

ねじり剛性ある主げたをもつ斜角格子げたの解析と計算

正員 菅 原 登*

1. ま え が き

最近の道路橋は、ねじり剛性ある薄肉閉断面形の主げたをもつ格子げた構造とする傾向が多く、また、架設地点の状況によっては、その斜角格子げた橋として、設計しなければならない場合がしばしばある。

さきに、Homberg は、組荷重を棒力学に使用して、複雑な格子げたを巧妙に解析したが、筆者はこれを応用して、ねじり剛性ある主げたをもつ斜角格子げたの解析と計算を試みようとするものである。

この方法によれば、主げた、および横げたの本数が任意の場合に適用されるが、具体的な問題についての解析が適当と考えられるので、ここでは、単純ねじり剛性と曲げ剛性のある3本の主げたに、曲げ剛性のみのある3本の横げたが、直交している斜角格子げたについて述べることにする。

2. 理 論

(1) 解析の概要

図-1のような、ねじり剛性のある主げたをもつ斜角格子げたにおいて、支承条件として、各々の主げたが、曲げ変形に対しては両端単純支持、ねじり変形に対しては両端固定支持、とすると、これは内的12次の不静定構造であって、横げたが主げたに固定されているものとして、力学的に解析すればよい。

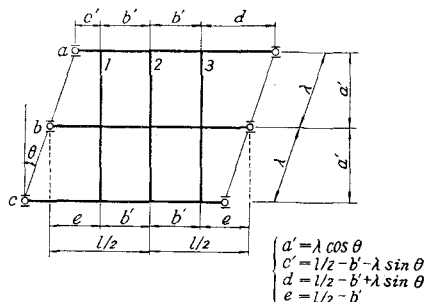


図-1

いま、各主げた間の横げた中央に切断点を設けると、各主げたは単純げたとなるから、これを基本系とし、代りに不静定力を挿入するが、図-1の格子げたは対称形であるから、組荷重を使用すると大変便利である。不静定組荷重としては、不静定組せん断力 $X_{(1)}=1, X_{(2)}=1, X_{(3)}=1, X_{(4)}=1, X_{(5)}=1, X_{(6)}=1$ および不静定組曲げモーメント $Y_{(7)}=1, Y_{(8)}=1, Y_{(9)}=1, Y_{(10)}=1, Y_{(11)}=1, Y_{(12)}=1$ を挿入することになり、これらの状態は図-2に示すとおりである。

斜角げたの上を、垂直荷重 $P=1$ 、およびねじりモーメント荷重 $T=1$ が同時に作用して、移動するときの不静定組荷重影響面は、式 (1) の仕事連立方程式を解くこ

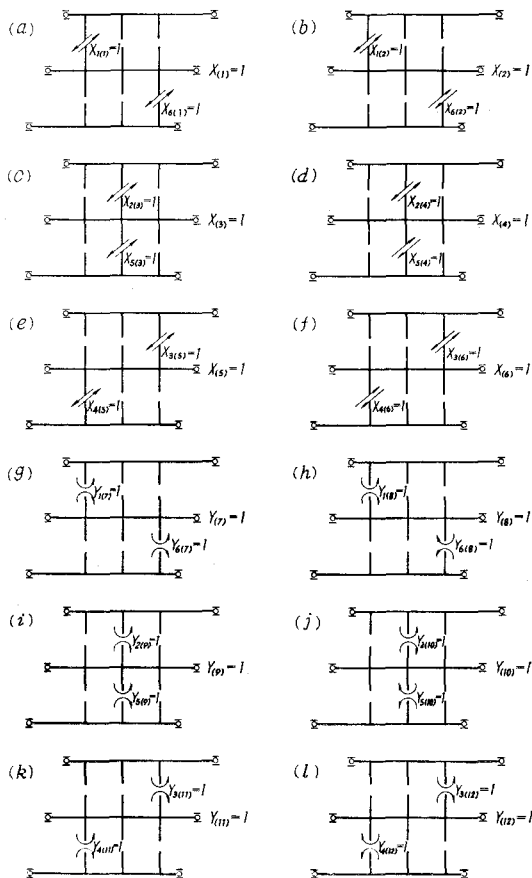


図-2

* 北見工業大学助教授

とによって求められる。

$$\begin{aligned}
 & \delta_{(1)(1)} X_{(1)} + \delta_{(1)(2)} X_{(2)} + \delta_{(1)(3)} X_{(3)} + \delta_{(1)(4)} X_{(4)} + \delta_{(1)(5)} X_{(5)} + \delta_{(1)(6)} X_{(6)} + \delta_{(1)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(1)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(1)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(1)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(1)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(1)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(1)(0)} + \theta_{(1)(0)}) \\
 & \delta_{(2)(1)} X_{(1)} + \delta_{(2)(2)} X_{(2)} + \delta_{(2)(3)} X_{(3)} + \delta_{(2)(4)} X_{(4)} + \delta_{(2)(5)} X_{(5)} + \delta_{(2)(6)} X_{(6)} + \delta_{(2)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(2)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(2)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(2)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(2)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(2)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(2)(0)} + \theta_{(2)(0)}) \\
 & \delta_{(3)(1)} X_{(1)} + \delta_{(3)(2)} X_{(2)} + \delta_{(3)(3)} X_{(3)} + \delta_{(3)(4)} X_{(4)} + \delta_{(3)(5)} X_{(5)} + \delta_{(3)(6)} X_{(6)} + \delta_{(3)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(3)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(3)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(3)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(3)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(3)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(3)(0)} + \theta_{(3)(0)}) \\
 & \delta_{(4)(1)} X_{(1)} + \delta_{(4)(2)} X_{(2)} + \delta_{(4)(3)} X_{(3)} + \delta_{(4)(4)} X_{(4)} + \delta_{(4)(5)} X_{(5)} + \delta_{(4)(6)} X_{(6)} + \delta_{(4)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(4)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(4)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(4)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(4)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(4)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(4)(0)} + \theta_{(4)(0)}) \\
 & \delta_{(5)(1)} X_{(1)} + \delta_{(5)(2)} X_{(2)} + \delta_{(5)(3)} X_{(3)} + \delta_{(5)(4)} X_{(4)} + \delta_{(5)(5)} X_{(5)} + \delta_{(5)(6)} X_{(6)} + \delta_{(5)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(5)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(5)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(5)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(5)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(5)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(5)(0)} + \theta_{(5)(0)}) \\
 & \delta_{(6)(1)} X_{(1)} + \delta_{(6)(2)} X_{(2)} + \delta_{(6)(3)} X_{(3)} + \delta_{(6)(4)} X_{(4)} + \delta_{(6)(5)} X_{(5)} + \delta_{(6)(6)} X_{(6)} + \delta_{(6)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(6)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(6)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(6)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(6)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(6)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(6)(0)} + \theta_{(6)(0)}) \\
 & \delta_{(7)(1)} X_{(1)} + \delta_{(7)(2)} X_{(2)} + \delta_{(7)(3)} X_{(3)} + \delta_{(7)(4)} X_{(4)} + \delta_{(7)(5)} X_{(5)} + \delta_{(7)(6)} X_{(6)} + \delta_{(7)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(7)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(7)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(7)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(7)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(7)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(7)(0)} + \theta_{(7)(0)}) \\
 & \delta_{(8)(1)} X_{(1)} + \delta_{(8)(2)} X_{(2)} + \delta_{(8)(3)} X_{(3)} + \delta_{(8)(4)} X_{(4)} + \delta_{(8)(5)} X_{(5)} + \delta_{(8)(6)} X_{(6)} + \delta_{(8)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(8)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(8)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(8)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(8)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(8)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(8)(0)} + \theta_{(8)(0)}) \\
 & \delta_{(9)(1)} X_{(1)} + \delta_{(9)(2)} X_{(2)} + \delta_{(9)(3)} X_{(3)} + \delta_{(9)(4)} X_{(4)} + \delta_{(9)(5)} X_{(5)} + \delta_{(9)(6)} X_{(6)} + \delta_{(9)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(9)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(9)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(9)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(9)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(9)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(9)(0)} + \theta_{(9)(0)}) \\
 & \delta_{(10)(1)} X_{(1)} + \delta_{(10)(2)} X_{(2)} + \delta_{(10)(3)} X_{(3)} + \delta_{(10)(4)} X_{(4)} + \delta_{(10)(5)} X_{(5)} + \delta_{(10)(6)} X_{(6)} + \delta_{(10)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(10)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(10)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(10)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(10)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(10)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(10)(0)} + \theta_{(10)(0)}) \\
 & \delta_{(11)(1)} X_{(1)} + \delta_{(11)(2)} X_{(2)} + \delta_{(11)(3)} X_{(3)} + \delta_{(11)(4)} X_{(4)} + \delta_{(11)(5)} X_{(5)} + \delta_{(11)(6)} X_{(6)} + \delta_{(11)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(11)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(11)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(11)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(11)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(11)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(11)(0)} + \theta_{(11)(0)}) \\
 & \delta_{(12)(1)} X_{(1)} + \delta_{(12)(2)} X_{(2)} + \delta_{(12)(3)} X_{(3)} + \delta_{(12)(4)} X_{(4)} + \delta_{(12)(5)} X_{(5)} + \delta_{(12)(6)} X_{(6)} + \delta_{(12)(7)} Y_{(7)} \\
 & + \delta_{(12)(8)} Y_{(8)} + \delta_{(12)(9)} Y_{(9)} + \delta_{(12)(10)} Y_{(10)} + \delta_{(12)(11)} Y_{(11)} + \delta_{(12)(12)} Y_{(12)} = -(\delta_{(12)(0)} + \theta_{(12)(0)})
 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $\delta_{(m)(n)}$ とは、基本系において、状態 $X_{(n)}=1$ (または $Y_{(n)}=1$) による力と、状態 $X_{(m)}=1$ (または $Y_{(m)}=1$) による変形との間でなす仕事であって、左辺の不静定組荷重の係数は、すべて定数として得られる。右辺は荷重項であって、 $\delta_{(n)(0)}$ 、または $\theta_{(n)(0)}$ は、基本系において、 $X_{(n)}=1$ (または $Y_{(n)}=1$) による垂直変位図、またはねじり角図そのものを意味する。したがって、 $P=1, T=0$ のときの不静定組荷重影響面は、式 (1) において、 $\theta_{(n)(0)}=0$ として解けばよいことになり、“ $X_{(n)}$ ” (または “ $Y_{(n)}$ ”) であらわす。同じようにして、 $T=1, P=0$ のときの不静定組荷重影響面は、式 (1) において、 $\delta_{(n)(0)}=0$ として解けばよいことになり、“ $X_{(n)}^0$ ” (または “ $Y_{(n)}^0$ ”) であらわす。

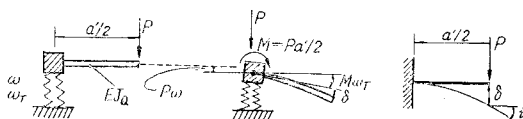
このようにして、不静定組荷重影響面が求められるから、任意の点 x における、垂直荷重 $P=1$ による断面力などの影響面は式 (2) により、また、ねじりモーメント荷重 $T=1$ による断面力などの影響面は式 (3) により計算することができる。

$$\begin{aligned}
 \text{“} S_x \text{”} &= \text{“} S_x^0 \text{”} + S_{x(1)} \text{“} X_{(1)} \text{”} + S_{x(2)} \text{“} X_{(2)} \text{”} + S_{x(3)} \text{“} X_{(3)} \text{”} + S_{x(4)} \text{“} X_{(4)} \text{”} + S_{x(5)} \text{“} X_{(5)} \text{”} + S_{x(6)} \text{“} X_{(6)} \text{”} \\
 &+ S_{x(7)} \text{“} Y_{(7)} \text{”} + S_{x(8)} \text{“} Y_{(8)} \text{”} + S_{x(9)} \text{“} Y_{(9)} \text{”} + S_{x(10)} \text{“} Y_{(10)} \text{”} + S_{x(11)} \text{“} Y_{(11)} \text{”} + S_{x(12)} \text{“} Y_{(12)} \text{”} \quad (2) \\
 \text{“} S_x^0 \text{”} &= \text{“} S_x^{0 \rightarrow} \text{”} + S_{x(1)} \text{“} X_{(1)}^0 \text{”} + S_{x(2)} \text{“} X_{(2)}^0 \text{”} + S_{x(3)} \text{“} X_{(3)}^0 \text{”} + S_{x(4)} \text{“} X_{(4)}^0 \text{”} + S_{x(5)} \text{“} X_{(5)}^0 \text{”} + S_{x(6)} \text{“} X_{(6)}^0 \text{”} \\
 &+ S_{x(7)} \text{“} Y_{(7)}^0 \text{”} + S_{x(8)} \text{“} Y_{(8)}^0 \text{”} + S_{x(9)} \text{“} Y_{(9)}^0 \text{”} + S_{x(10)} \text{“} Y_{(10)}^0 \text{”} + S_{x(11)} \text{“} Y_{(11)}^0 \text{”} + S_{x(12)} \text{“} Y_{(12)}^0 \text{”} \quad (3)
 \end{aligned}$$

ここで、“ S_x^0 ”、または、“ $S_x^{0 \rightarrow}$ ” は、基本系の任意の点 x における $P=1$ による、または $T=1$ による断面力などの影響面であり、 $S_{x(n)}$ は、基本系において、 $X_{(n)}=1$ (または $Y_{(n)}=1$) による断面力などの図における点 x の値である。

(2) バネ係数の一般式

1本の上げたに、3本の切断された横げたが剛結されているときの横げたは、バネによって固定されていると考えることができるから、横げたの自由端に垂直力 P が作用するときは、バネには垂直力 P 、およびねじりモーメント



図—3

ト $M=Pa'/2$ が作用することになり、垂直バネ係数を ω (単位は $\text{cm}\cdot\text{kg}^{-1}$) とすると、垂直変位は $P\omega$ 、またねじりバネ係数を ω_T (単位は $\text{radian}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{cm}^{-1}$) とすると、ねじり角は $M\omega_T$ となる。さらに、自由端には垂直変位 $\delta=Pa'^3/24EJ_Q$ と撓み角 $i=Pa'^2/8EJ_Q$ が生じている。これらの関係は図-3 のとおりである。

次に横げた自由端にモーメント M が作用するとき、バネはねじりモーメント M のみが作用することになり、ねじり角 $M\omega_T$ を生じる。さらに、自由端には垂直変位 $\delta=Ma'^2/8EJ_Q$ と撓み角 $i=Ma'/2EJ_Q$ が生じている。これらの関係は図-4 のとおりである。

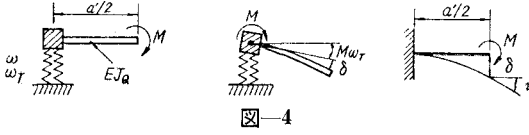


図-4

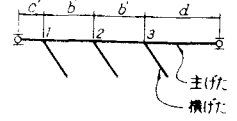


図-5

横げた状態 $X_{(n)}=1$ (または $Y_{(n)}=1$) による変形図を描くには、バネ係数を用いて表現すると便利であるので、図-5 のように、横げたが剛結されている点 k に垂直力 $P=1$ が作用したときの点 i における垂直バネ係数を ω_{ik} 、また、点 k に、ねじりモーメント $M_T=1$ が作用したときの点 i におけるねじりバネ係数を ω_{Tik} とし、主げたの曲げ剛性を EJ 、ねじり剛性を GJT とすれば、相反法則により $\omega_{ik}=\omega_{ki}$ 、 $\omega_{Tik}=\omega_{Tki}$ がなりたつから、 ω_{ik} 、 ω_{Tik} は式 (4) のようにあらわされる。

垂直バネ係数:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{11} &= \frac{c'^2(2b'+d)^2}{3EJl}, & \omega_{21} &= \frac{c'^2(2b'+d)^2}{6EJl} \left\{ 2 \frac{(b'+d)}{(2b'+d)} + \frac{(b'+d)}{c'} - \frac{(b'+d)^3}{c'(2b'+d)^2} \right\}, \\ \omega_{31} &= \frac{c'^2(2b'+d)^2}{6EJl} \left\{ 2 \frac{d}{(2b'+d)} + \frac{d}{c'} - \frac{d^3}{c'(2b'+d)^2} \right\}, & \omega_{12} &= \omega_{21}, & \omega_{22} &= \frac{(b'+c')^2(b'+d)^2}{3EJl}, \\ \omega_{32} &= \frac{(b'+c')^2(b'+d)^2}{6EJl} \left\{ 2 \frac{d}{(b'+d)} + \frac{d}{(b'+c')} - \frac{d^3}{(b'+c')(b'+d)^2} \right\}, & \omega_{13} &= \omega_{31}, & \omega_{23} &= \omega_{32}, \\ \omega_{33} &= \frac{(2b'+c')^2d^2}{3EJl}, & \omega_{44} &= \frac{e^2(2b'+e)^2}{3EJl}, & \omega_{54} &= \frac{e^2(2b'+e)^2}{6EJl} \left\{ 2 \frac{(b'+e)}{(2b'+e)} + \frac{(b'+e)}{e} \right. \\ & & & \left. - \frac{(b'+e)^3}{e(2b'+e)^2} \right\}, & \omega_{64} &= \frac{e^2(2b'+e)^2}{6EJl} \left\{ 2 \frac{e}{(2b'+e)} + \frac{e}{e} - \frac{e^3}{e(2b'+e)^2} \right\}, & \omega_{45} &= \omega_{54}, \\ \omega_{55} &= \frac{(b'+e)^2(b'+e)^2}{3EJl}, & \omega_{65} &= \omega_{45}, & \omega_{46} &= \omega_{64}, & \omega_{56} &= \omega_{54}, & \omega_{66} &= \omega_{44} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ねじりバネ係数:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{T11} &= \frac{c'(2b'+d)}{GJTl}, & \omega_{T21} &= \frac{c'(b'+d)}{GJTl}, & \omega_{T31} &= \frac{c' \cdot d}{GJTl}, & \omega_{T12} &= \omega_{T21}, \\ \omega_{T22} &= \frac{(b'+c')(b'+d)}{GJTl}, & \omega_{T32} &= \frac{(b'+c')d}{GJTl}, & \omega_{T13} &= \omega_{T31}, & \omega_{T23} &= \omega_{T32}, \\ \omega_{T33} &= \frac{(2b'+c')d}{GJTl}, & \omega_{T44} &= \frac{e(2b'+e)}{GJTl}, & \omega_{T54} &= \frac{e(b'+e)}{GJTl}, & \omega_{T64} &= \frac{e \cdot e}{GJTl}, \\ \omega_{T45} &= \omega_{T54}, & \omega_{T55} &= \frac{(b'+e)(b'+e)}{GJTl}, & \omega_{T65} &= \omega_{T45}, & \omega_{T46} &= \omega_{T64}, & \omega_{T56} &= \omega_{T54}, \\ \omega_{T66} &= \omega_{T44} \end{aligned} \right\}$$

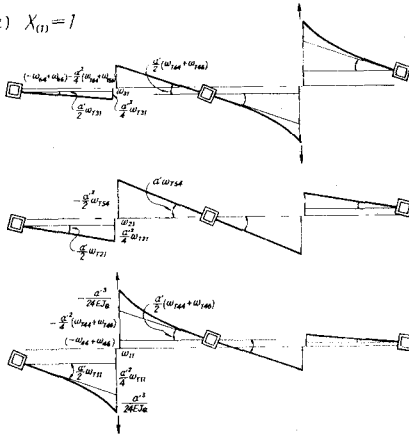
(3) 横げた変形図

式 (4) において求めたバネ係数を組合わせて、状態 $X_{(n)}=1$ (または $Y_{(n)}=1$) のときのそれぞれの変形図を描くと図-6 のようになる。

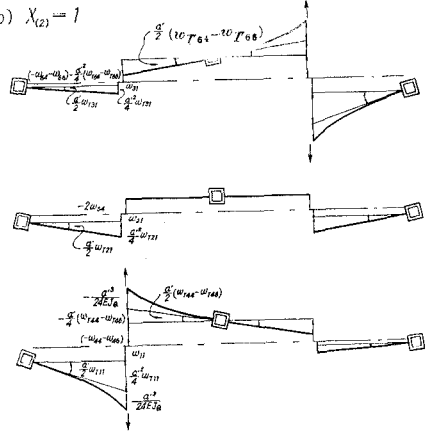
(4) 仕事連立方程式の一般式

仕事連立方程式の計算にあたって、垂直力には下向きを正、上向きを負、垂直変位は下向きを正、上向きを負、ねじりモーメントは時計方向を正、反時計方向を負、ねじり角は時計方向を正、反時計方向を負とすれば、相反法則により $\delta_{(m)}(n)=\delta_{(n)}(m)$ がなりたつから、図-6を参照して $\delta_{(m)}(n)$ は式 (5) のようにあらわされる。

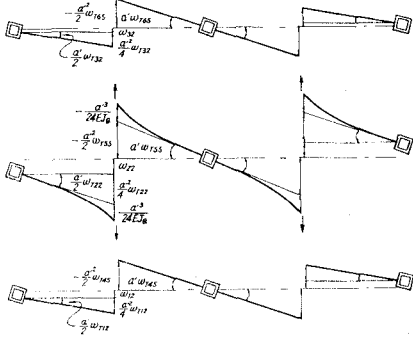
(a) $\chi_{(1)}=1$



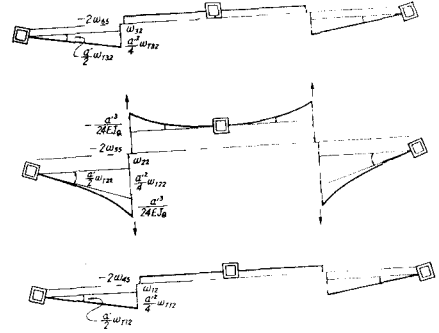
(b) $\chi_{(2)}=1$



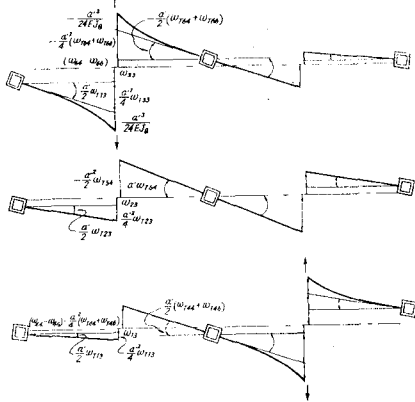
(c) $\chi_{(3)}=1$



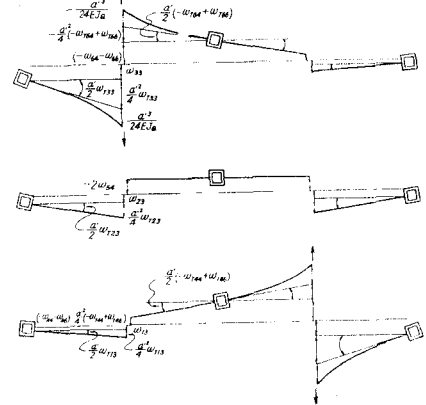
(d) $\chi_{(4)}=1$



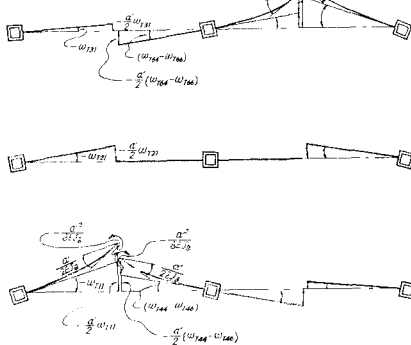
(e) $\chi_{(5)}=1$



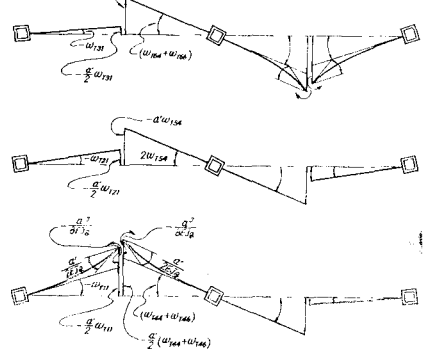
(f) $\chi_{(6)}=1$



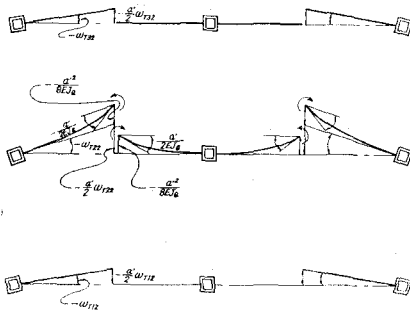
(g) $\chi_{(7)}=1$



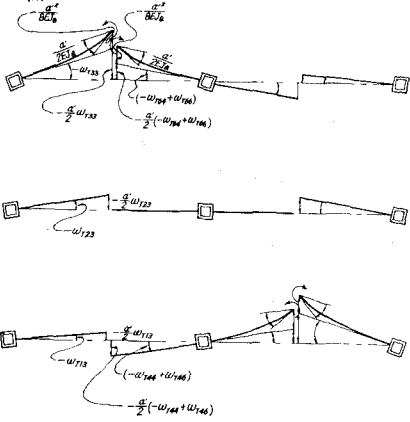
(h) $\chi_{(8)}=1$



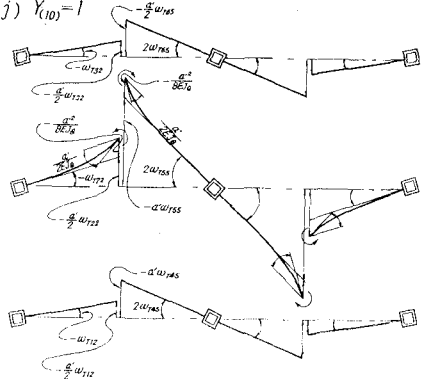
(i) $\gamma_{(9)} = 1$



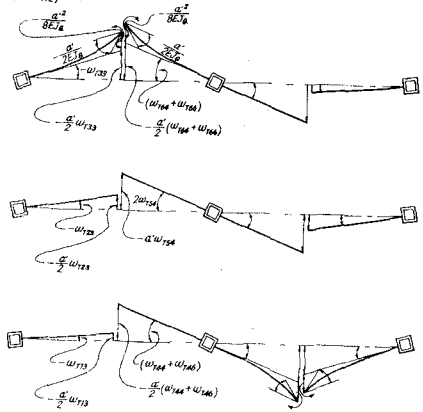
(k) $\gamma_{(11)} = 1$



(j) $\gamma_{(10)} = 1$



(l) $\gamma_{(12)} = 1$



—6—

$$\begin{aligned}
 \delta_{(1)(1)} &= 2 \left[\left(\omega_{11} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T11} + \frac{a'^3}{24EJ_Q} \right) - \left\{ (-\omega_{44} + \omega_{46}) - \frac{a'^2}{4} (\omega_{T44} + \omega_{T46}) - \frac{a'^3}{24EJ_Q} \right\} \right], \\
 \delta_{(1)(2)} &= \delta_{(2)(1)} = 0, \quad \delta_{(1)(3)} = 2 \left\{ \left(\omega_{12} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T12} \right) - \left(-\frac{a'^2}{2} \omega_{T45} \right) \right\}, \quad \delta_{(1)(4)} = \delta_{(4)(1)} = 0, \\
 \delta_{(1)(5)} &= 2 \left[\left(\omega_{13} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T13} \right) - \left\{ (\omega_{44} - \omega_{46}) - \frac{a'^2}{4} (\omega_{T44} + \omega_{T46}) \right\} \right], \quad \delta_{(1)(6)} = \delta_{(6)(1)} = 0, \\
 \delta_{(1)(7)} &= \delta_{(7)(1)} = 0, \quad \delta_{(1)(8)} = 2 \left[\left(-\frac{a'}{2} \omega_{T11} - \frac{a'^2}{8EJ_Q} \right) - \left\{ -\frac{a'}{2} (\omega_{T44} + \omega_{T46}) - \frac{a'^2}{8EJ_Q} \right\} \right], \\
 \delta_{(1)(9)} &= \delta_{(9)(1)} = 0, \quad \delta_{(1)(10)} = 2 \left\{ \left(-\frac{a'}{2} \omega_{T12} \right) - (-a' \omega_{T45}) \right\}, \quad \delta_{(1)(11)} = \delta_{(11)(1)} = 0, \\
 \delta_{(1)(12)} &= 2 \left[\left(-\frac{a'}{2} \omega_{T13} \right) - \left\{ -\frac{a'^2}{2} (\omega_{T44} + \omega_{T46}) \right\} \right], \\
 \delta_{(2)(2)} &= 2 \left[\left(\omega_{11} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T11} + \frac{a'^2}{24EJ_Q} \right) - \left\{ (-\omega_{44} - \omega_{46}) - \frac{a'^2}{4} (\omega_{T44} - \omega_{T46}) - \frac{a'^3}{24EJ_Q} \right\} \right], \\
 \delta_{(2)(3)} &= \delta_{(3)(2)} = 0, \quad \delta_{(2)(4)} = 2 \left\{ \left(\omega_{12} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T12} \right) - (-2\omega_{45}) \right\}, \quad \delta_{(2)(5)} = \delta_{(5)(2)} = 0, \\
 \delta_{(2)(6)} &= 2 \left[\left(\omega_{13} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T13} \right) - \left\{ (-\omega_{44} - \omega_{46}) - \frac{a'^2}{4} (-\omega_{T44} + \omega_{T46}) \right\} \right], \\
 \delta_{(2)(7)} &= 2 \left[\left(-\frac{a'}{2} \omega_{T11} - \frac{a'^2}{8EJ_Q} \right) - \left\{ -\frac{a'}{2} (\omega_{T44} - \omega_{T46}) - \frac{a'^2}{8EJ_Q} \right\} \right], \quad \delta_{(2)(8)} = \delta_{(8)(2)} = 0, \\
 \delta_{(2)(9)} &= 2 \left(-\frac{a'^2}{2} \omega_{T12} \right), \quad \delta_{(2)(10)} = \delta_{(10)(2)} = 0, \\
 \delta_{(2)(11)} &= 2 \left[\left(-\frac{a'}{2} \omega_{T13} \right) - \left\{ -\frac{a'}{2} (-\omega_{T44} + \omega_{T46}) \right\} \right], \quad \delta_{(2)(12)} = \delta_{(12)(2)} = 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{(3)(3)} &= 2 \left\{ \left(\omega_{22} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T22} + \frac{a'^3}{24EJ_Q} \right) - \left(-\frac{a'^2}{2} \omega_{T55} - \frac{a'^3}{24EJ_Q} \right) \right\}, & \delta_{(3)(4)} &= \delta_{(4)(3)} = 0, \\
\delta_{(3)(5)} &= 2 \left\{ \left(\omega_{23} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T23} \right) - \left(-\frac{a'^2}{2} \omega_{T54} \right) \right\}, & \delta_{(3)(6)} &= \delta_{(6)(3)} = 0, & \delta_{(3)(7)} &= \delta_{(7)(3)} = 0, \\
\delta_{(3)(8)} &= 2 \left\{ \left(-\frac{a'}{2} \omega_{T21} \right) - \left(-a' \omega_{T54} \right) \right\}, & \delta_{(3)(9)} &= \delta_{(9)(3)} = 0, \\
\delta_{(3)(10)} &= 2 \left\{ \left(-\frac{a'}{2} \omega_{T22} - \frac{a'^2}{8EJ_Q} \right) - \left(-a' \omega_{T55} - \frac{a'^2}{8EJ_Q} \right) \right\}, & \delta_{(3)(11)} &= \delta_{(11)(3)} = 0, \\
\delta_{(3)(12)} &= 2 \left\{ \left(-\frac{a'}{2} \omega_{T23} \right) - \left(a' \omega_{T54} \right) \right\}, \\
\delta_{(4)(4)} &= 2 \left\{ \left(\omega_{22} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T22} + \frac{a'^3}{24EJ_Q} \right) - \left(-2\omega_{55} - \frac{a'^3}{24EJ_Q} \right) \right\}, & \delta_{(4)(5)} &= \delta_{(5)(4)} = 0 \\
\delta_{(4)(6)} &= 2 \left\{ \left(\omega_{23} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T23} \right) - \left(-2\omega_{54} \right) \right\}, & \delta_{(4)(7)} &= 2 \left(-\frac{a'}{2} \omega_{T21} \right), & \delta_{(4)(8)} &= \delta_{(8)(4)} = 0, \\
\delta_{(4)(9)} &= 2 \left\{ \left(-\frac{a'}{2} \omega_{T22} - \frac{a'^2}{8EJ_Q} \right) - \left(-\frac{a'^2}{8EJ_Q} \right) \right\}, & \delta_{(4)(10)} &= \delta_{(10)(4)} = 0, \\
\delta_{(4)(11)} &= 2 \left(-\frac{a'}{2} \omega_{T23} \right), & \delta_{(4)(12)} &= \delta_{(12)(4)} = 0, \\
\delta_{(5)(5)} &= 2 \left[\left(\omega_{33} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T33} + \frac{a'^3}{24EJ_Q} \right) - \left\{ (\omega_{64} - \omega_{66}) - \frac{a'^2}{4} (\omega_{T64} + \omega_{T66}) - \frac{a'^3}{24EJ_Q} \right\} \right], \\
\delta_{(5)(6)} &= \delta_{(6)(5)} = 0, & \delta_{(5)(7)} &= \delta_{(7)(5)} = 0, & \delta_{(5)(8)} &= 2 \left[\left(-\frac{a'}{2} \omega_{T31} \right) - \left\{ -\frac{a'}{2} (\omega_{T64} + \omega_{T66}) \right\} \right], \\
\delta_{(5)(9)} &= \delta_{(9)(5)} = 0, & \delta_{(5)(10)} &= 2 \left\{ \left(-\frac{a'}{2} \omega_{T32} \right) - \left(-\frac{a'}{2} \omega_{T65} \right) \right\}, & \delta_{(5)(11)} &= \delta_{(11)(5)} = 0, \\
\delta_{(5)(12)} &= 2 \left[\left(-\frac{a'}{2} \omega_{T33} - \frac{a'^2}{8EJ_Q} \right) - \left\{ -\frac{a'}{2} (\omega_{T64} + \omega_{T66}) - \frac{a'^2}{8EJ_Q} \right\} \right], \\
\delta_{(6)(6)} &= 2 \left[\left(\omega_{33} + \frac{a'^2}{4} \omega_{T33} + \frac{a'^3}{24EJ_Q} \right) - \left\{ (-\omega_{64} - \omega_{66}) - \frac{a'^2}{4} (-\omega_{T64} + \omega_{T66}) - \frac{a'^3}{24EJ_Q} \right\} \right], \\
\delta_{(6)(7)} &= 2 \left[\left(-\frac{a'}{2} \omega_{T31} \right) - \left\{ -\frac{a'}{2} (\omega_{T64} - \omega_{T66}) \right\} \right], & \delta_{(6)(8)} &= \delta_{(8)(6)} = 0, \\
\delta_{(6)(9)} &= 2 \left(-\frac{a'}{2} \omega_{T32} \right), & \delta_{(6)(10)} &= \delta_{(10)(6)} = 0, \\
\delta_{(6)(11)} &= 2 \left[\left(-\frac{a'}{2} \omega_{T33} - \frac{a'^2}{8EJ_Q} \right) - \left\{ -\frac{a'}{2} (-\omega_{T64} + \omega_{T66}) - \frac{a'^2}{8EJ_Q} \right\} \right], & \delta_{(6)(12)} &= \delta_{(12)(6)} = 0, \\
\delta_{(7)(7)} &= 2 \left\{ -\left(-\omega_{T11} - \frac{a'^2}{2EJ_Q} \right) + (\omega_{T44} - \omega_{T46}) + \frac{a'}{2EJ_Q} \right\}, & \delta_{(7)(8)} &= \delta_{(8)(7)} = 0, \\
\delta_{(7)(9)} &= 2 \left\{ -(-\omega_{T12}) \right\}, & \delta_{(7)(10)} &= \delta_{(10)(7)} = 0, & \delta_{(7)(11)} &= 2 \left\{ -(-\omega_{T13}) + (-\omega_{T44} + \omega_{T46}) \right\}, \\
\delta_{(7)(12)} &= \delta_{(12)(7)} = 0, & \delta_{(8)(8)} &= 2 \left[-\left(-\omega_{T11} - \frac{a'}{2EJ_Q} \right) + \left\{ (\omega_{T44} + \omega_{T46}) + \frac{a'}{2EJ_Q} \right\} \right], \\
\delta_{(8)(9)} &= \delta_{(9)(8)} = 0, & \delta_{(8)(10)} &= 2 \left\{ -(-\omega_{T12}) + 2\omega_{T45} \right\}, & \delta_{(8)(11)} &= \delta_{(11)(8)} = 0, \\
\delta_{(8)(12)} &= 2 \left\{ -(-\omega_{T13}) + (\omega_{T44} + \omega_{T46}) \right\}, & \delta_{(9)(9)} &= 2 \left\{ -\left(-\omega_{T22} - \frac{a'}{2EJ_Q} \right) + \frac{a'}{2EJ_Q} \right\}, \\
\delta_{(9)(10)} &= \delta_{(10)(9)} = 0, & \delta_{(9)(11)} &= 2 \left\{ -(-\omega_{T23}) \right\}, & \delta_{(9)(12)} &= \delta_{(12)(9)} = 0, \\
\delta_{(10)(10)} &= 2 \left\{ -\left(-\omega_{T22} - \frac{a'}{2EJ_Q} \right) + \left(2\omega_{T55} + \frac{a'}{2EJ_Q} \right) \right\}, & \delta_{(10)(11)} &= \delta_{(11)(10)} = 0, \\
\delta_{(10)(12)} &= 2 \left\{ -(-\omega_{T23}) + (2\omega_{T54}) \right\}, \\
\delta_{(11)(11)} &= 2 \left[-\left(-\omega_{T33} - \frac{a'}{2EJ_Q} \right) + \left\{ (-\omega_{T64} + \omega_{T66}) + \frac{a'}{2EJ_Q} \right\} \right], & \delta_{(11)(12)} &= \delta_{(12)(11)} = 0, \\
\delta_{(12)(12)} &= 2 \left[-\left(-\omega_{T33} - \frac{a'}{2EJ_Q} \right) + \left\{ (\omega_{T64} + \omega_{T66}) + \frac{a'}{2EJ_Q} \right\} \right],
\end{aligned}
\tag{5}$$

結局、不静定力として、対称組荷重、あるいは逆対称組荷重を用いると、式 (5) において明らかなように係数の半分は 0 となるから、式 (1) は整理すると式 (6)、式 (7) の 2 組の 6 元連立方程式となり、計算能率を一段と高めることになる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{(1)(1)}X_{(1)} + \delta_{(1)(3)}X_{(3)} + \delta_{(1)(5)}X_{(5)} + \delta_{(1)(8)}Y_{(8)} + \delta_{(1)(10)}Y_{(10)} + \delta_{(1)(12)}Y_{(12)} &= -(\delta_{(1)(0)} + \theta_{(1)(0)}) \\ \delta_{(1)(3)}X_{(1)} + \delta_{(3)(3)}X_{(3)} + \delta_{(3)(5)}X_{(5)} + \delta_{(3)(8)}Y_{(8)} + \delta_{(3)(10)}Y_{(10)} + \delta_{(3)(12)}Y_{(12)} &= -(\delta_{(3)(0)} + \theta_{(3)(0)}) \\ \delta_{(1)(5)}X_{(5)} + \delta_{(3)(5)}X_{(3)} + \delta_{(5)(5)}X_{(5)} + \delta_{(5)(8)}Y_{(8)} + \delta_{(5)(10)}Y_{(10)} + \delta_{(5)(12)}Y_{(12)} &= -(\delta_{(5)(0)} + \theta_{(5)(0)}) \\ \delta_{(1)(8)}X_{(1)} + \delta_{(3)(8)}X_{(3)} + \delta_{(5)(8)}X_{(5)} + \delta_{(8)(8)}Y_{(8)} + \delta_{(8)(10)}Y_{(10)} + \delta_{(8)(12)}Y_{(12)} &= -(\delta_{(8)(0)} + \theta_{(8)(0)}) \\ \delta_{(1)(10)}X_{(1)} + \delta_{(3)(10)}X_{(3)} + \delta_{(5)(10)}X_{(5)} + \delta_{(8)(10)}Y_{(8)} + \delta_{(10)(10)}Y_{(10)} + \delta_{(10)(12)}Y_{(12)} &= -(\delta_{(10)(0)} + \theta_{(10)(0)}) \\ \delta_{(1)(12)}X_{(1)} + \delta_{(3)(12)}X_{(3)} + \delta_{(5)(12)}X_{(5)} + \delta_{(8)(12)}Y_{(8)} + \delta_{(10)(12)}Y_{(10)} + \delta_{(12)(12)}Y_{(12)} &= -(\delta_{(12)(0)} + \theta_{(12)(0)}) \end{aligned} \right\} (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{(2)(2)}X_{(2)} + \delta_{(2)(4)}X_{(4)} + \delta_{(2)(6)}X_{(6)} + \delta_{(2)(7)}Y_{(7)} + \delta_{(2)(9)}Y_{(9)} + \delta_{(2)(11)}Y_{(11)} &= -(\delta_{(2)(0)} + \theta_{(2)(0)}) \\ \delta_{(2)(4)}X_{(2)} + \delta_{(4)(4)}X_{(4)} + \delta_{(4)(6)}X_{(6)} + \delta_{(4)(7)}Y_{(7)} + \delta_{(4)(9)}Y_{(9)} + \delta_{(4)(11)}Y_{(11)} &= -(\delta_{(4)(0)} + \theta_{(4)(0)}) \\ \delta_{(2)(6)}X_{(2)} + \delta_{(4)(6)}X_{(4)} + \delta_{(6)(6)}X_{(6)} + \delta_{(6)(7)}Y_{(7)} + \delta_{(6)(9)}Y_{(9)} + \delta_{(6)(11)}Y_{(11)} &= -(\delta_{(6)(0)} + \theta_{(6)(0)}) \\ \delta_{(2)(7)}X_{(2)} + \delta_{(4)(7)}X_{(4)} + \delta_{(6)(7)}X_{(6)} + \delta_{(7)(7)}Y_{(7)} + \delta_{(7)(9)}Y_{(9)} + \delta_{(7)(11)}Y_{(11)} &= -(\delta_{(7)(0)} + \theta_{(7)(0)}) \\ \delta_{(2)(9)}X_{(2)} + \delta_{(4)(9)}X_{(4)} + \delta_{(6)(9)}X_{(6)} + \delta_{(7)(9)}Y_{(7)} + \delta_{(9)(9)}Y_{(9)} + \delta_{(9)(11)}Y_{(11)} &= -(\delta_{(9)(0)} + \theta_{(9)(0)}) \\ \delta_{(2)(11)}X_{(2)} + \delta_{(4)(11)}X_{(4)} + \delta_{(6)(11)}X_{(6)} + \delta_{(7)(11)}Y_{(7)} + \delta_{(9)(11)}Y_{(9)} + \delta_{(11)(11)}Y_{(11)} &= -(\delta_{(11)(0)} + \theta_{(11)(0)}) \end{aligned} \right\} (7)$$

3. 計 算 例

図-7 のような、実験用模型げたの曲げモーメント影響面、およびねじりモーメント影響面を求めたが、断面諸元は、主げた断面二次モーメントを J 、主げたねじり抵抗を J_T 、横げた断面二次モーメントを J_Q 、鋼げた弾性係数を E 、鋼げたせん断弾性係数を G とすれば、次のように与えられる。(図-7 の場合には、曲げねじり抵抗 $C_M=0$ である)

$$J = \frac{1}{12}(10 \times 10^3 - 9.36 \times 9.36^3) = 194 \quad [\text{cm}^4]$$

$$J_Q = \frac{1}{2} \cdot J = 97 \quad [\text{cm}^4]$$

$$\begin{aligned} J_T &= \frac{1}{3} \sum b t^3 + \frac{4F^2}{\oint \frac{ds}{t}} \\ &= \frac{1}{3} (2 \times 10 \times 0.32^3 + 2 \times 9.36 \times 0.32^3) \\ &\quad + \frac{4 \times (9.68^2)^2}{2 \times \frac{10}{0.32} \times 2 + \frac{9.36}{0.32}} = 291 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$E = 2.1 \times 10^6 \quad [\text{kg/cm}^2], \quad G = 0.81 \times 10^6 \quad [\text{kg/cm}^2]$$

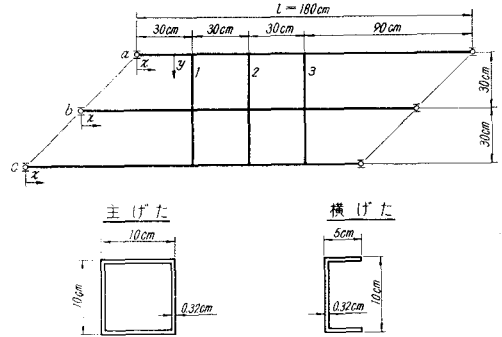


図-7

計算にあたっては、北海道大学計算センターにおける ALCON II (NEAC 2203 G コンパイラ) によったが、不静定組荷重の影響面を求めるにあたっては、逆マトリックスによるプログラムによった。ここでは、結果の一部分である、 $P=1$ によるときの主げた a の $x=l/2$ における曲げモーメント影響面 „ $M_{a \frac{l}{2}}$ ”，横げた 2 の $y=a'/2$ における曲げモーメント影響面 „ $M_{2 \frac{a'}{2}}$ ”，主げた a の $x=l/2$ のすぐ左におけるねじりモーメント影響面 „ $T_{a \frac{l}{2}}$ ”。および $T=1$ によるときの主げた a の $x=l/2$ における曲げモーメント影響面 „ $M_{a \frac{l}{2}}^T$ ”，横げた 2 の $y=a'/2$ における曲げモーメント影響面 „ $M_{2 \frac{a'}{2}}^T$ ”，主げた a の $x=l/2$ のすぐ左におけるねじりモーメント影響面 „ $T_{a \frac{l}{2}}^T$ ” を描くと、図-8、および図-9 になる。

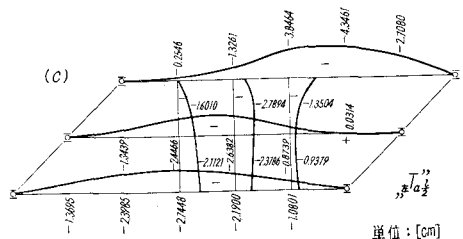
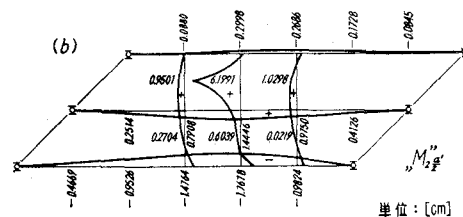
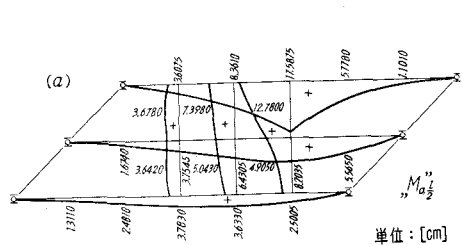


図-8

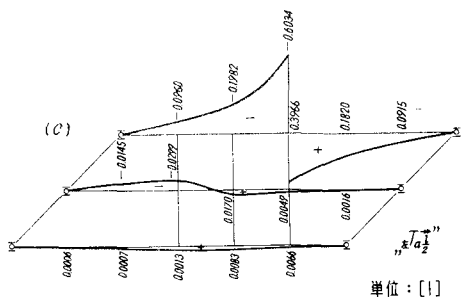
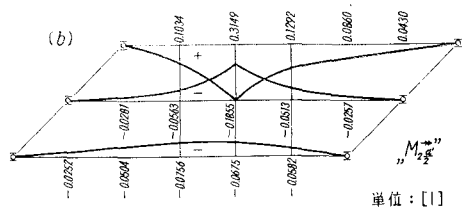
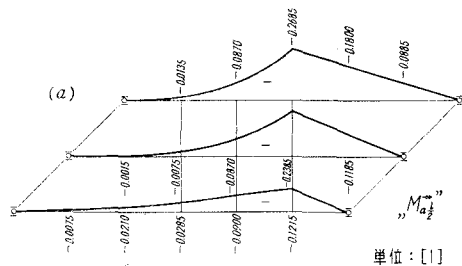


図-9

4. む す び

ねじり剛性ある主げたをもつ格子げたは、不静定次数が高いため、その解析が繁雑である。しかし、設計にあたっては、構造に適合する解析をしなければならないことは当然であって、影響面から明らかなように鋼材の相当の節減が可能である。

今回は、実験をすることができなかったが、機会をあらためて、理論値と実験値を比較検討し、さらに主げたおよび横げたが、ともにねじり剛性ある斜角格子げたの解析をすすめたいと予定している。

本論文をまとめるにあたっては、北海道大学工学部、渡辺昇工学博士に終始御指導を賜わり、ここに深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

渡辺 昇: 格子げたの理論と計算, 技報堂, 1965.

Homberg u. Trenks: Drehsteife Kreuzwerke, Springer, 1962.