

## 屈曲部における波の変形に関する実験的研究 (II)

正員 ○佐藤幸雄\*  
 正員 尾崎晃\*\*  
 正員 石田昌寿\*\*\*

### I. ま え が き

港内波浪の一つの問題として、港口からの入射波が防波堤、あるいは岸壁の直立部に  $90^\circ$  より小さい入射角をもって入射する場合の斜入射に関する反射率の問題がある。

すなわち、防波堤の壁に沿って進行する波が次第にその波高を増し、ついには天端を越波するに至る現象、又岸壁前面に形成される重複波波高等はすべてこの斜入射の反射率に関係する。我々は以前よりこの様な問題について実験的に研究を行なって来た。いま波の進行方向に平行に置かれている直立壁が途中からある角度をもって屈曲している時、最初の壁に沿って進んで来た波は屈曲点に到達した瞬間に波形変化を起し、さらに進んで屈曲した壁から反射されるが、この様な直立壁で囲まれた領域内の波浪現象について、本実験では従来の回折理論を適用させて説明することを試みた。その結果の一部は、すでに道支部技術資料第22号及び第21回土木学会講演概要集に発表した<sup>1)</sup>が、その内容は主として、幾何学的反射領域以外(反射波が来ないと考えられている領域;  $0 \leq \theta \leq \theta_0$ )に発生するところの屈曲点を波源とする同心円形波について、その波の現象が Penny and Price<sup>1)</sup>による半無限堤の回折理論におけるS領域(回折波のみが発生する領域)の回折係数を使用して良く説明され得る事を述べた。今回の第II報は、前回まで余り詳細に述べなかった幾何学的反射領域( $\theta_0 \leq \theta \leq \varphi$ )のうち、特に屈曲している壁に沿った(反射壁上;  $\theta = \varphi$ )部分の波高の分布を実験的に調べた結果を述べたものである。今までは斜入射の場合の反射率は入射角が極端に小さい時でも垂直な時と同様1として取扱われて来たが、我々の実験結果を見ると入射角が小さくなるに従い反射壁上の波高は入射波波高の約2倍より次第に低下する。又原点0から次第に遠く離れるに従い波高が増大、あるいは振動したりするのが認められる、我々はこの様な反射壁上の波高分布に対して微小振幅波のエネルギー収支の問題及び上記

の半無限堤の回折係数  $K'$  を適当に組み合わせて実験値との比較を行なってみた。

### II. 実験内容

実験装置並びに方法は前回の場合と同じで、その詳細は技術資料第22号に述べてあるのでここでは省略するが、今回の実験では主に反射壁上の波高の測定に重点を置き、下記の如き条件で実験を行なった。

平面水槽の大きさ;  $6 \times 11$  m 固定壁; 3 m 50

反射壁; 3 m 50, 固定, 反射の両壁の内角(反射板角度)  $\varphi$ ;  $90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 165^\circ$  の6通り

周期  $T$ ; 0.6 sec, 1.0 sec 水深  $h$ ; 20 cm (一定)

この場合の波長  $L_0$ ; 55.0 cm ( $T=0.6$  sec の場合), 121.0 cm ( $T=1.0$  sec の場合) 入射波波高  $H_0$ ; 3.0 cm 前後測定位置は反射壁上( $\theta = \varphi$ )で、測定点は  $r=0 \sim 60$  cm まで(5 cm 間隔)と  $60 \sim 360$  cm まで(10 cm 間隔)である。

波高測定には電気抵抗線式波高計並びにペン書きオシログラフを使用した。又この場合の波は  $h < L_0/2$  で微小振幅波である。次に実験波の発生状態の一例として  $\varphi = 135^\circ$  ( $\theta_0 = 45^\circ$ ) の場合の写真を示した。写真-1 によってもわかるように壁による反射波の発生は幾何光学の原則に従って入射角と等しい反射角をもって反射される。又幾何学的反



写真-1

\* 北海道大学工学部

\*\* 北海道大学工学部教授 工博

\*\*\* 陸上自衛隊勝田施設学校 工修

射領域 (Q' 領域) とこの領域以外の S' 領域との境界線、すなわち  $\theta = \theta_0$  の付近では反射波波高は急激に減衰し、その波峯線は S' 領域にまで延びている。従って波峯線図は図-1 の如くなっているものと考えた。

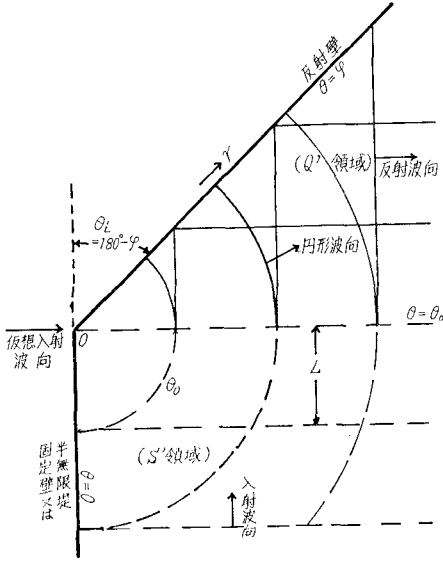


図-1

### III. $H'(r, \varphi)$ の決定

入射波波高  $H_0$  の波が入射角  $\theta_i$  をもって反射壁に沿って衝突しながら進行してゆくとき、壁上の波高  $H(r, \varphi)$  は図-1 に示すような入射波、反射波及び屈曲点を波源とする同心円形波の三つの波が合成されて出来るものとする。この中の反射波波高は、反射壁上又はその極めて近傍の値とし、 $H'(r, \varphi)$  で表わす。この  $H'(r, \varphi)$  の値は実験値より調べてみると、 $\varphi$  が大きくなると (従って  $\theta_i$  は小さくなる)、次第に減少する。それと同時に同じ  $\varphi$  の値であっても、 $r$

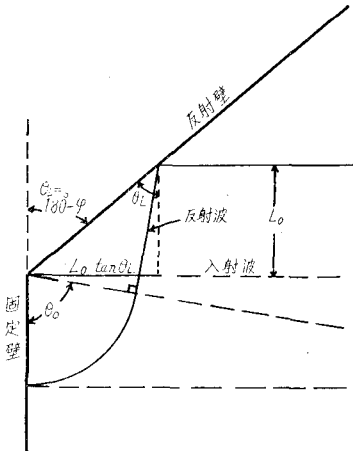


図-2

の増加に伴って増加する傾向にあるのが認められる。本実験ではこの様な性質を持つ  $H'(r, \varphi)$  の値として次の様な計算を行なってみた。

今図-2において入射波が  $\theta_i$  の入射角で反射壁に沿って  $L_0$  だけ進行して、反射波及び円形波を発生させる場合、入射波の有するエネルギーが反射波及び円形波の有するエネルギーに置き換えられるものと考え、微小振幅波のエネルギーの式より、1波長当り入射波エネルギーは

$$E_i = \rho g H_0^2 L_0^2 \tan \theta_i / 2 \quad (1)$$

反射波と円形波が接続している波峯線全長に渡っての平均的な波高を  $H_0$ 、反射波及び円形波の波長を  $L$  とすれば反射波と円形波が連続した波の有するエネルギーは、波峯線長が  $L_0 \tan \theta_i + \pi L_0 \theta_0 / 180$  であるから

$$E_r = \rho g H_0^2 L (L_0 \tan \theta_i + \pi L_0 \theta_0 / 180) / 2 \quad (2)$$

となる。壁、その他によるエネルギーの損失がないものとするれば、

$$E_i = E_r \quad (3)$$

(1), (2), (3) 式より

$$\begin{aligned} \rho g H_0^2 \cdot L_0^2 \tan \theta_i / 2 \\ = \rho g H_0^2 L (L_0 \tan \theta_i + \pi L_0 \theta_0 / 180) / 2 \end{aligned}$$

$L = L_0$  であるから、

$$H'_0 = H_0 / \sqrt{1 + \pi \theta_0 \cot \theta_i / 180} \quad (4)$$

又は

$$H'_0 / H_0 = 1 / \sqrt{1 + \pi \theta_0 \cot \theta_i / 180} \quad (5)$$

となる。この場合  $H'_0$  の値は平均的なもので、 $\varphi$  すなわち  $\theta_i$  によってのみ変化し、 $r$  の値については一定の値をとることになる。しかし実際に実験波が発生している S', Q' 領域においては、円形波は  $r$  の増加に伴い次第にその波高が減衰して行く。又 Q' 領域に発生する反射波の波高は反射壁付近では殆んど減衰しないが、 $\theta = \theta_0$  の線上 (S' 領域と Q' 領域との境界線) においてはかなりの減衰がみられる。それでこの様な波高減衰の現象を次の様なものと考えた。すなわち S' 領域の円形波は  $r$  の増加に伴って次第にエネルギーの分散を生じ、Penny and Price による回折理論における  $K'$  の値に従って波高を減衰するものとする。この問題についてはすでに発表した様に、半無限堤に波が入射した場合に発生する回折波に置換えて良く説明出来るものである。

一方 Q' 領域における反射波については、反射壁により変換された反射波エネルギーが反射波の波峯線全長に等分に伝達されずに反射壁付近に片寄るために、 $\theta = \theta_0$  の境界線上の波高の減衰が起ると考えた。従って反射に境界線上における波高の減衰量だけ反射壁付近の波高は増加する。

この増加量を  $\Delta H'_0$  とし、又  $\theta = \theta_0$  の境界線に沿った波

高の減衰する割合として便宜的に回折係数  $K'$  を使うと、

$$\Delta H'_0 = (1-K') H'_0 \quad (6)$$

となる。従って反射壁上の反射波波高は、

$$\begin{aligned} H'(r, \varphi) &= H'_0 + \Delta H'_0 \\ &= H'_0 + (1-K') H'_0 = (2-K') H'_0 \end{aligned} \quad (7)$$

(5), (7) 式より

$$H'(r, \varphi)/H'_0 = (2-K')/\sqrt{1+\pi\theta_0 \cot \theta_0/180} \quad (8)$$

(8) 式中  $\theta_0 = 180^\circ - \varphi$ ,  $\theta_0 = \varphi - \theta_0 = 2\varphi - 180^\circ$  であり、又  $K'$  の値の決め方は図-1において、反射壁を除去し、固定壁を半無限堤と考えた場合、仮想入射波向  $\theta_0$  で波が入射した時の  $\theta = \theta_0$  の線上の値とする。(8) 式の計算に使用した  $\varphi$  の値に対する  $K'$  の値を図-3に示す。ここでは回折理論の詳細については省略するが、 $K'$  値は水理公式集等に掲載されている<sup>3)</sup>。(8) 式において

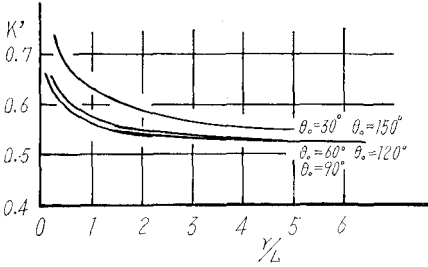


図-3

$\theta_0 = 0$  の場合は  $H'(r, \varphi) = 0$ 、又  $\theta_0 = 90^\circ$  の直角入射の場合は  $\theta = 0$  となり  $S'$ ,  $Q'$  領域の境界は固定壁上となる、この場合入射波は完全に反射されるから  $K' = 1$  であり、従って、

$H'(r, \varphi) = H'_0$  となる。 $r = 0$  では  $K' = 1$  であるから  $H'(r, \varphi) = H'_0$  である。(8) 式で計算した値は図-4に示す如くである。

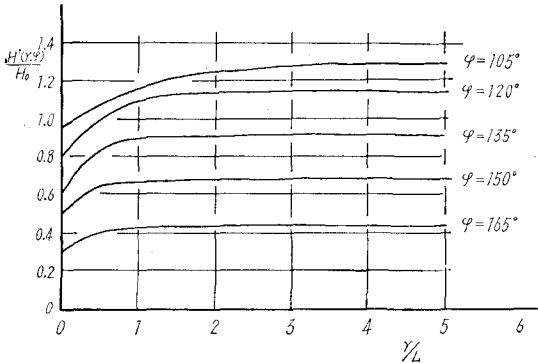


図-4

次に  $Q'$  領域における円形波の影響を考えるとこの領域の円形波は  $S'$  領域に発生する波の延長部分に相当し、同

一波源より発生している。従って  $S'$  領域の円形波と同様に回折係数を使って表わすと、反射壁上の円形波波高  $H_a(r, \varphi)$  は

$$H_a(r, \varphi) = K \cdot H'_0 \quad (9)$$

この場合の回折係数  $K$  の取り方は、 $S'$  領域の場合と反対の立場で考える。すなわち固定壁を除去して、反射壁を半無限堤と考えると反射壁上の  $K$  の値は  $S'$  領域において仮想入射波向が  $\varphi - \theta_0$  の場合の  $\theta = 0$  の線上の値に相当する。

各々の  $\varphi$  に対する  $K$  の値を図-5に示した。

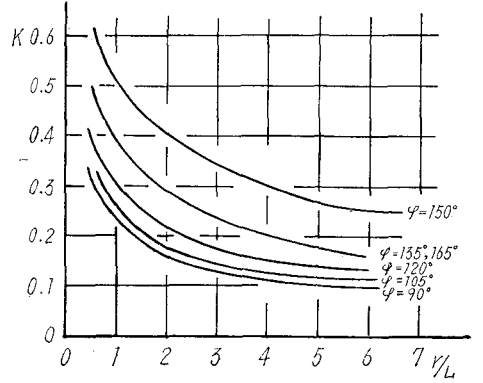


図-5

#### IV. 反射壁上の波高分布; $H(r, \varphi)$

反射壁上における波高分布  $H(r, \varphi)$  を求めるために III おいて述べた様な波高を有する、入射波、反射波、円形波の三つの波を合成してみると次の様になる。

原点 0 において三種の波の位相を等しくおくと

$$\text{入射波波形 } \eta_i = H_0/2 \cdot \cos(\sigma t + kr \cos \theta) \quad (10)$$

$$\text{円形波波形 } \eta_a = H_a(r, \varphi)/2 \cdot \cos(\sigma t - kr) \quad (11)$$

$$\text{反射波波形 } \eta_r = H'(r, \varphi)/2 \cdot \cos\{\sigma t - kr \cos(\theta - \theta_0)\} \quad (12)$$

ここに

$$\sigma = 2\pi/T, \quad k = 2\pi/L$$

(10), (11), (12) 式の合成波波形を  $\eta$  とすると、

$$\eta = \eta_i + \eta_a + \eta_r \quad (13)$$

まず  $\eta' = \eta_i + \eta_a$  を求めると、

$$H_0/2 = a, \quad H_a(r, \varphi)/2 = b, \quad H'(r, \varphi)/2 = c$$

とおいて、

$$\begin{aligned} \eta' &= a \cos(\sigma t + kr \cos \theta) + b \cos(\sigma t - kr) \\ &= \{a \cos(kr \cos \theta) + b \cos kr\} \cos \sigma t \\ &\quad - \{a \sin(kr \cos \theta) - b \sin kr\} \sin \sigma t \end{aligned} \quad (14)$$

$$a \cos(kr \cos \theta) + b \cos kr = A,$$

$$a \sin(kr \cos \theta) - b \sin kr = B$$

とおくと、

$$\eta' = A \cos \sigma t - B \sin \sigma t = \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\sigma t + \alpha) \quad (15)$$

(15) 式は S' 領域に発生する入射波及び円形波の合成波  
形であり、この領域の波高分布は  $t$  を任意として、

$$\begin{aligned} H(r, \theta) &= \eta'_{\max} - \eta'_{\min} = 2\sqrt{A^2 + B^2} \\ &= H_0 \cdot \sqrt{1 + (H_d/H_0)^2 + 2(H_d/H_0)\{\cos kr(1 + \cos \theta)\}} \\ H_d(r, \varphi)/H_0 &= K_d \text{ とおくと、} \end{aligned}$$

$$H(r, \theta)/H_0 = \sqrt{1 + K_d^2 + 2K_d \{\cos kr(1 + \cos \theta)\}} \quad (16)$$

となる。同様にして  $\eta = \eta' + \eta_r$  を求めると、(15) 式を使  
って、

$$\begin{aligned} \eta &= [A + c \cos \{kr \cos(\theta - \theta_0)\}] \cos \sigma t \\ &\quad - [B - c \sin \{kr \cos(\theta - \theta_0)\}] \sin \sigma t \\ A + c \cos \{kr \cos(\theta - \theta_0)\} &= M, \\ B - c \sin \{kr \cos(\theta - \theta_0)\} &= N \end{aligned}$$

とおくと

$$\eta = \sqrt{M^2 + N^2} \cos(\sigma t + \beta) \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} M &= a \cos(kr \cos \theta) + b \cos kr \\ &\quad + c \cos \{kr \cos(\theta - \theta_0)\} \\ N &= a \sin(kr \cos \theta) + b \sin kr \\ &\quad + c \sin \{kr \cos(\theta - \theta_0)\} \\ \beta &= \tan^{-1}(N/M) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

従って Q' 領域に発生する三種の波の合成波波高  $H(r, \theta)$  は、

$$\sigma t + \beta = 2n\pi$$

すなわち

$$t = (2n\pi - \beta) \cdot T/2\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

の時

$$\eta_{\max} = \sqrt{M^2 + N^2}$$

$$\sigma t + \beta = (2n - 1)\pi$$

すなわち

$$t = \{(2n - 1)\pi - \beta\} \cdot T/2\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

の時

$$\eta_{\min} = -\sqrt{M^2 + N^2}$$

であるから

$$\begin{aligned} H(r, \theta) &= \eta_{\max} - \eta_{\min} = 2\sqrt{M^2 + N^2} \quad (19) \\ H'(r, \varphi)/H_0 &= K_r, \quad H_d(r, \varphi)/H_0 = KH_0/H_0 = K_d \end{aligned}$$

において (19) 式を書き直すと

$$\begin{aligned} H(r, \theta) &= H_0 \cdot [1 + K_r^2 + K_d^2 + 2K_r \cos kr \{\cos \theta \\ &\quad + \cos(\theta - \theta_0)\} + 2K_r K_d \cos kr \{1 - \cos(\theta - \theta_0)\} \\ &\quad + 2K_d \cos kr(1 + \cos \theta)]^{\frac{1}{2}} \quad (20) \end{aligned}$$

反射壁上の波高分布は  $\theta = \varphi$  として

$$\begin{aligned} H(r, \varphi) &= H_0 [1 + K_r^2 + K_d^2 + 2K_r \cos kr \{\cos \varphi \\ &\quad + \cos(\varphi - \theta_0)\} + 2K_r K_d \cos kr \{1 - \cos(\varphi - \theta_0)\} \\ &\quad + 2K_d \cos kr(1 + \cos \varphi)]^{\frac{1}{2}} \quad (21) \end{aligned}$$

ところが

$$\cos \varphi + \cos(\varphi - \theta_0) = \cos(180 - \theta_i) + \cos \theta_i = 0$$

また

$$1 - \cos(\varphi - \theta_0) = 1 + \cos \varphi = 1 - \cos \theta_i$$

となるから

$$\begin{aligned} H(r, \varphi) &= H_0 [1 + K_r^2 + K_d^2 + 2K_r \\ &\quad + 2(1 + K_r) K_d \cos kr(1 - \cos \theta_i)]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

または

$$\begin{aligned} H(r, \varphi)/H_0 &= [1 + K_r^2 + K_d^2 + 2K_r \\ &\quad + 2(1 + K_r) K_d \cos kr(1 - \cos \theta_i)]^{\frac{1}{2}} \quad (22) \end{aligned}$$

(22) 式の下式は斜入射の反射率に相当するものである。又 (22) 式は当然部分重複波の波高分布となり、腹節を形成する位置はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} r/L &= n/1 - \cos \theta_i \\ r/L &= (n + 1/2)/1 - \cos \theta_i \\ (n &= 0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

となる。

## V. 実験結果

(22) 式による計算波形と実験値を  $H(r, \varphi)/H_0 - r/L$  の座標上で比較してみると 図-6~図-11 のようになる。これらの図より波高の値は  $r/L = 1 \sim 1.5$  より大きな位置ではほぼ妥当な値を示すが、しかし  $r/L = 0 \sim 1/2$  付近の屈曲点近傍においては測定値が  $1.5H_0$  以下の小さい値を示している。又測定値に現われる最初のピークは  $\varphi$  の値が大きくなるに従って次第に  $r/L = 0$  (屈曲点) より僅かずつ遠く離れて行く傾向にある。すなわち測定値は屈曲点 0 で腹を形成していないと云える。それ故屈曲点において位相が等しい条件で解いた (22) 式とは腹、節の位置が少しずつずれて行く訳である。この点を考慮するならば (22) 式の計算値は比較的測定値と合う結果が得られると思われる。  $T = 1.0 \text{ sec}$  の場合は実験設備の大きさの割に波長が長く、測定領域以外からの反射波の影響で実験値として妥当な値が得られ難かったため、二・三の例を掲げるにとどめた。

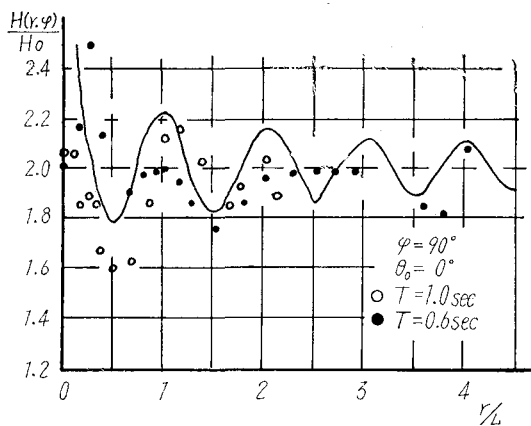


図-6

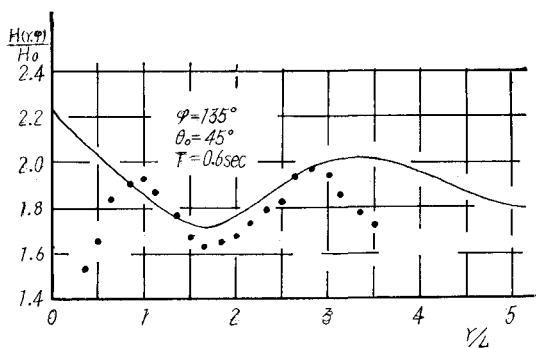


図-9

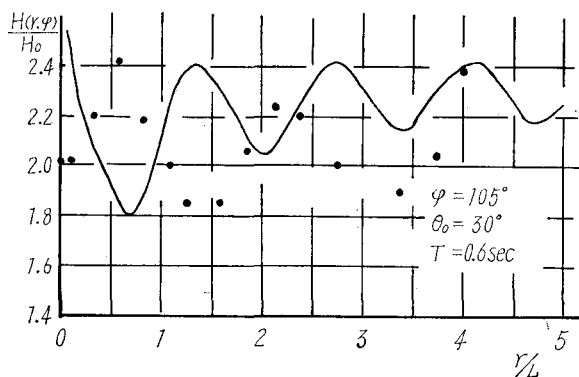


図-7

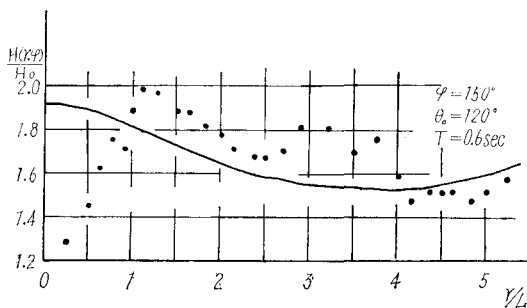


図-10

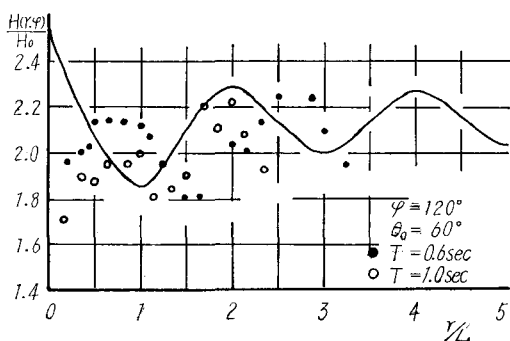


図-8

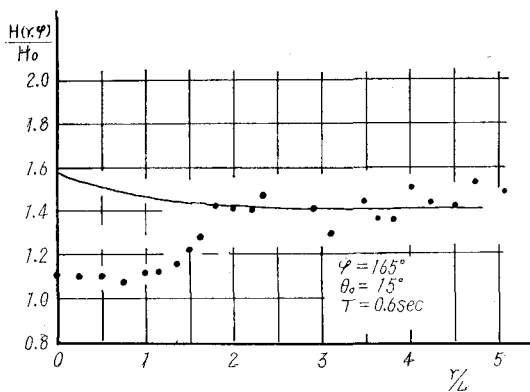


図-11

## VI. む す び

本研究は直立堤が途中で屈曲している場合の波の反射に関する問題を取扱い、幾何学的反射領域以外の領域（S'領域）に発生するところの屈曲点を波源とする同心円形波に対して従来の回折理論を適用した場合、その現象が良く説明されることが解った。この事実より考え、幾何学的反射領域においても、回折理論の適用が可能であるか否かを試みた。

その第一段階として便宜的ではあるが、従来の回折係数  $K'$  を使用して、反射壁上の波高分布及び反射率を (22) 式の様に表示し、測定値と比較してみた。(22) 式による値は測定値に対してはほぼ妥当なようであるが、未だ場所的にずれると云う点、又測定値の最初のピークが屈曲点より離れる点等、今後究明されなければならない問題は多く残されている。

今回の実験的研究は上記の問題点を解明する足掛りとなるものと思われる。

猶, 本研究遂行に当り計算及びデーター整理上に多大なる援助を受けた大学院大島登君に厚く感謝の意を表する。

#### 参 考 文 献

- 1) Penny, W. G. and Price, A. T.: The diffraction theory of sea waves by breakwaters, and the shelter afforded by breakwaters.
- 2) Putnam, J. A. and Arthur, R. S.: Diffraction of Water Waves by Breakwaters. Transactions, Amer. Geophysical Union, Vol. 29, No. 4.
- 3) Wiegel, R. L.: Diffraction of waves by semi-infinite breakwaters. Transactions, ASCE, Vol. 128.
- 4) Greslau, L. et Mahe, Y.: Etude du coefficient de reflexion d'une houle sur un obstacle contigue par un plane incline. Proc. 5th Conf, on Coastal Eng. 1954.