.003000$	$\alpha_{25}=-0.006344$	$\alpha_{26}=-0.000587$
b, b' 垂直	$\alpha_{31}=0.004781$	$\alpha_{32}=0.012803$	$\alpha_{33}=0.028807$	$\alpha_{34}=0.013819$	$\alpha_{35}=0.007094$	$\alpha_{36}=0.000471$
A, A' 水平	$\alpha_{41}=-0.032187$	$\alpha_{42}=-0.003000$	$\alpha_{43}=0.013819$	$\alpha_{44}=0.033539$	$\alpha_{45}=0.008113$	$\alpha_{46}=0.000341$
a, a' 水平	$\alpha_{51}=-0.009094$	$\alpha_{52}=-0.006344$	$\alpha_{53}=0.007094$	$\alpha_{54}=0.008113$	$\alpha_{55}=0.005970$	$\alpha_{56}=0.000535$
b, b' 水平	$\alpha_{61}=-0.000348$	$\alpha_{62}=-0.000587$	$\alpha_{63}=0.000471$	$\alpha_{64}=0.000341$	$\alpha_{65}=0.000535$	$\alpha_{66}=0.000232$

表-4 一對の単位逆対称荷重による各質点の変位

(単位: cm)

載荷点と荷重方向	A, A' の垂直変位	a, a' の垂直変位	b, b' の垂直変位	A, A' の水平変位	a, a' の水平変位	b, b' の水平変位
A, A' 垂直	$\alpha_{11}=0.056422$	$\alpha_{12}=0.027476$	$\alpha_{13}=0.005366$	$\alpha_{14}=-0.025260$	$\alpha_{15}=-0.000209$	$\alpha_{16}=0.009600$
a, a' 垂直	$\alpha_{21}=0.027476$	$\alpha_{22}=0.030918$	$\alpha_{23}=0.012579$	$\alpha_{24}=-0.000778$	$\alpha_{25}=-0.004130$	$\alpha_{26}=0.002688$
b, b' 垂直	$\alpha_{31}=0.005366$	$\alpha_{32}=0.012579$	$\alpha_{33}=0.015036$	$\alpha_{34}=0.005914$	$\alpha_{35}=-0.000254$	$\alpha_{36}=-0.002071$
A, A' 水平	$\alpha_{41}=-0.025260$	$\alpha_{42}=-0.000778$	$\alpha_{43}=0.005914$	$\alpha_{44}=0.038722$	$\alpha_{45}=0.017310$	$\alpha_{46}=0.013457$
a, a' 水平	$\alpha_{51}=-0.000209$	$\alpha_{52}=-0.004130$	$\alpha_{53}=-0.000254$	$\alpha_{54}=0.017310$	$\alpha_{55}=0.020895$	$\alpha_{56}=0.019412$
b, b' 水平	$\alpha_{61}=0.009600$	$\alpha_{62}=0.002688$	$\alpha_{63}=-0.002071$	$\alpha_{64}=0.013457$	$\alpha_{65}=0.019412$	$\alpha_{66}=0.021718$

する正負の符号は、対称荷重によるものでは構造物の左半部に対して下方ならびに左方えの変位を、右半部に対しては下方ならびに右方えの変位を正とし、逆対称荷重によるものでは左半部に対しては対称荷重によるのとおなじであるが、右半部に対しては上方ならびに左方えの変位を正と

する。

一対の単位対称荷重および一対の単位逆対称荷重によるそれぞれの各質点の垂直と水平の分変位 $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{66}$ がわかれば対称ならびに逆対称の固有振動に関する一般解式は次の如くなる。

$$\begin{aligned} y_1 &= -\alpha_{11} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{21} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{31} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} - \alpha_{41} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_4}{dt^2} - \alpha_{51} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_5}{dt^2} - \alpha_{61} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_6}{dt^2} \\ y_2 &= -\alpha_{12} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{22} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{32} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} - \alpha_{42} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_4}{dt^2} - \alpha_{52} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_5}{dt^2} - \alpha_{62} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_6}{dt^2} \\ y_3 &= -\alpha_{13} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{23} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{33} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} - \alpha_{43} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_4}{dt^2} - \alpha_{53} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_5}{dt^2} - \alpha_{63} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_6}{dt^2} \\ y_4 &= -\alpha_{14} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{24} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{34} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} - \alpha_{44} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_4}{dt^2} - \alpha_{54} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_5}{dt^2} - \alpha_{64} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_6}{dt^2} \\ y_5 &= -\alpha_{15} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{25} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{35} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} - \alpha_{45} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_4}{dt^2} - \alpha_{55} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_5}{dt^2} - \alpha_{65} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_6}{dt^2} \\ y_6 &= -\alpha_{16} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{26} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{36} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} - \alpha_{46} \frac{W_A}{g} \frac{d^2 y_4}{dt^2} - \alpha_{56} \frac{W_a}{g} \frac{d^2 y_5}{dt^2} - \alpha_{66} \frac{W_b}{g} \frac{d^2 y_6}{dt^2} \end{aligned}$$

ただし、 A, a および b 点の振動中における垂直分変位をそれぞれ y_1, y_2 および y_3 としたこれ等の点の振動中における水平分変位をそれぞれ y_4, y_5 および y_6 とする。

また係数 α に表-3 に示す数値を用いれば対称振動、表-4 に示す数値を用いれば逆対称振動に関するものとなる。

上式においても

$$y_r = u_r \cdot g(t) \quad (r = 1, 2, \dots, 6)$$

として次式が得られ、この式は固有振動曲線を求める解式となる。式中の n は振動の角速度である。

$$\begin{aligned} \left(\alpha_{11} W_A - \frac{g}{n^2} \right) u_1 + \alpha_{21} W_a u_2 + \alpha_{31} W_b u_3 + \alpha_{41} W_A u_4 + \alpha_{51} W_a u_5 + \alpha_{61} W_b u_6 &= 0 \\ \alpha_{12} W_A u_1 + \left(\alpha_{22} W_a - \frac{g}{n^2} \right) u_2 + \alpha_{32} W_b u_3 + \alpha_{42} W_A u_4 + \alpha_{52} W_a u_5 + \alpha_{62} W_b u_6 &= 0 \\ \alpha_{13} W_A u_1 + \alpha_{23} W_a u_2 + \left(\alpha_{33} W_b - \frac{g}{n^2} \right) u_3 + \alpha_{43} W_A u_4 + \alpha_{53} W_a u_5 + \alpha_{63} W_b u_6 &= 0 \\ \alpha_{14} W_A u_1 + \alpha_{24} W_a u_2 + \alpha_{34} W_b u_3 + \left(\alpha_{44} W_A - \frac{g}{n^2} \right) u_4 + \alpha_{54} W_a u_5 + \alpha_{64} W_b u_6 &= 0 \\ \alpha_{15} W_A u_1 + \alpha_{25} W_a u_2 + \alpha_{35} W_b u_3 + \alpha_{45} W_A u_4 + \left(\alpha_{55} W_a - \frac{g}{n^2} \right) u_5 + \alpha_{65} W_b u_6 &= 0 \\ \alpha_{16} W_A u_1 + \alpha_{26} W_a u_2 + \alpha_{36} W_b u_3 + \alpha_{46} W_A u_4 + \alpha_{56} W_a u_5 + \left(\alpha_{66} W_b - \frac{g}{n^2} \right) u_6 &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

また n 、従って固有振動周期 $T = 2\pi/n$ は次の行列式より求めることになる。

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} W_A - \frac{g}{n^2} & \alpha_{21} W_a & \alpha_{31} W_b & \alpha_{41} W_A & \alpha_{51} W_a & \alpha_{61} W_b \\ \alpha_{12} W_A & \alpha_{22} W_a - \frac{g}{n^2} & \alpha_{32} W_b & \alpha_{42} W_A & \alpha_{52} W_a & \alpha_{62} W_b \\ \alpha_{13} W_A & \alpha_{23} W_a & \alpha_{33} W_b - \frac{g}{n^2} & \alpha_{43} W_A & \alpha_{53} W_a & \alpha_{63} W_b \\ \alpha_{14} W_A & \alpha_{24} W_a & \alpha_{34} W_b & \alpha_{44} W_A - \frac{g}{n^2} & \alpha_{54} W_a & \alpha_{64} W_b \\ \alpha_{15} W_A & \alpha_{25} W_a & \alpha_{35} W_b & \alpha_{45} W_A & \alpha_{55} W_a - \frac{g}{n^2} & \alpha_{65} W_b \\ \alpha_{16} W_A & \alpha_{26} W_a & \alpha_{36} W_b & \alpha_{46} W_A & \alpha_{56} W_a & \alpha_{66} W_b - \frac{g}{n^2} \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

5. 固有振動周期および固有振動曲線の計算

(4) 式に表-3 に示す α の数値および

$$W_A = 244.27 \text{ t}, \quad W_a = 533.32 \text{ t}, \quad W_b = 665.50 \text{ t}$$

を代入し解けば

$$\frac{g}{n^2} = 28.348, \quad 23.274, \quad 6.145, \dots$$

の値が得られ、これ等に対応する周期は

$T_1 = 1.0686 \text{ sec}$, $T_2 = 0.9680 \text{ sec}$, $T_3 = 0.4975 \text{ sec}$, ...
 となる。 $T_1 = 1.0686 \text{ sec}$ は y 軸方向の対称振動すなわち橋
 横方向の第一次固有振動周期であり、これに対応する振動
 曲線は(3)式に $g/n^2 = 28.348$, $u_1 = 1$ として

$$\begin{aligned} u_1 &= 1, & u_2 &= 0.92184, & u_3 &= 0.71923 \\ u_4 &= -0.15439, & u_5 &= -0.08954, & u_6 &= -0.00662 \end{aligned}$$

となり、図-5 はこれを図示したものである。

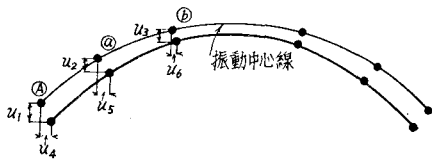


図-5 対称振動曲線

T_2 は y 軸を中心とした y 軸に直角方向の対称振動であ
 り、また $T_3 = 0.4975 \text{ sec}$ は y 軸方向の対称振動中 2 次
 のものに対するものである。

つぎに、(4)式に表-5 の α の数値および上記の W_A , W_B ,
 W_D の値を代入して解けば

$$\frac{g}{n^2} = 28.915, \quad 28.036, \quad 4.010, \dots$$

等となり、これ等に対応する周期は

$T_1 = 1.0793 \text{ sec}$, $T_2 = 1.0627 \text{ sec}$, $T_3 = 0.4019 \text{ sec}$, ...
 等となる。 T_1 と T_2 の値は接近しているのでどのような逆
 対称振動の周期かはこの数値だけでは判明しないので、上
 記の $g/n^2 = 28.036$ を(3)式に代入し、また $u_4 = 1$ とすれば

$$\begin{aligned} u_1 &= 0.48417, & u_2 &= 0.33948, & u_3 &= 0.14120 \\ u_4 &= 1, & u_5 &= 1.12355, & u_6 &= 1.20348 \end{aligned}$$

となり、この振動曲線は図-6(a)のようになる。従って
 $T_2 = 1.0627 \text{ sec}$ は橋長方向の第 1 次固有振動周期であるこ
 とがわかる。

また、 $g/n^2 = 28.915$ を(3)式に代入し $u_1 = 1$ とすれば

$$\begin{aligned} u_1 &= 1, & u_2 &= 0.80355, & u_3 &= 0.32908 \\ u_4 &= -0.41641, & u_5 &= -0.25125, & u_6 &= -0.06407 \end{aligned}$$

となり、この振動曲線は図-6(b)のようになる。従って

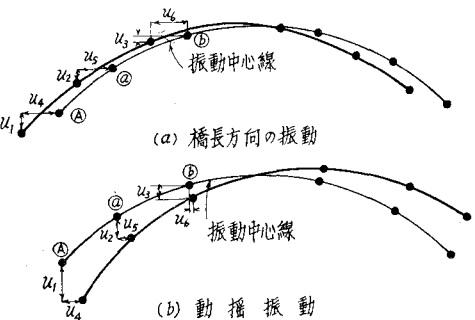


図-6 対称振動曲線

$T_1 = 1.0793 \text{ sec}$ は動揺振動の周期であることがわかる。
 $T_3 = 0.4019 \text{ sec}$ は橋長方向の第 2 次固有振動周期である。

6. 地震動に対する動的解析

計算例に用いた 5 径間連続曲線橋の設計にあたっては地
 震の震度を $K = 0.15$ として静的計算を行なったものである
 がこのような大きい地震の周期は 1965 年、土木学会地震工
 学講座、頁 10 に金井清氏の記載せるところのものによれば

山地：0.05~0.2 sec 台地：0.2~0.4 sec
 沖積平野：0.4~1.0 sec

とされている。北海道の大地震で記録の明かなものでは、
 十勝沖地震であって、その主要動の周期は 0.7 sec 程度と
 されている。もっとも遠隔地ではその距離の大なる程周期
 は長くなっているが、一方震力そのものが非常に弱くなる
 ので問題視する必要はない。

上記の橋は定山溪国道の橋として企画されたものであり
 従ってこの橋の静的計算に採用された震度 $K = 0.15$ なる規
 模の地震動の周期は 0.3~0.4 sec 以下と考え支ええないで
 あろう。

これに対し、固有振動周期は大体 1 秒程度の長い周期で
 ある。従っていま地震動の波形を正弦波とし、またこれが
 長時間つづくものとしてこれによる強制振動を検討してみ
 て安全であるならば当然実際の不規則な地震動に対しては
 十分安全であるといえることができる。勿論、正弦波として考
 えた結果安全でないとの結果が出れば構造物の減衰係数さ
 らに地震動を不規則振動としてこれに対する構造物の応答
 を検討して安全性を確認する必要のあることは当然である。

いま地震動を

$$y_0 = a_0 \cos pt$$

として震度 $K = 0.15$ になるための周期 T_0 、振幅 a_0 および
 g/p^2 を計算すれば表-5 の如くなる。

表-5 震度 0.15 なる正弦波地震動

$T_0 \text{ (sec)}$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$a_0 \text{ (cm)}$	0.3351	0.5958	0.9309	1.3405	1.8246
g/p^2	2.2341	3.9718	6.2059	8.9365	12.1636

1. 橋横方向に地震動が作用する場合の強制振動

固有振動に関する一般解式において、 y_1 , y_2 および y_3
 の代りにそれぞれ $y_1 - y_0$, $y_2 - y_0$ および $y_3 - y_0$ とし、地
 動の方向に関係のない y_4 , y_5 および y_6 はそのままとして
 得られる式に

$$y_r = u_r a_0 \cos pt \quad (r = 1, 2, \dots, 6)$$

とおいて横方向の地震動による強制振動の一般解式が得ら
 れ次の如くである。ただし α の数値は表-3 による。

$$\begin{aligned}
& \left(\alpha_{11} W_A - \frac{g}{p^2} \right) u_1 + \alpha_{21} W_a u_2 + \alpha_{31} W_b u_3 + \alpha_{41} W_A u_4 + \alpha_{51} W_a u_5 + \alpha_{61} W_b u_6 = -\frac{g}{p^2} \\
& \alpha_{12} W_A u_1 + \left(\alpha_{22} W_a - \frac{g}{p^2} \right) u_2 + \alpha_{32} W_b u_3 + \alpha_{42} W_A u_4 + \alpha_{52} W_a u_5 + \alpha_{62} W_b u_6 = -\frac{g}{p^2} \\
& \alpha_{13} W_A u_1 + \alpha_{23} W_a u_2 + \left(\alpha_{33} W_b - \frac{g}{p^2} \right) u_3 + \alpha_{43} W_A u_4 + \alpha_{53} W_a u_5 + \alpha_{63} W_b u_6 = -\frac{g}{p^2} \\
& \alpha_{14} W_A u_1 + \alpha_{24} W_a u_2 + \alpha_{34} W_b u_3 + \left(\alpha_{44} W_A - \frac{g}{p^2} \right) u_4 + \alpha_{54} W_a u_5 + \alpha_{64} W_b u_6 = 0 \\
& \alpha_{15} W_A u_1 + \alpha_{25} W_a u_2 + \alpha_{35} W_b u_3 + \alpha_{45} W_A u_4 + \left(\alpha_{55} W_a - \frac{g}{p^2} \right) u_5 + \alpha_{65} W_b u_6 = 0 \\
& \alpha_{16} W_A u_1 + \alpha_{26} W_a u_2 + \alpha_{36} W_b u_3 + \alpha_{46} W_A u_4 + \alpha_{56} W_a u_5 + \left(\alpha_{66} W_b - \frac{g}{p^2} \right) u_6 = 0
\end{aligned} \tag{5}$$

この(5)式に表-5に示す $T_0=0.3\sim 0.7$ sec に対応する g/p^2 と a_0 を用い u_r , $u_r a_0 - a_0$ 等を計算しその結果を示せば表-6の如くなる。

表-6 橋横方向の強制振動 ($u_r a_0$, a_0 の単位: cm)

	$T_0=0.3$ 秒	$T_0=0.4$ 秒	$T_0=0.5$ 秒	$T_0=0.6$ 秒	$T_0=0.7$ 秒
u_1	-0.09672	-0.20624	2.90984	-0.31751	-0.60257
u_2	-0.06836	-0.10475	-3.80915	-0.58083	-0.83614
u_3	-0.09765	-0.0035	-1.63082	-0.41660	-0.75157
u_4	-0.01358	-0.05273	-3.86576	-0.17180	-0.17757
u_5	-0.01211	-0.03884	2.17249	0.06371	0.03002
u_6	-0.00159	-0.00502	0.28990	0.00935	0.00593
$y_A = u_1 a_0 - a_0$	-0.3675	-0.7187	1.7779	-1.7661	-2.9240
$y_a = u_2 a_0 - a_0$	-0.3580	-0.6582	-4.4768	-2.1191	-3.3502
$y_b = u_3 a_0 - a_0$	-0.3678	-0.7152	0.5872	-1.8990	-3.1959
$x_A = u_4 a_0$	-0.0046	0.0314	-3.5986	-0.2303	-0.3240
$x_a = u_5 a_0$	-0.0041	-0.0231	2.0224	0.0854	0.0548
$x_b = u_6 a_0$	-0.0005	-0.0030	0.2699	0.0125	0.0108

表-6において、 y_A , y_a および y_b は正弦波地震動による A , a および b 点なる各橋脚柱頭における橋横方向の弾性変位すなわち橋脚下端に対する最大変位を示すものであり、 x_A , x_a および x_b はこれ等の点における橋長方向の最大弾性変位を示すものである。

これに対し、震度 $K=0.15$ として静的解法によって各橋脚柱頭の変位を計算しその結果を示せば

$$\begin{aligned}
y_A &= 4.292, & y_a &= 4.390, & y_b &= 4.075 \\
x_A &= -0.040, & x_a &= -0.133, & x_b &= -0.013
\end{aligned}$$

(単位: cm)

以上の動的解析の結果と静的解析の結果を比較すれば、かりに 0.7 sec 周期の正弦波地動が長く続いても $K=0.15$ として静的計算により設計せられたこの橋は安全性を有することがわかる。ただし、表-6 中地震の周期が $T_0=0.5$ sec の場合の弾性変位がその前後の T_0 に対するものより相当大きくなっている。これは橋横方向の第 2 次固有振動周期

が既に明らかにした如く $T=0.4975$ sec であり、これに極めて近接した $T_0=0.5$ sec の地震動を考えたためである。

$T=0.4975$ sec, $T_0=0.5$ sec と極めて接近した値でも最大弾性変位は 4.5 cm 以下であり、また実際問題として、このように第 2 次固有振動周期に近接した周期の地震動が長時間続くものとは考えられぬので、第 2 次振動の強制振動は考慮する必要はない。

2. 橋長方向に地震動が作用する場合の強制振動

固有振動に関する一般解式において y_1 , y_2 および y_3 はそのままとし、地動の方向に関係のある y_4 , y_5 および y_6 をそれぞれ $y_4 - y_0$, $y_5 - y_0$ および $y_6 - y_0$ として得られる式に

$$y_r = u_r a_0 \cos pt \quad (r = 1, 2, \dots, 6)$$

とにおいて橋長方向の地震動による強制振動の一般解式が得られ、次の如くなる。ただし α の値は表-4 による。

$$\begin{aligned}
& \left(\alpha_{11} W_A - \frac{g}{p^2} \right) u_1 + \alpha_{21} W_a u_2 + \alpha_{31} W_b u_3 + \alpha_{41} W_A u_4 + \alpha_{51} W_a u_5 + \alpha_{61} W_b u_6 = 0 \\
& \alpha_{12} W_A u_1 + \left(\alpha_{22} W_a - \frac{g}{p^2} \right) u_2 + \alpha_{32} W_b u_3 + \alpha_{42} W_A u_4 + \alpha_{52} W_a u_5 + \alpha_{62} W_b u_6 = 0 \\
& \alpha_{13} W_A u_1 + \alpha_{23} W_a u_2 + \left(\alpha_{33} W_b - \frac{g}{p^2} \right) u_3 + \alpha_{43} W_A u_4 + \alpha_{53} W_a u_5 + \alpha_{63} W_b u_6 = 0 \\
& \alpha_{14} W_A u_1 + \alpha_{24} W_a u_2 + \alpha_{34} W_b u_3 + \left(\alpha_{44} W_A - \frac{g}{p^2} \right) u_4 + \alpha_{54} W_a u_5 + \alpha_{64} W_b u_6 = -\frac{g}{p^2} \\
& \alpha_{15} W_A u_1 + \alpha_{25} W_a u_2 + \alpha_{35} W_b u_3 + \alpha_{45} W_A u_4 + \left(\alpha_{55} W_a - \frac{g}{p^2} \right) u_5 + \alpha_{65} W_b u_6 = -\frac{g}{p^2} \\
& \alpha_{16} W_A u_1 + \alpha_{26} W_a u_2 + \alpha_{36} W_b u_3 + \alpha_{46} W_A u_4 + \alpha_{56} W_a u_5 + \left(\alpha_{66} W_b - \frac{g}{p^2} \right) u_6 = -\frac{g}{p^2}
\end{aligned} \tag{6}$$

この(6)式に表-5に示す $T_0=0.3 \sim 0.7$ sec に対応する g/p^2 と a_0 を用い、 $K=0.15$ なる地震動に対する u_r , $u_r a_0 - a_0$ 等を計算すれば表-7の如くなる。

表-7 橋長方向の強制振動 ($u_r a_0$, a_0 の単位: cm)

	$T_0=0.3$ 秒	$T_0=0.4$ 秒	$T_0=0.5$ 秒	$T_0=0.6$ 秒	$T_0=0.7$ 秒
u_1	0.00834	0.65080	-0.01380	0.00262	0.07160
u_2	-0.01284	-0.98046	0.02230	0.00580	-0.02981
u_3	0.01096	1.12246	-0.04316	-0.04672	-0.10797
u_4	-0.09839	-1.03978	-0.26754	-0.47339	-0.85502
u_5	-0.07918	0.46302	-0.30166	-0.47820	-0.76875
u_6	-0.08814	-0.37408	-0.27433	-0.4572	-0.72860
$y_A = u_1 a_0$	0.0028	0.3877	-0.0128	0.0035	0.1306
$y_a = u_2 a_0$	-0.0043	-0.5842	0.0208	0.0078	-0.0544
$y_b = u_3 a_0$	0.0037	0.6688	-0.0402	-0.0626	-0.1970
$x_A = u_4 a_0 - a_0$	-0.3681	-1.2153	-1.1800	-1.9751	-3.3847
$x_a = u_5 a_0 - a_0$	-0.3610	-0.3199	-1.2117	-1.9815	-3.2273
$x_b = u_6 a_0 - a_0$	-0.3646	-0.8187	-1.1863	-1.9501	-3.1540

表-7において、 y_A , y_a , ..., x_b の意義は表-6のものと同じである。これに対し、震度 $K=0.15$ としての静的解法による結果は

$$\begin{aligned}
y_A &= 0.016, & y_a &= -0.091, & y_b &= -0.010 \\
x_A &= 4.147, & x_a &= 4.244, & x_b &= 4.214
\end{aligned}$$

(単位: cm)

であり、かりに 0.7 sec 周期の正弦波地動が長く続いてもこの橋は安全であることがわかる。

表-7において $T_0=0.4$ sec の地震動による強制振動の結果はその前後の周期の場合とかなり異状の結果を示しているが、これは橋長方向の第2次固有振動周期が $T=0.4019$ sec で程んど地震動の周期との間に差がないためであり、これも前述と同様の理由により考慮する必要がない。

7. 走行自動車の影響

曲線橋であるため走行自動車の遠心力の影響を受けることとなる。表-3および表-4には一対の単位対称荷重と一対の単位対称荷重による変位量を示してあるが、この二つを組合わせることによって1個の単位荷重による変位をも求めることができる。

計算は省略するが、重量 20 t, 走行速度 60 km/hr の場合1台のこの自動車が橋を通過し終った瞬間には橋端において垂直方向、すなわち橋横方向に 0.230 cm, 水平方向すなわち橋長方向に 0.187 cm, 合計 0.296 cm の振幅を有する固有振動を発生せしめることとなる。この振動は勿論動揺振動で、周期は 1.079 sec である

また、上り下りの 20 t 車 2 台が同時に橋の両端を通過し終るような場合には、橋の両端における振幅 0.233 cm なる

橋横方向の水平振動を発生せしめる。周期は橋横方向の振動であるので 1.0686 sec である。

8. 結 語

5 径間連続曲線桁橋であっても橋桁と橋脚の自重を各橋脚柱頭の集中荷重に換算し、質点系の振動問題として取扱うことにより、また更に各種の振動を対称振動と逆対称振動とに分離して取扱うことにより、筆算によっても振動の

解析を行なうことができる。地震動に対しても、構造物の固有振動の周期と地震動の周期とがかなり相違のあるときは、古典的な方法ではあるが一応地震動を正弦波としてその安全性を検討することができる。ただし、曲線橋の場合その支承が鉸構造であっても橋横方向や橋長方向の振動に対しては必ずしも鉸支承として働かないので、この影響の検討は必要である。