

屈曲部における波の変形に関する実験的研究 (I)

正員 尾 崎 晃*

正員 ○佐 藤 幸 雄**

正員 石 田 昌 寿***

I. 要 旨

港内波浪の一つの問題として、港口からの入射波が防波堤、あるいは岸壁の直立部に斜めに衝突し、その壁面より反射波が発生する場合、直立壁の前面近くでは重複波が形成される。その波高が入射波波高の約2倍になることは従来より周知の現象であるが、壁面において発生した反射波が面より離れた領域に進行して行く過程をよく観察していると、波の幾何学的反射方向以外の方向にも反射波のエネルギーの一部が分散して行く、すなわち原波の進行方向と逆の方向に向って進む波があると考えなければ説明できないような現象が見受けられる。この現象を解明するために、我々は以下に述べるような研究を行なった。

いま波の進行方向に平行に置かれている直立壁が途中からある角度をもって屈曲している場合、最初の壁に沿って進んできた波が屈曲点に到達した瞬間に波形変化を起し、さらに進行するにつれて屈曲した壁から反射される。この場合、反射波の主たる波向は幾何光学の原則にしたがって入射角と等しい反射角をもって反射される。しかしそれと同時に屈曲点を中心として円弧状の波が幾何学的反射領域外にも進行するものと仮定し、その同心円形の波は、屈曲点を波源とする、半無限延長の半島堤端からの回折波で置き換えられるものと仮定した。このようにして従来の回折理論を適用してみると幾何学的反射領域以外（反射波が来ないと考えられている領域）の波の現象に関する実験結果がよく説明できることを見出した。この研究は波が 90° よりも小さい任意の入射角をもって直立壁に入射した場合の反射率を求めようとする意図の下に始められたものであって、実験結果によると斜入射の反射率は、直角入射の場合と比べてかなり小さいが、その原因が壁面その他における摩擦損失以外にありそうで、上記の現象もその大きな一因となっているものと考えられるのである。

II. 実験内容

W. G. Penny and A. T. Price は Sommerfeld の光の回折に関する理論を波の回折現象に応用し¹⁾、その後 J. A. Putnam and R. S. Arthur²⁾, Frank Lee Blue and J. W. Johnson 等が、複雑な計算結果を図表化して回折理論の実用化を計った。又 R. L. Wiegel³⁾ は Penny and Price の理論式に基づいて、さらに特定入射角についての回折係数を計算し数表化した。本研究は上記の回折理論の適用性を試みたものである。

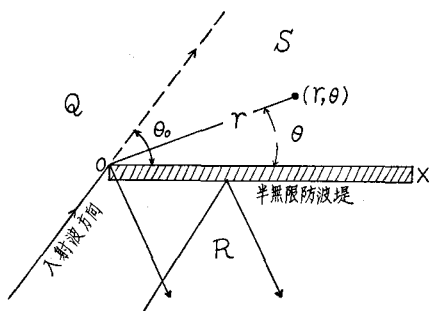


図-1

回折理論の要点を簡単に述べると、Penny and Price は図-1 のような半無限防波堤に波が進入する場合において任意の入射角 θ_0 に対して、任意の点 (r, θ) における回折係数 K' の一般式として次式を与えた。

$$K' = F(r, \theta) = f(\sigma) e^{-ikr \cos(\theta - \theta_0)} + f(\sigma') e^{-ikr \cos(\theta + \theta_0)} \quad (2.1)$$

ここで

$$\sigma = 2\sqrt{kr/\pi} \sin 1/2(\theta - \theta_0) \quad (2.2)$$

$$\sigma' = -2\sqrt{kr/\pi} \sin 1/2(\theta + \theta_0) \quad (2.3)$$

である。

$$k = 2\pi/L \quad (2.4)$$

L : 波長

* 北海道大学工学部教授 工博

** 北海道大学工学部

*** 陸上自衛隊勝田施設学校 工修

又平面を S, Q, R の 3 領域に分け, S 領域は半無限防波堤の幾何学的陰の部分, Q 領域は入射波が直進する部分, R 領域は入射波が半無限防波堤により反射する領域で, σ, σ' の符号はそれぞれ,

S 領域 ($0 \leq \theta \leq \theta_0$) では $\sigma < 0, \sigma' < 0$

Q 領域 ($\theta_0 < \theta < 2\pi$) $\sigma > 0, \sigma' < 0$

R 領域 ($2\pi - \theta_0 < \theta < 2\pi$) $\sigma > 0, \sigma' > 0$

である。

(2.1) 式において, $\sigma \geq 0, \sigma < 0$ のとき $f(\sigma)$ はそれぞれ,

$$\begin{aligned} f(\sigma) &= \frac{1+i}{2} \int_{-\infty}^{\sigma} e^{-\pi i u^2/2} du \\ &= \frac{1+i}{2} \left[\int_{-\infty}^0 e^{-\pi i u^2/2} du + \int_0^{\sigma} e^{-\pi i u^2/2} du \right] \\ &= \frac{1+i}{2} \left[\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi i u^2/2} du + \int_0^{\sigma} e^{-\pi i u^2/2} du \right] \end{aligned}$$

しかるに,

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi i u^2/2} du = (1-i)$$

となり

$$t = \pi u^2/2$$

とおくと

$$\int_0^{\sigma} e^{-\pi i u^2/2} du = \int_0^{\sigma} \frac{e^{-i t}}{\sqrt{2\pi t}} dt = C - iS$$

したがって

$$\left. \begin{aligned} f(\sigma) &= \frac{1+i}{2} \int_{-\infty}^{\sigma} e^{-\pi i u^2/2} du \\ &= \frac{1}{2} \left[(1+C+S) - i(S-C) \right] \\ f(-\sigma) &= \frac{1+i}{2} \int_{-\infty}^{-\sigma} e^{-\pi i u^2/2} du \\ &= \frac{1}{2} \left[(1-S-C) + i(S-C) \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

(2.5) 式の C と S は Fresnel 積分であり, 値は Eugene Jahnke and Fritz Emde により図表化されているものである。(2.5) 式より

$$f(\sigma) + f(-\sigma) = 1 \quad (2.6)$$

なる関係があり,

$$1/2(1-S-C) = U_1, \quad 1/2(S-C) = W_1$$

とおくと

$$f(-\sigma) = U_1 + iW_1 \quad (2.7)$$

(2.6) 式より

$$f(\sigma) = 1 - U_1 - iW_1 \quad (2.8)$$

同様に σ' について

$$f(-\sigma') = U_2 + iW_2 \quad (2.9)$$

とおくと, S 領域に於ける回折係数 K' は, (2.1), (2.7),

(2.9) 式より

$$\begin{aligned} K' &= F(r, \theta)_S = \left\{ U_1 \cos[kr \cos(\theta - \theta_0)] \right. \\ &\quad + U_2 \cos[kr \cos(\theta + \theta_0)] + W_1 \sin[kr \cos(\theta - \theta_0)] \\ &\quad + W_2 \sin[kr \cos(\theta + \theta_0)] \left. \right\} \\ &\quad + i \left\{ W_1 \cos[kr \cos(\theta - \theta_0)] + W_2 \cos[kr \cos(\theta + \theta_0)] \right. \\ &\quad \left. - U_1 \sin[kr \cos(\theta - \theta_0)] - U_2 \sin[kr \cos(\theta + \theta_0)] \right\} \\ &= A + iB \end{aligned} \quad (2.10)$$

又は

$$|F(r, \theta)_S| = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (2.11)$$

同様に $|F(r, \theta)_Q|, |F(r, \theta)_R|$ の式も導かれる。

実験装置としては図-2, 図-3のごとく大きさ $20\text{ m} \times 15\text{ m}$ の平面水槽内に直立の固定壁 (7.20 m) と可動壁 (7.20 m) を継ぎ中央で屈折させようとし, 可動壁を移動させて両壁の内角 φ (反射板角度) が $150^\circ, 120^\circ$ の場合について行った。壁高は 48 cm, 壁厚は 3 cm である。

波の回折理論を取扱う場合は,

i) 波は微小振幅波である。

ii) 水深は一定である。

iii) 防波堤は直立剛体壁で波を完全に反射する。

以上の仮定が必要であるため, 水深 $h = 24\text{ cm}$ (一定) とした。

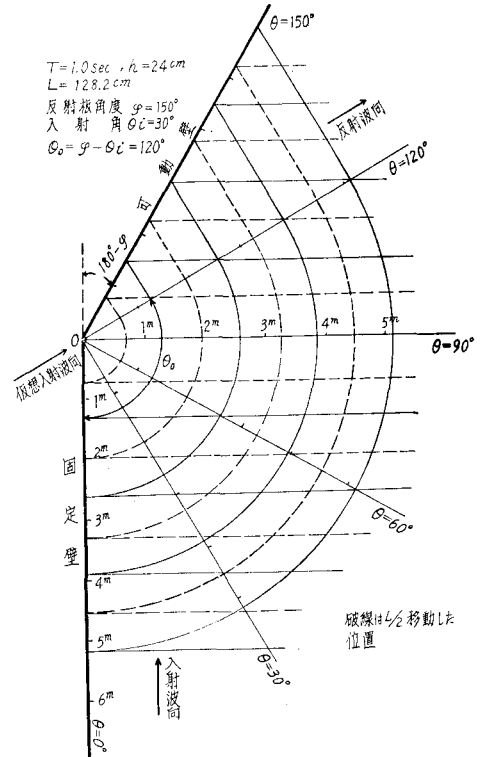


図-2

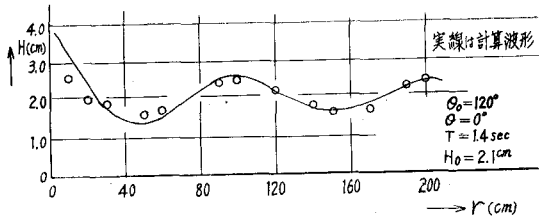


図-4

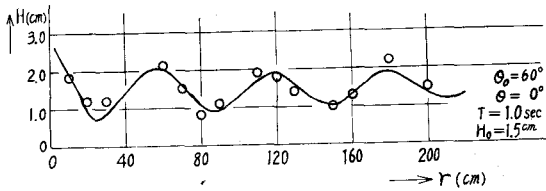


図-5

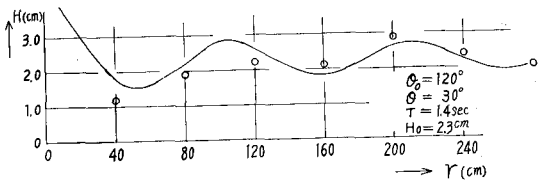


図-6

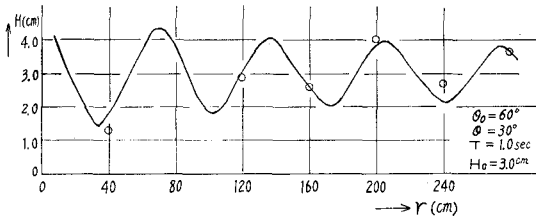


図-7

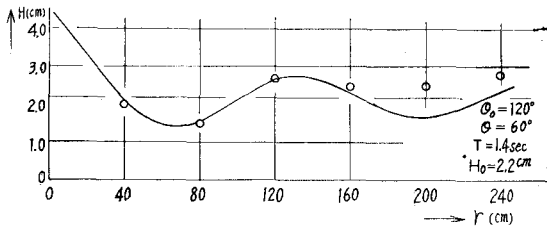


図-8

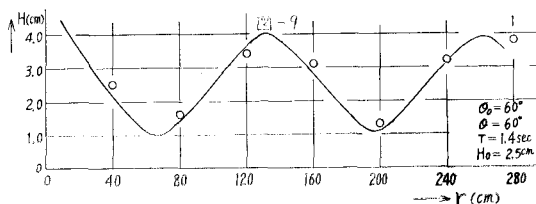


図-9

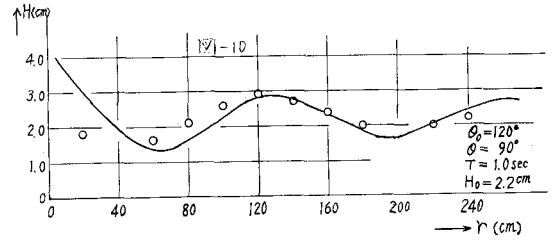


図-10

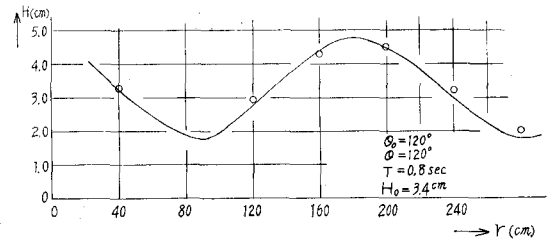


図-11

$(H_0 + H_r)$ および $(H_0 - H_r)$ である。従って回折係数を K' とすると、 $K' = H_r/H_0$ であるから、 $H_r = K'H_0$

重複波の腹と節の波高 H_l , H_n はそれぞれ

$$H_l = H_0 + H_r = (1 + K') H_0 \quad (3.6)$$

$$H_n = H_0 - H_r = (1 - K') H_0 \quad (3.7)$$

となる。

$\theta_0 = 120^\circ$, $\theta = 60^\circ$ の場合の各点 (r, θ) における回折係数 K' の値は Wiegel の計算値を使用した³⁾。数表の値は $r/L = 1/2, 1, 2, 5, 10$ の位置のみで、これら以外の位置の値は (2.10), (2.11) 式により計算した。

微小振幅波理論では二つの波の重ね合わせが可能である。重ね合わせが出来る場合は 図-2, 図-3 に描かれているように、重複波の腹 (入射波と回折波の波峰線の交点) および重複波の節の波高を測定することによって、計算値と比較することが可能である。

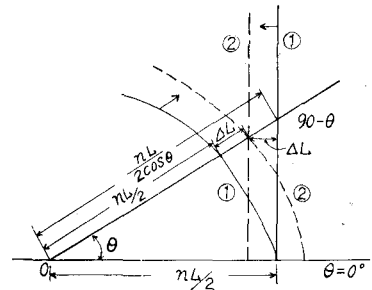


図-12

1) $\theta_0 = 120^\circ$, $\theta = 60^\circ$ の場合、 $\theta = 0^\circ$ (固定壁) の線上では $L/4$ 毎に $r = n \cdot L/2$ と $r = n \cdot L/2 + L/4$ のカ所において式 (2.10), (2.11) より求めた K' の値を (3.6), (3.7) 式に代入して H_l , H_n を計算しグラフを描くと 図-4, 図-5 の如

く r が増加するにしたがい漸次減少する部分重複波の波形が得られる。 $\theta_0=120^\circ$ の場合、 $\theta=0^\circ$ では $K' < 0.25$ で回折波波高も低く、特に波長が短い $T=0.8 \text{ sec}$ の場合は重複現象は明確でないが、波長が大きくなると ($T=1.4 \text{ sec}$ の場合) 計算波形とよく合う。 L の値が大きくなると測定区間内における波数が少なく、又波長の大きな波はエネルギーの損失が少なく、波高の減衰が小さいためと考えられる。

$\theta_0=60^\circ$ の場合は、 $0 < r/L < 5$ で、 $0.40 > K' > 0.14$ 位で比較的大きく、各周期ともに重複現象も明確で、計算結果と測定値とはよく合う。

一方 (3.6), (3.7) 式に実験より求めた H_i, H_n, H_0 を代入して得られた K' の値と計算による K' とを比較すると図-13~図-14 のようである。測定値は 10% 程度の誤差の範囲内で理論値と比較的よく合っている。これらの誤差は入射波波高が 1.5~4.0 cm 程度で比較的小さいために 2~3 mm くらいの波高測定上避けられない誤差が原因となって生ずるものと思われる。この程度の誤差の範囲では、プロットされた測定値の傾向よりみて、計算値と比較的合うと云える。

ロ) $\theta=30^\circ, \theta=60^\circ$ の場合は入射波と回折波の波峯線は図-2, 図-3 の作図上では $\theta=30^\circ, \theta=60^\circ$ の測線上で交点を結ばず、時間 t が僅か経って交点を結ぶ。本研究の段階では未だ入射波と回折波が任意の角度で合成された場合の一般形の取扱い迄は進んでいないため、ここでは便宜上波峯線の交点を幾何学的な取扱いで求めてみる。

図-12 において入射波と回折波の波峯線が ① より ② の位置に移動して、 θ なる測線上で交点を結ぶとすれば、

$$r = n \cdot L/2 + \Delta L \quad (3.8)$$

$$\Delta L = \left(\frac{n \cdot L}{2 \cos \theta} - r \right) \cdot \sin(90 - \theta) \quad (3.9)$$

(3.8), (3.9) 式より

$$r = n \cdot L (1 + \cos \theta) \quad (0 < \theta < 90) \quad (3.10)$$

したがって $\theta=30^\circ, \theta=60^\circ$ の各測線上では、

$$\begin{aligned} \theta = 30^\circ \text{ の場合} & \quad r = 0.535 \cdot n \cdot L \\ \theta = 60^\circ \text{ の場合} & \quad r = 0.667 \cdot n \cdot L \end{aligned} \quad (3.11)$$

$\theta=30^\circ, \theta=60^\circ$ の測線上では (3.11) 式で与えられる r の値の位置で部分重複波の腹が生じる。したがって節の位置はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \theta = 30^\circ \text{ の場合} & \quad r = 0.535 (2n+1) L/2 \\ \theta = 60^\circ \text{ の場合} & \quad r = 0.667 (2n+1) L/2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

となる。この場合の測定値は r が 40 cm 間隔であるため、(3.11), (3.12) 式で与えられる r の値と一致した所で波高が測られていない場合が多い。したがって K' の計算は H_i, H_n の値を他の測定値より推定して求めたため図-15~図-18 においては K' の値に多少ばらつきが見られる。しかし波高の測定値と計算形とは比較的一致していると認め

られる。これらは図-6~図-9 に示されている。

ハ) $\theta_0=120^\circ$ の場合、 $\theta=90^\circ$ と $\theta=120^\circ$ について考えると、部分重複波の腹と節の位置はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \theta = 90^\circ \text{ の場合} & \quad r = n \cdot L \text{ (腹)} \\ & \quad r = nL + L/2 \text{ (節)} \\ \theta = 120^\circ \text{ の場合} & \quad r = 2nL \text{ (腹)} \\ & \quad r = 2nL + L \text{ (節)} \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

となり、同様の方法で測定値を整理すると図-10~図-11 と図-19~図-20 のようになり、イ), ロ) の場合と同じ傾向が認められる。

本来直立壁に波が衝突し反射波が発生する場合には、直立壁との摩擦により反射波波高と入射波波高とは等しくならず、反射率 r を考慮しなくてはならない。本実験では

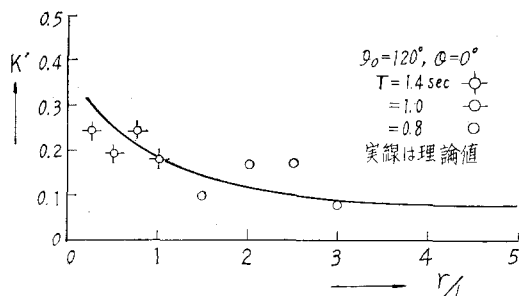


図-13

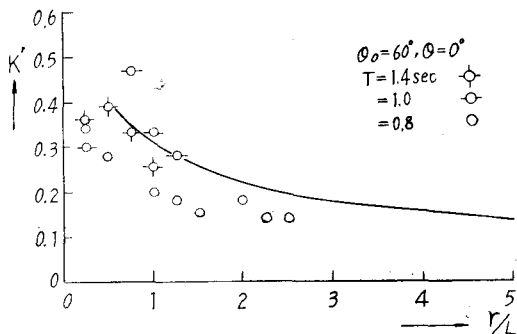


図-14

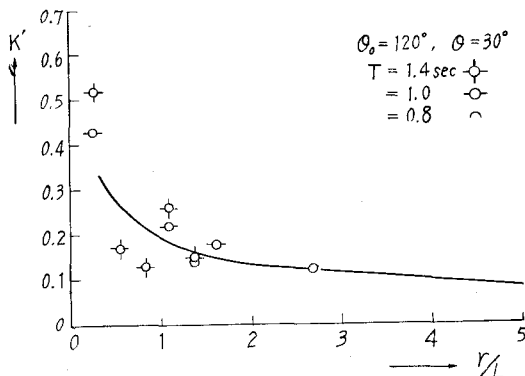


図-15

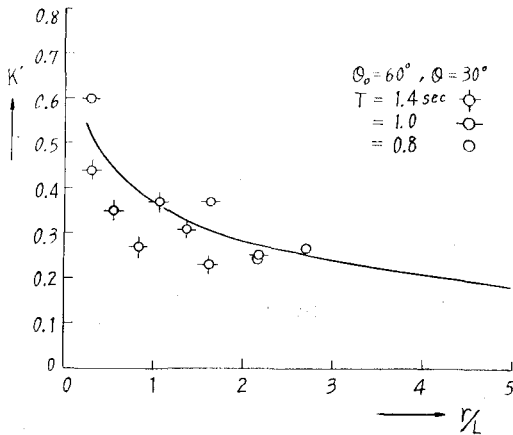


図-16

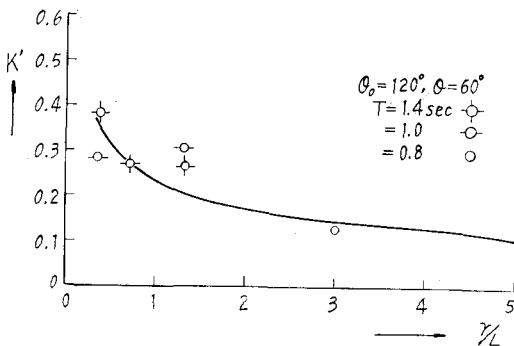


図-17

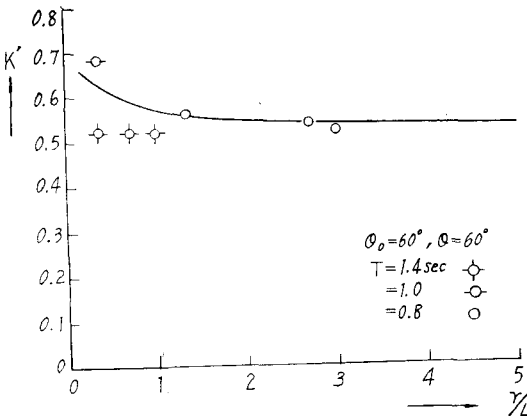


図-18

入射波はすべて完全反射するものとして取扱ったが、仮りに反射率 γ を取り入れた場合を考えると、回折係数 K' は $K' = H_r / \gamma H_0$ あるいは $\gamma \cdot K' = H_r / H_0 - 1$ となり、測定値による K' の値は、完全反射の場合より多少大きい値を与えることになる。実験結果からは測定値と計算値とを比較した場合、明確な差は現れないが、反射率 γ 並びに僅かではあるが、底面摩擦による波高減衰等を考慮するなら

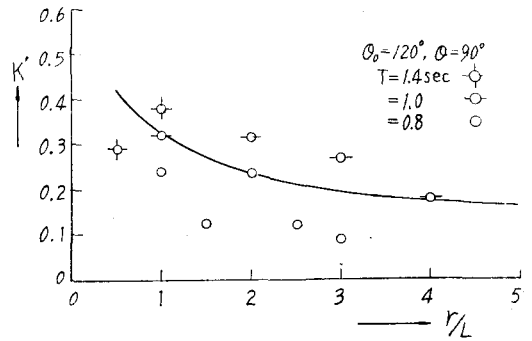


図-19

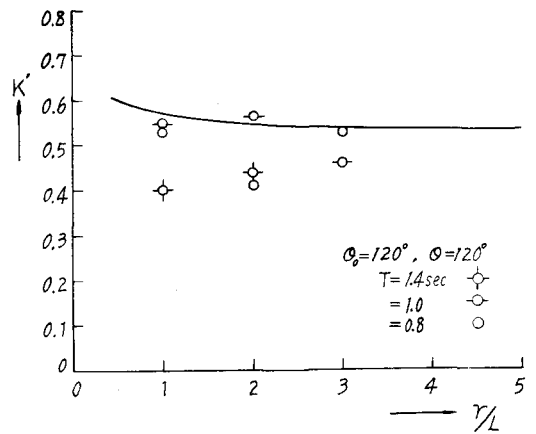


図-20

ば幾分計算値に近づくと考えられる。又 Johnson 等は K' の理論値は、多少大きすぎる傾向を示すと指摘していることから考え、本実験の測定値は大体妥当な値であるとも云える。

IV. 結 論

直立壁の一部が角度 φ で屈曲しているとき、一方の壁に沿って進行した入射波が屈曲点を通る際に、屈曲点を点源とする回折波が発生すると仮定する。このように考えた場合の、仮想上の回折係数 K' は Wiegell の計算による実際の回折係数の値と比較的によく一致する。すなわち、Penny and Price の半無限防波堤における回折理論を適用することによって、これらの現象を説明することが可能であるといえる。理論の適用範囲は $0 \leq \theta \leq \varphi - \theta_i$ の範囲で $\sigma < 0$, $\sigma' < 0$ の S' 領域である。

又今迄に問題とされていた点として入射波が θ_i の小さな値で反射壁に進入したときでも反射波の発生と同時に入射波領域においても波高の変化が生じる原因が上述の仮定により説明できる。

以上は反射領域の極く一部分を取扱ったのであるが、今後の問題並びに研究方向としては、更に θ の範囲を拡げ、

$\varphi - \theta_0 < \theta \leq \varphi$ の範囲においても回折理論の適用が可能であるかどうかの検討並びに屈曲点 O に於ける波高、波形の変化の状態を究明しなくてはならない。

$\theta = \varphi$ (可動壁) の時壁面に沿って進行する波の波高分布の傾向は、屈曲点より約 $r/L=0.5$ の位置までは波高は入射波波高 H_0 程度の値であり、 r が増加するに従い波高を増し $2H_0$ 以上にもなる。 r の更に大きな値では $2H_0$ となった後、次第に減少する傾向にある。又反射壁より発生した反射波は、入射波と合成されて直立壁前面では約 $2H_0$ の値を示すが、 r が増大すると次第に減少する傾向にある。従って以上のような波高分布を示す、 $\varphi - \theta_0 < \theta < \varphi$ の領域に於いても、回折理論の適用が可能であるように思われるが、今後更に測定値と理論の比較検討を必要とする問題である。又屈曲点 O に於いては回折係数 $K'=1$ であり、屈曲点で入射波が完全に反射するものとすれば壁面上での波高は $2H_0$ となるべきであるが、測定の結果は $1.5 \sim 1.3 H_0$ 程度でかなり低い値である。従って屈曲点 O に於ける反射は直立壁に垂直に衝突する場合とは異なり、波形の変化が

起っていると考えられる。この点も未だ解明されずに残されている問題である。なお、本研究遂行に当っては、大学院修士課程 1 年目の大島登、猪狩興一両君から実験計算に際し、多大の助力を得た。ここに厚く謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Penny, W. G. and Price, A. T.: The diffraction theory of sea waves by breakwaters, and the shelter afforded by breakwaters.
- 2) Putnam, J. A. and Arthur, R. S.: Diffraction of Water Waves by Breakwaters. Transactions, Amer. Geophysical Union, Vol. 29, No. 4.
- 3) Wiegel, R. L.: Diffraction of waves by semi-infinite breakwater. Transactions, ASCE, Vol. 128.
- 4) Greslau, L. et Mahe, Y.: Etude du coefficient de reflexion d'une houle sur un obstacle constitue par un plane incline. Proc. 5th Conf, on Coastal Eng. 1954.