土木学会北海道支部　技術資料　第23号

都市街路網における交通量制御に関する研究

正員　小川博三[*]
正員　五十嵐日出夫[**]
正員　○山村悦夫[***]

緒　言

都市活動の発展に伴い都市交通は行き詰まりに近い状態を呈している。この交通混雑は主に，朝夕の通勤，通学によって集中的に発生する大きな交通の流れに起因する。そこで，この流れを処理するためには都市街路網の交通容量を高めなければならない。

ところが，都市街路網の交通容量は一般道路に比べてかなり低いのである。その原因の一つは短区間に多くの交差点があることが大きな隘路になっている。

しかし，現在研究されているのは，交差点一部分の交通現象の研究や，信号による交通現象の解析に基づく交差点の設計に主にむけられているのである。

その場合に，それらの解析の基礎として街路網全体における交差点の位置を十分に把握しておかなければその効果を発揮することができないのである。

そこで，この論文では，都市街路網を Network にモデル化することによって，オペレーションズ・リサーチで発展している。リニヤ・プログラミング，Network 理論を基礎にして，新しいアルゴリズムを開発して，各交差点が街路網全体の交通量にいかなる制御作用をおこなっているかを定量的に把握することによって，都市街路網計画や交差点の設計の基礎づけをあたえるものである。

理論考察

まず，都市街路網を Network にモデル化するために数学的基礎になっている Network の Flow について考察する。

$$\text{Network} = [N : A : C] \tag{1}$$

N は Network の Node の集合である。

$$N = \{N_i \mid i = 1, 2, \cdots, n\} \tag{2}$$

各 N_i は disjoint である。すなわち街路網におけ交差点にあたる。

A は N に含まれる Node のすべての対の作る集合の部分集合である。

$$A = \{A_i \mid i = 1, 2, \cdots, n-1\} \tag{3}$$

すなわち，交差点を結ぶ街路にあたる。さらに Arc $A_i = (N_i,\ N_{i+1})$, $i = 1, 2, \cdots, n-1$ がすべて集合 A に属する時に順序集合，

$$S(N_1, N_n): \quad N_1, (N_1, N_2), N_2, (N_2, N_3), \cdots, (N_{n-1}, N_n), N_n. \tag{4}$$

を Node N_1 と N_n を結ぶ directed-Path と定義する。また同じ条件で $i = 1, 2, \cdots, n-1$ なる i に関して，$(N_i, N_{i+1}) \in A$，または，$(N_{i+1}, N_i) \in A$ なるとき，順序集合

$$S'(N_1, N_n): \quad N_1, (N_1, N_2), N_2, (N_2, N_3), \cdots, (N_{n-1}, N_n), N_n. \tag{5}$$

を Node N_1 から N_n への Path と定義する。

N_i と N_j を結ぶ directed-Path, $S(N_i, N_j)$ に関して $N_i = N_j$ ならば，この directed-Path をループと定義する。

さらに，N に属する任意の Node から他のすべての Node への Path が存在する時に，Network は connected はであると定義する。

次に，C は各街路の交通容量の値の集合である。

$$C = \{C(A_i) \mid i = 1, 2, \cdots, n-1\} \tag{6}$$

$C(N_i, N_j)$ は Node N_i と Node N_j 区間の街路を表わしている。

そこで，これらの定義に基づき Network に次のような条件を満足するものとする。

(1)　Network は connected である。

(2)　出発点，目的点から件意の Node の directed-Path が存在する。

(3)　ループは含まない。

(4)　Arc $(N_i,\ N_j)$, $(N_j,\ N_i)$ が同時に A に含まれることはない。

このように定義されている Network において Flow の

---

*　北海道大学工学部教授　理博
**　北海道大学助教授
***　北海道大学助手

性質を考察する。

$$\alpha(N_i)=\{N_j\in N|(N_i,N_j)\in A\} \quad (7)$$

$$\beta(N_i)=\{N_j\in N|(N_j,N_i)\in A\} \quad (8)$$

と定義する。

出発点を N_s, 目的点を N_t とすると,

$$\begin{array}{ll}\alpha(N_s)=\{N_j\} & \alpha(N_t)=\phi \\ \beta(N_s)=\phi & \beta(N_t)=\{N_j\}\end{array} \quad (9)$$

したがって, 出発点 N_s から目的点 N_t への定常状態の流量 $f(N_s,N_t)$ は,

$$\sum_{N_j\in\alpha(N_i)} f(N_i,N_j)-\sum_{N_j\in\beta(N_i)} f(N_j,N_i) =\begin{cases} \nu & N_i=N_s \\ 0 & N_i\neq N_s,\ N_t \\ -\nu & N_i=N_t\end{cases} \quad (10)$$

$$f(N_i,N_j)\leqq C(N_i,N_j) \quad (11)$$

$\forall(N_i,N_j)\in A$ ν: 流出する流量

Cut を次のように定義する

$$N_s\in N',\ N_t\in N'',\ N'\cup N''=N,\ N'\cap N''=\phi$$

となる N' から N'' への Arc (街路) の集合で (N',N'') と表わす。

そのうちで最小の Cut を最小 Cut と定義する。

これらの定義を基にして Network の Flow の基本定理を述べると,

定理 1

Network における出発点 N_s から目的点 N_t への Flow を $f=f(N_s,N_t)$ と表わし, その値を ν とすると, 次のような結果が成立する。

$$\nu=f(N',N'')-f(N'',N')\leqq C(N',N'') \quad (12)$$

すなわち, Flow の値 ν は Cut の容量をこえないことを示している。

但し

$$f(N',N'')=\sum_{(N_i,N_j)\in(N',N'')} f(N_i,N_j)$$

$$C(N',N'')=\sum_{(N_i,N_j)\in(N',N'')} f(N_i,N_j)$$

定理 2 (最大 Flow-最小 Cut の定理)

出発点 N_s から目的点 N_t への流量 V の最大値を V_0 として, N_s から N_t への方向の N_s と N_t との Cut のうち最小 Cut 容量を $C(N',N'')$ とすると,

$$V_0=C(N',N'') \quad (13)$$

すなわち,

$$\begin{cases} f(N',N'')=C(N',N'') \\ f(N'',N')=\phi\end{cases} \quad (14)$$

が成立する。

このことは, 出発点 N_s から目的点 N_t への最大 Flow の値は, N_s と N_t とを分けるあらゆる Cut のうちで最小の容量の Cut にに等しいことを示している。

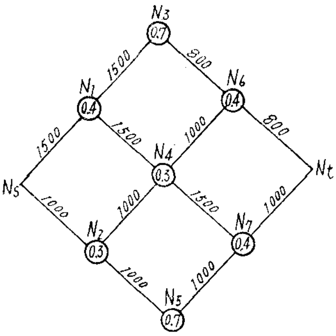

Fig. 1.

さて, このような Network の定理を基にして, 都市街路網の交通流を解析する。そこで, Fig. 1 のような基盤目型街路網を Network にモデル化して考察してみよう。

街路上の数字は単位時間あたりの各街路の交通容量とする。交差点 N_1, N_2, N_6, N_7 は信号式 T 型交差点であり, 交差点 N_4 は信号式十字交差点であり, 交差点 N_3, N_5 は L 型交差点とする。

また, 交差点の中の数字は交差点の最適通過度で, 単位時間あたりの街路の交通容量と, その交差点の制御作用 (信号時間, 飽和度など) によって通過する時の実際交通量との比である。

このような条件のもとで, 出発点 N_s から目的点 N_t へ流れる最適の交通量をあたえるルートを選定し, その時の最適交通量を求める。

解 析 方 法 I

出発点 N_s から目的点 N_t へのすべてのルートを求める。

N_s から N_t へのルートは1本とはかぎらないので下添字 i によっ区別する。

$$P_i(N_s,N_t) \quad (15)$$

N_s から N_t へのすべてのルートの集合を $P(N_s,N_t)$ とすると (16) のように表わされる。

$$P(N_s,N_t)=\{P_i(N_s,N_t)|i=1,2,\cdots,m\} \quad (16)$$

そこで $P(N_s,N_t)$ の各ルートの内で, 最も交差点をすくなく経由するルートを (16) の集合から求める。その集合を $P'(N_s,N_t)$ とする。ここでは次の6ルートになる。

$P_1(N_s,N_t)$ ルート N_s-N_1-N_3-N_6-N_t
$P_2(N_s,N_t)$ ルート N_s-N_1-N_4-N_6-N_t
$P_3(N_s,N_t)$ ルート N_s-N_1-N_4-N_7-N_t
$P_4(N_s,N_t)$ ルート N_s-N_2-N_5-N_7-N_t
$P_5(N_s,N_t)$ ルート N_s-N_2-N_4-N_7-N_t
$P_6(N_s,N_t)$ ルート N_s-N_2-N_4-N_6-N_t

Network = [N : A : C : Q]

そこで，各ルートの交差点の制御を考えに入れて，各ルートの最適通過交通量 L_{P_i} を求める。各交差点の最適通過度を $Q(N_i)$ とする。

$$Q=\{Q(N_i)\}$$

一般に $P_k(N_s, N_t)$ の各ルートの最適通過交通量 L_{P_k} は

$$L_{P_k}=\mathrm{Min}\{C(N_h, N_i)\cdot Q(N_i),\ C(N_i, N_j)\cdot Q(N_j),\ C(N_j, N_l)\cdot Q(N_l),\ C(N_l, N_m)\} \tag{17}$$

ここでは，

$$L_{P_1}=\mathrm{Min}\{C(N_s, N_1)\cdot Q(N_1),\ C(N_1, N_3)\cdot Q(N_3),\ C(N_3, N_6)\cdot Q(N_6),\ C(N_6, N_t)\}$$

$$L_{P_2}=\mathrm{Min}\{C(N_s, N_1)\cdot Q(N_1), C(N_1, N_4)\cdot Q(N_4),\ C(N_4, N_6)\cdot Q(N_6),\ C(N_6, N_t)\}$$

$$L_{P_3}=\mathrm{Min}\{C(N_s, N_1)\cdot Q(N_1),\ C(N_1, N_4)\cdot Q(N_4),\ C(N_4, N_7)\cdot Q(N_7),\ C(N_7, N_t)\}$$

$$L_{P_4}=\mathrm{Min}\{C(N_s, N_2)\cdot Q(N_2),\ C(N_2, N_5)\cdot Q(N_5),\ C(N_5, N_7)\cdot Q(N_7),\ C(N_7, N_t)\}$$

$$L_{P_5}=\mathrm{Min}\{C(N_s, N_2)\cdot Q(N_2),\ C(N_2, N_4)\cdot Q(N_4),\ C(N_4, N_7)\cdot Q(N_7),\ C(N_7, N_t)\}$$

$$L_{P_6}=\mathrm{Min}\{C(N_s, N_2)\cdot Q(N_2),\ C(N_2, N_4)\cdot Q(N_4),\ C(N_4, N_6)\cdot Q(N_6),\ C(N_6, N_t)\}$$

そこで，

$$L_1=\mathrm{Max}(L_{P_1},\ L_{P_3},\ L_{P_3},\ L_{P_4},\ L_{P_5},\ L_{P_6}) \tag{18}$$

初めに L_1 の交通量を Network に通過させる。その場合，このルートが通過する交差点 N_j において，

$$\mathrm{Min}\{C(N_i, N_j)\cdot Q(N_j),\ C(N_j, N_l)\cdot Q(N_l),\ C(N_l, N_m)\cdot Q(N_m),\ C(N_m, N_n)\} = C(N_i, N_j)\cdot Q(N_j) \tag{19}$$

条件 (19) を満せば，その交差点 N_j はそのルートに関して飽和したことになる。そこで新しくその方向に関してその交差点を除いて Network を考えることにする。

したがって次最適交通量は，新しく (17) の式によって各 L_{P_i} を求め，その値に対して，

$$L_2=\underset{P_i\in P-P_j}{\mathrm{Max}}\{L_{P_i}\} \tag{20}$$

この L_2 が求めるものである。そこで (19) の条件を満たしておれば，そのルート上の交差点 N_l が，その方向に関して飽和することになる。

そこで新しい Network はその方向の交差点 N_l を除くことになる。また，こはような過程において，前の通過させたルートと共合する区間街路 (N_i, N_j) が存在する時には，

$$(N_i, N_j)\in P_x(N_s, N_t)\cap P_y(N_s, N_t) \tag{21}$$

$$C(N_i, N_j)\cdot Q(N_j) > L_{P_x}$$

(21) の条件を満す場合は，最適通過交通量は次のようになる。

$$L_3=\mathrm{Min}\{C(N_s, N_i)\cdot Q(N_i)-L_{P_x},\ C(N_i, N_j)\cdot Q(N_j)-L_{P_x},\ C(N_j, N_l)\cdot Q(N_l)-L_{P_x},\ C(N_l, N_t)\} \tag{22}$$

となる。この過程をくりかえし行なって各段階の最適通過交通量を求めて行くと最後に交差点のうちで，いずれの方向に関しても飽和する交差点が存在して，出発点 N_s から目的点 N_t へ交通が流れなくなる。

この時に，この各段階に最適通過交通量をあたえたルートが，この街路網での最適通過交通量をあたえるルートである。Fig. 1 の街路網での全最適交通量を求めると，1370 台/時間 と求まる。

さらに，この街路網でボトル・ネックになっている交差点は N_1, N_2, N_4 であることが明らかになった。

次に，このような基盤目型街路網ではなく，さらに一般化された道路網について考察してみる。その場合に，どのルートが最適であるかを選定しなければならない。

その方法としてはリニヤ・プログラミングを用いることによって解析を行なった。

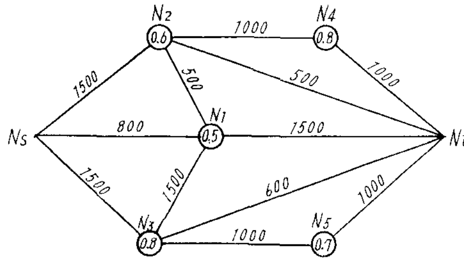

Fig. 2.

そこで，Fig. 2 のような道路網を考察する。この道路網を Network にモデル化をなし，道路上の数字は単位時間あたりの各道路の交通容量とする。

交差点 N_1, N_2, N_3 は 4 枝交差点で，交差点 N_4, N_5 は L 型交差点であるとする。その中の数字は前にも述べたように最適通過度を表わしている。

このような条件のもとで，出発点 N_s から目的点 N_t へ流れる最適通過交通量をあたえるルートを選定し，その時の最適通過交通量を考察する。

解析方法 II

出発点 N_s から目的点 N_t へのすべてのルートを求める。それを $P_i(N_s, N_t)$ とする。出発点 N_s から目的点 N_t へのすべてのルートの集合を $P(N_s, N_t)$ とすると，(16) のように表わされる。

そこで，各ルート $P_i(N_s, N_t)$ に対して，もし，ある交差点を通過するならば，列ベクル (P_i) の成分は 1 とし，通過しない場合には 0 とする。

$$(P_i)=\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \\ n_5 \end{pmatrix} \qquad n_i=\begin{cases} 1 & N_i \text{ を通過する時} \\ 0 & N_i \text{ を通過しない時} \end{cases} \quad (23)$$
$$(i=1,2,\cdots,5)$$

この Network においては Table 1 のようになる。次に，各ルートの最適通過交通量は，通過区間の最小の交通容量であるので，容量制限 Network の各交差点の中の数字は，その値を記入する。

$P_k(N_s, N_t)$ ルートの各区間の容量を $C_k(A_i)$ とし，そのルートの最適通過交通量を L_k とすると，

$$L_k=\mathrm{Min}\, C_k(A_i) \qquad (24)$$

が成立する。また各段階ごとに新しい Basis ベクトル B を定めるのに最適経路選定方法を用いる。最初の Basis は単位行列とする。

アルゴリズムは次のように進む。

1. 各ルート $P_i(N_s, N_t)$ ごとに，列ベクトル (P_i) を求め，さらに各ルートの最適通過交通量 L_{P_i} を求めて Table 1 を作成する。

2. 1. の各ルートに対応する交差点の容量制限ベクトル V を記して容量制限 Network を作成する。

但し，

$$\mathit{V}=B^{-1}\cdot\alpha \quad \alpha=[L_{P_i}|i=1,2,\cdots,k]$$
$$\mathit{V}=[\mathit{V}(N_i)|i=1,2,\cdots,k]$$

ここでは，

$$k=5$$

(a) 容量制限 Network N_i で最適のルートをみつける。その容量を S_{P_i} とすると，

$$S_{P_i}=\sum_{k=1}^{m}\mathit{V}(N_k)$$

Table 1.

Node	Route P_1 $N_s\ N_1\ N_t$	P_2 $N_s\ N_2\ N_t$	P_3 $N_s\ N_3\ N_t$	P_4 $N_s\ N_2\ N_4\ N_t$	P_5 $N_s\ N_3\ N_5\ N_t$
N_1	1				
N_2		1		1	
N_3			1		1
N_4				1	
N_5					1
L_{P_i}	800	500	600	1000	1000

Node	Route P_6 $N_s\ N_2\ N_1\ N_t$	P_7 $N_s\ N_3\ N_1\ N_t$	P_8 $N_s\ N_1\ N_2\ N_t$	P_9 $N_s\ N_1\ N_3\ N_t$	P_{10} $N_s\ N_2\ N_1\ N_3\ N_t$
N_1	1	1	1	1	1
N_2	1		1		1
N_3		1		1	1
N_4					
N_5					
L_{P_i}	500	1500	500	600	500

Node	Route P_{11} $N_s\ N_3\ N_1\ N_2\ N_t$	P_{12} $N_s\ N_1\ N_2\ N_4\ N_t$	P_{13} $N_s\ N_1\ N_3\ N_5\ N_t$	P_{14} $N_s\ N_2\ N_1\ N_3\ N_5\ N_t$	P_{15} $N_s\ N_3\ N_1\ N_2\ N_4\ N_t$
N_1	1	1	1	1	1
N_2	1	1		1	1
N_3	1		1	1	1
N_4		1			1
N_5			1	1	
L_{P_i}	500	500	800	500	500

但し，ここでは

$1 \leqq m < 5$

S_{P_i} の最適値をあたえる第1経路（最適経路）の値を S_{P_1} とすると，

$$S_{P_1} = \operatorname*{Min}_{P_i \in P} S_{P_i}$$

2本ある場合は並記する。

次最適経路 S_{P_2} は，

$$S_{P_2} = \operatorname*{Min}_{P_i \in P - P_1} S_{P_i}.$$

となる。

一般に

$$S_{P_n} = \operatorname*{Min}_{P_i \in P - \bigcup_{i=1}^{m-1} P_i} S_{P_i} \tag{25}$$

次にもとの Network でそのルートに対応するルートの最適通過交通量 L_{P_i} を求める。

(b) 各 L_{P_i} をこえない制限容量のある道路を容量制限 Network から取り出し，その Network を N_{i+1} とする。i が増加するにしたがって N_{i+1} の Network が連結しなくなり，N_s から N_t へのどのルートも通過しなくなるまで (a), (b) をくりかえしおこなう。

3. 2.段階の各ルートにおいて，$S_{P_i}-L_{P_i}<0$ となるルートが存在すれば，そのルートに通過させることがまだできるので，この列ベルクトル (P_i) を新しいベクトルとして加え，新しい Basis B を求める。

この新しい Basis で1.から3.をくりかえし，すべてのルートについて $S_{P_i}-L_{P_i} \geqq 0$ になるまでおこなう。

その時に，この道路網での最適経路を選定することができるのである。

そこで，このアルゴリズムにしたがって，初めに，N_s から N_t への各ルートの最適通過交通容量 L_{P_i} と通過する交差点との関係を求めると Table 1 になる。

次に交差点は5個所であるので，ルート，N_s-N_1-N_t, N_s-N_2-N_t, N_s-N_3-N_t, N_s-N_2-N_4-N_t, N_s-N_3-N_5-N_t に基づく最初の容量制限ベクトル $\dot{V}$ を求める。

$$\dot{V} = (L_{P_1}, L_{P_2}, L_{P_3}, L_{P_4}, L_{P_5})$$
$$= (800, 500, 600, 1000, 1000)$$

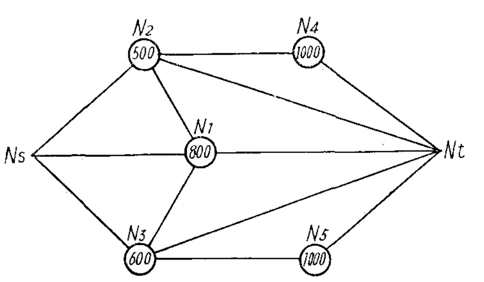

Fig. 3.

Table 2.

Number	Route	S_{P_i}	L_{P_i}	S_{P_i}-L_{P_i}
P_1	N_s N_1 N_t	800	800	0
P_2	N_s N_2 N_t	500	500	0
P_3	N_s N_3 N_t	600	600	0
P_4	N_s N_2 N_4 N_t	1500	1000	500
P_5	N_s N_3 N_5 N_t	1600	1000	600
P_6	N_s N_2 N_1 N_t	1300	500	800
P_7	N_s N_3 N_1 N_t	1400	1500	−100
P_8	N_s N_1 N_2 N_t	1300	500	800

となる。これを基にして，次の容量制限 Network は Fig. 3 のようになる。

容量制限 Network は，容量制限ベクトルによって，各交差点での制限を考えない場合の最適通過交通量により求まる。

次に前に述べたアルゴリズムより，各ルートの容量制限 Network の S_{P_i} と最適通過交通容量 L_{P_i} との差 $S_{P_i}-L_{P_i}$ の負数の項をなくするまでおこなう。

すなわち，すべてのルートに対して $S_{P_i}-L_{P_i} \geqq 0$ の時のルートがこの道路網において最適の交通量をあたえるルートになる。

そのために，次のような Sub-Iteration を考える。各ルートの S_{P_i}, L_{P_i}, $S_{P_i}-L_{P_i}$ を求めると Table 2 になる。

N_s-N_3-N_1-N_t ルートは $S_{P_7}-L_{P_7}=-100<0$ より，新しいベクトル B の成分になる。

$$B = [P_7, P_2, P_3, P_4, P_5]$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = (1500, 500, 600, 1000, 1000),$$
$$\dot{V} = \alpha B^{-1} = (900, 500, 600, 500, 400) \tag{26}$$

したがって2段階の容量制限 Network は Fig. 4 となる。さらに，この容量制限 Network に基づく Sub-Iteration

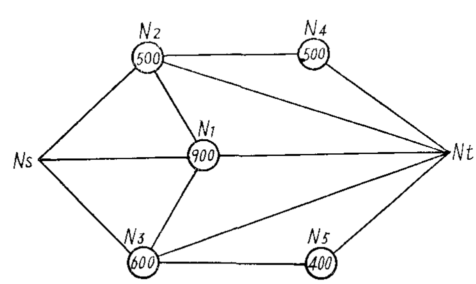

Fig. 4.

Table 3.

Number	Route	S_{P_i}	L_{P_i}	$S_{P_i}-L_{P_i}$
P_2	$N_s \quad N_2 \quad N_1$	500	500	0
P_3	$N_s \quad N_3 \quad N_t$	600	600	0
P_4	$N_s\ N_2\ N_4\ N_t$	1000	1000	0
P_5	$N_s\ N_3\ N_5\ N_t$	1000	1000	0
P_6	$N_s\ N_2\ N_1\ N_t$	1400	500	900
P_7	$N_s\ N_3\ N_1\ N_t$	1500	1500	0
P_8	$N_s\ N_1\ N_2\ N_t$	1400	500	900

を求めると Table 3 になる。

したがってすべてのルートに対して $S_{P_i}-L_{P_i} \geqq 0$ である。

その結果 N_s–N_2–N_t, N_s–N_3–N_t, N_s–N_2–N_4–N_t, N_s–N_3–N_5–N_t, N_s–N_3–N_1–N_t の各ルートによって最適の交通量が求まる。

そこで，各ルートの交差点の制御を考えに入れて，各ルートの最適通過交通量を求める。各交差点の最適通過度を $Q(N_i)$ とする。

一般に $P_k(N_s, N_t)$ の各ルートの最適通過交通量は，

$$L_{P_k} = \mathrm{Min}\{C(N_h, N_i)\cdot Q(N_i),\ C(N_i, N_j)\cdot Q(N_j),\ C(N_j, N_t)\} \tag{27}$$

$$L_{P_2} = \mathrm{Min}\{C(N_s, N_2)\cdot Q(N_2),\ C(N_2, N_t)\}$$

$$L_{P_3} = \mathrm{Min}\{C(N_s, N_3)\cdot Q(N_3),\ C(N_3, N_t)\}$$

$$L_{P_4} = \mathrm{Min}\{C(N_s, N_2)\cdot Q(N_2),\ C(N_2, N_4)\cdot Q(N_4),\ C(N_4, N_t)\}$$

$$L_{P_5} = \mathrm{Min}\{C(N_s, N_3)\cdot Q(N_3),\ C(N_3, N_5)\cdot Q(N_5),\ C(N_5, N_t)\}$$

$$L_{P_7} = \mathrm{Min}\{C(N_s, N_3)\cdot Q(N_3),\ C(N_3, N_1)\cdot Q(N_1),\ C(N_1, N_t)\}$$

$L_1 = \mathrm{Max}(L_{P_2}, L_{P_3}, L_{P_4}, L_{P_5}, L_{P_7})$ を求めて，初めに L_1 の交通量を通過させる。このルートを通過する場合の交差点を N_j とすると，この交差点において，

$$C(N_i, N_j)\cdot Q(N_j) < C(N_j, N_t) \tag{28}$$

であれば，その交差点がそのルートに関して飽和したことになる。次の段階としてはその方向の交差点を除いたルートを考察することになる。

したがって，次最適通過交通量は，

$$L_2 = \underset{P_i \in P-P_j}{\mathrm{Max}} \{L_{P_i}\}$$

となる。(28) の条件を満す交差点がそのルートにあれば，その交差点はそのルートに関して飽和することになるのでその方向の交差点 N_t を除くことになる。

さらに，この過程でもって，前のルートと共合する区間街路 (N_i, N_j) が存在する時には，

$$(N_i, N_j) \in P_x(N_s, N_t) \cap P_y(N_s, N_t)$$
$$C(N_s, N_i)\cdot Q(N_i) > L_x$$

の条件より，最適通過交通量は，

$$L_3 = \mathrm{Min}\{C(N_s, N_i)\cdot Q(N_i) - L_x,\ C(N_j, N_t)\}$$

となる。

この過程を行なって求めると，最後に交差点が，各ルートに関して飽和することになるので，出発点 N_s から目的点 N_t へ通過しなくなる。この時に道路網に最適交通量が流れたことになる。

いまこの例の道路網においては 2100 台/時間 であることが解析された。さらに，この道路網においてボトルネックになっている交差点は N_1, N_2, N_3, N_4 の各交差点であることも明らかになった。

また，いままで，$S_{P_i}-L_{P_i}$ の $i=1,2,\cdots,8$ までの有限個で負にならないことを調べて，すべてのルートに対して負はならないことを用いていたが，このことについて証明してみよう。

証　　明

各ルートには前で述べた容量制限がある。

すべての i に対して，$L_{P_i} < L_{P_{i+1}}$ で選んだ有限個以外の他のルート j に対して $L_{P_{i-1}} < L_{P_j} \leqq L_{P_i}$ となる i が存在する。選ばれたルートの反復 i 回の最適ルートの容量制限 Network の S_{P_i} は，

$$S_{P_i} \leqq S_{P_j} \qquad \therefore\ S_{P_i}-L_{P_i} \leqq S_{P_j}-L_{P_j}$$

したがって，$S_{P_i}-L_{P_i} \geqq 0$ より，$S_{P_j}-L_{P_j} \geqq 0$ である。すべての i ルートに対して $S_{P_i}-L_{P_i} \geqq 0$ となる。

結　　言

街路網を Network にモデル化して，街路の容量と交差点の制御の関係に基づく従来研究されていない新しい理論解をあたえるアルゴリズムを開発をおこなった。このように単純化された数学モデルであるが，都市街路網においてどの交差点が街路網全体の交通容量にどのように影響をあたえるか，その制御作用をこのモデルによって定量的に解析することができる。また，街路の容量と交差点制御のある街路網において，街路網全体の容量を高める最適配分交通がどのようになっているかも理論解析することができるのである。

実際の街路網においては，さらに，いろいろの条件を加えなければならないが，この新しいアルゴリズムによって容量と交差点の制御の面から理論解析することによって，交通の流れのボトルネックになっている交差点を明らかにすることによって，この交差点の通過能力を高めるために

(1)　交通制御，交通規則の適正化

(2)　交差点の諸施設の改良

(3) 交差点の立体化

などのいろいろの適切な方策をとることによって交差点の交通障害を除去することにより，街路網全体の容量を高めることができるのである。

この新しく開発された理論解法による数学モデル網の組合せにより実際の街路網にさらに接近することができるものと思われる。

この論文では十分に説明することのできなかった Network の Flow については Ford and Fulkerson の「Flows in Network」を参考にしていただきたい。

なお， Dynamic Programming による最適経路選定方法，次最適経路選定方法，優先地点を通る最適経路方法の研究は，山村悦夫著北海道大学交通計画研究室「地域と交通」第 11 集「土木・建築と交通計画における Network の研究」の本書に詳細に記載されているので参考にしていただきたい。

参考文献

1) L. R. Ford and D. R. Fulkerson: Canad, J. Math., 8, 399–404 (1956).
2) L. R. Ford and D. R. Fulkerson: Flows in Network, 11 (1962), Princenton University Press.
3) G. B. Dantzig: Management Sci., **6**, 167–190 (1960).
4) 山村悦夫： 土木・建築と交通計画における Network の研究, 237 (昭 41), 北海道大学交通計画研究室.
5) G. B. Dantzig: Linear Programming and Extensions, 632, Printenton University Press.