

高さと支点構造の異なる数種のエポキシ樹脂模型単純桁の 光弾性応力度分布, 曲げ弾性率および その変位などに関する研究

正員 中村作太郎*

1. 緒 言

支間に比べ断面高さの比較的大きい単純桁の応力現象については、すでに Coker, Filon, 福原達三, Frocht, Wilson, Stokes, Boussinesq, Lamb などの諸氏^{1)~4)} によって種々研究されたところである。

しかし支間 l と断面高さ h との比 h/l の範囲によって応力現象は微妙に異なってくるのが著者の研究結果⁵⁾ より明らかとなっており、また支点の高さ、構造および荷重条件が桁の応力、変位などにかかなり影響するものと考えられたので、これらを吟味する目的で本研究をおこなった。

支間 l に比べ、断面高さ h の著しく大きな壁梁については、建築構造においても種々問題とされており、Karl Girkmann⁶⁾, Kurt Beyer⁷⁾ 氏などの著書にも掲載されている通り、 $h/l > 0.50$ の場合については Beam Theory では満足されず、Scheibe の理論を用いるべきであるとされている。著者の研究結果から見ても、大体において $h/l \approx 0.50$ が Beam Theory の用い得る限界点と考えても大差ないようである。

そこで、 $h/l = 0.50$ の場合には、Beam 理論を用いるべきか Scheibe の理論を用いた方がよいかということになるがこれは慎重な検討を要すると思う。しかも h/l の値のみでなく、支点の構造や荷重の条件によっても、応力分布や変位の現象に影響を与えることとなれば、なお更のことである。

それで、Beam 理論を主体とする場合はこれに板としての二次元的影響を加算し、Scheibe 理論^{6), 7)} を主体とする場合はこれに桁としての一次元的影響を加味するように工夫しなければならない。Beam 理論の欠点は二次元的応力分布の近似にあり、Scheibe 理論の欠点は一次元的垂直、水平変位の厳密性欠除にあると思われる。なお、支点構造や荷重条件を任意にとり入れて Scheibe 理論によって解くことは種々困難がともなってくるように思う。

最近、高さを考慮した桁に関し E. Mönch⁸⁾, J. P. Lee⁹⁾, П. И. Адексеев¹⁰⁾ などの諸氏が、外国の文献に 2, 3 研究

発表しているが、それはある部分的問題を取りあげ、News Record 程度に簡単に発表しているに過ぎなく、根本的問題に触れるものでもなく、著者の研究対象になるようなものではなかった。そのほかこの方面に関し吟味研究した論文は見当たらないようであるし、従来研究されて来た Coker, Filon, Frocht, 福原達三などの諸氏による実験解析^{2)~4)} においても応力分布に主体をおき、その変位に関しては全く触れてないか、またはほんの形式的に測定しているに過ぎなく、変位の厳密性を欠いており、応力現象を論ずる上においても不完全であり、結論を得られないばかりか種々の矛盾を感じる次第である。

著者は以上の観点に基づき、図-1 に示すような支点構造の異なる三種類の形式よりなる高さのそれぞれ異なる 5 本ずつ計 15 本の模型桁をエポキシ樹脂によって製作し、その 1 本ずつについて両端単純支持、中央集中線荷重載荷により、理研標準型の光弾性実験装置、島津製読取顕微鏡 (A型) および Strain Meter の使用により、断面応力度分布、垂直、水平変位ならびに中央部付近の引張および圧縮による縦維歪および応力度を求めた。

さらにこれらの結果より、 $\sigma_{\max}/\sigma_{\text{nom}}-l/h$ 曲線、中央点の荷重-タワミ曲線、中央点の Stress-Strain Curve、 E_b-l/h

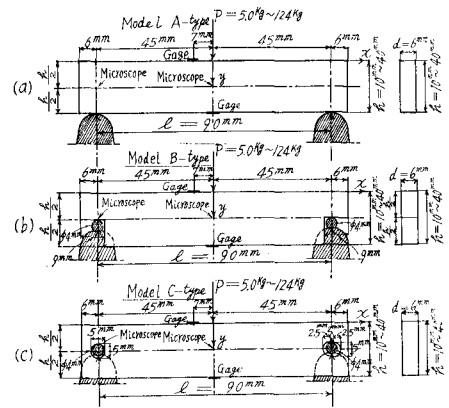


図-1 各種エポキシ樹脂模型桁の支点構造、載荷位置、断面などに関する寸法詳細図

* 室蘭工業大学助教授

曲線などを求め、その応力と変位の現象を明白ならしめた。

また桁の中心軸の伸縮状況を支点上の水平変位を基として計算し、軸方向断面応力度の総和と対照しその変形についても考察した。また実験解析の結果は理論計算値と比較し、その差異を明らかならしめたほか、各模型の破壊現象についても観察した。

2. 模型実験とその解析理論

2.1 模型について

模型材料としては理研計器 K.K. 製のエポキシ樹脂、厚さ 6 mm 板を用いた。模型の製作に対しては寸法誤差および加工歪の防止に特に注意し、やすりをを用い全部手仕上げで

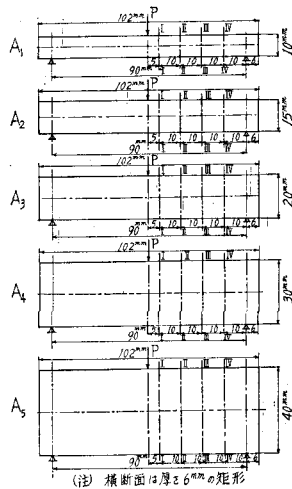


図-2 A 種模型桁の寸法詳細図

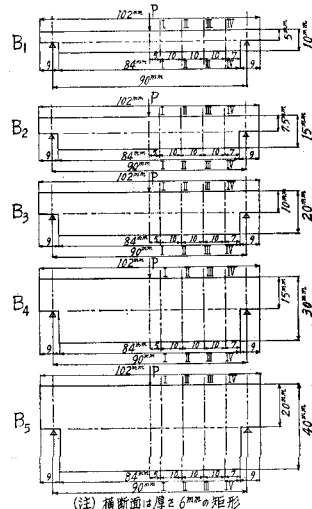


図-3 B 種模型桁の寸法詳細図

おこない、最大誤差 2% 以内に止るようにした。また模型に時間縁効果の入らない中に出来次第、ただちに実験をおこなうようにした。模型の形状および寸法は図-2, 3, 4 の通りである。

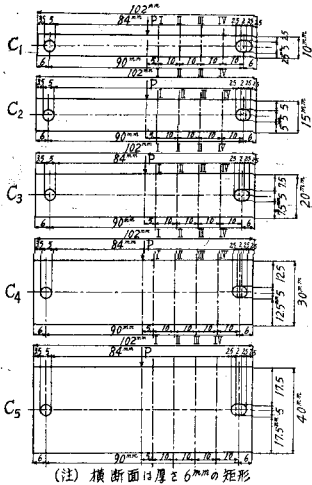


図-4 C 種模型桁の寸法詳細図

またこのエポキシ樹脂の光学的性質は、模型 A₁, A₂, A₃ の断面 I について求め、フリンジ応力 $S=1.0738 \text{ kg/mm}$ 、光弾性感度 $\alpha=0.9636 \text{ mm/kg}$ であった。

$$(S=\sigma_d/n=12M/(h^2N), \alpha=1/S)$$

2.2 実験方法

A 種模型桁 (A₁, A₂, A₃, A₄, A₅)、B 種模型桁 (B₁, B₂, B₃, B₄, B₅)、C 種模型桁 (C₁, C₂, C₃, C₄, C₅) の合計 15 本を 1 本ずつ光弾性実験装置の荷重支持台に載せ、両端単純支持の状態にて、集中線荷重 P を図-1 の通り桁上面支間中央点に載荷し水銀燈の光源によって光弾性縞写真を撮影し、更に荷重を適度に減らし白色燈の光源を用いてスクリーン上に張ったトレーシング・ペーパーに傾角 10° の変化毎に等傾線を追跡した。

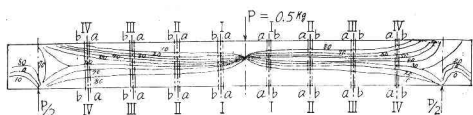
また各模型の中央部上面、底面には図-1 の通り KP-18, Resistance $120.1\pm0.3\%$, Gage Factor $1.94\pm1\%$ の Gage を貼り、Strain Meter によってその縁歪を測定した。

読取顕微鏡は 2 台使用し、桁中心軸線上の支間中央点ならびに、支点上において水平、垂直両変位を同時に測定した。

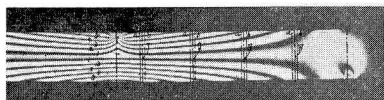
2.3 応力解析

上述の試験方法によって求めた等色線縞写真と等傾線を示せば、図-5 ~ 図-19 の通りである。

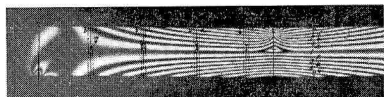
Model A₁ ($h=1.0$ cm, $l=9.0$ cm)



(a) $P=0.5$ kg の場合の等傾線



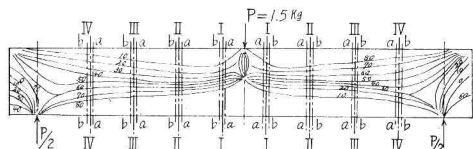
(b) $P=5.0$ kg の場合の等色線



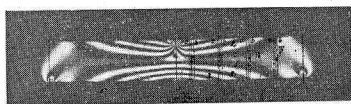
(c) $P=7.5$ kg の場合の等色線

図—5 中央点集中線荷重を受ける模型桁 A₁ の等傾線および等色線

Model A₂ ($h=1.5$ cm, $l=9.0$ cm)



(a) $P=1.5$ kg の場合の等傾線



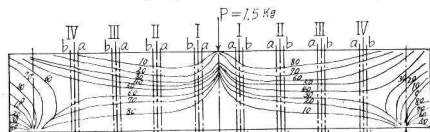
(b) $P=10.0$ kg の場合の等色線



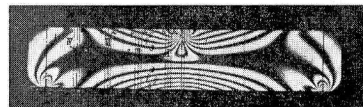
(c) $P=12.5$ kg の場合の等色線

図—6 中央点集中線荷重を受ける模型桁 A₂ の等傾線および等色線

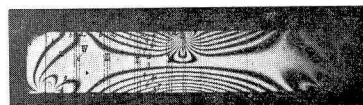
Model A₃ ($h=2.0$ cm, $l=9.0$ cm)



(a) $P=1.5$ kg の場合の等傾線



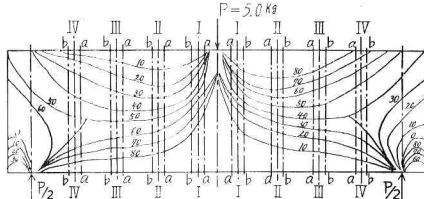
(b) $P=25.0$ kg の場合の等色線



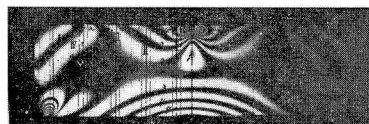
(c) $P=32.5$ kg の場合の等色線

図—7 中央点集中線荷重を受ける模型桁 A₃ の等傾線および等色線

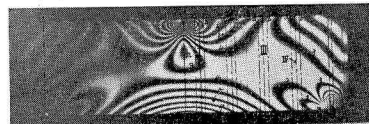
Model A₄ ($h=3.0$ cm, $l=9.0$ cm)



(a) $P=5.0$ kg の場合の等傾線



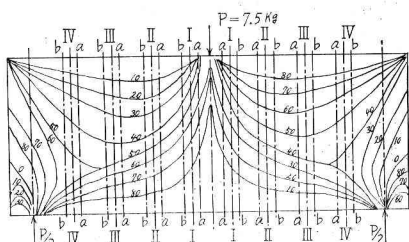
(b) $P=40.0$ kg の場合の等色線



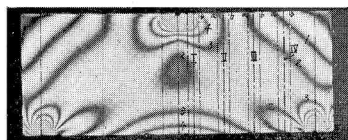
(c) $P=70.0$ kg の場合の等色線

図—8 中央点集中線荷重を受ける模型桁 A₄ の等傾線および等色線

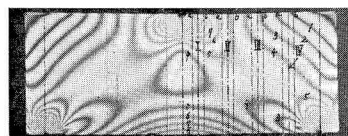
Model A₅ ($h=4.0$ cm, $l=9.0$ cm)



(a) $P=7.5$ kg の場合の等傾線



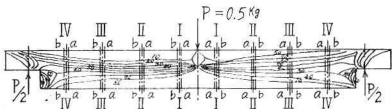
(b) $P=70.0$ kg の場合の等色線



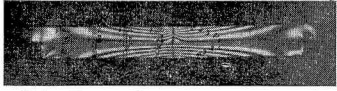
(c) $P=124.0$ kg の場合の等色線

図—9 中央点集中線荷重を受ける模型桁 A₅ の等傾線および等色線

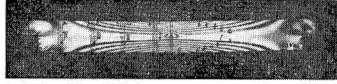
Model B₁ ($h=1.0$ cm, $l=9.0$ cm)



(a) $P=0.5$ kg の場合の等傾線



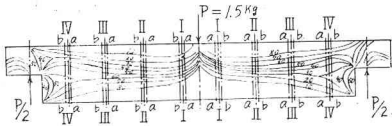
(b) $P=5.0$ kg の場合の等色線



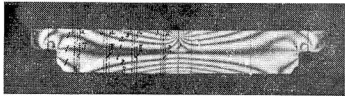
(c) $P=7.5$ kg の場合の等色線

図—10 中央点集中線荷重を受ける模型桁 B₁ の等傾線および等色線

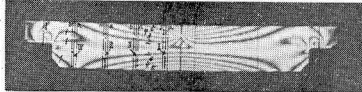
Model B₂ ($h=1.5$ cm, $l=9.0$ cm)



(a) $P=1.5$ kg の場合の等傾線



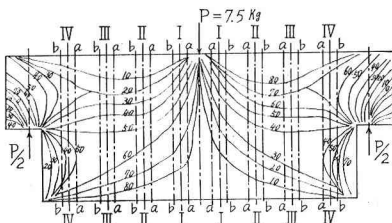
(b) $P=10.0$ kg の場合の等色線



(c) $P=12.5$ kg の場合の等色線

図—11 中央点集中線荷重を受ける模型桁 B₂ の等傾線および等色線

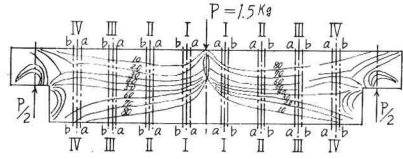
Model B₅ ($h=4.0$ cm, $l=9.0$ cm)



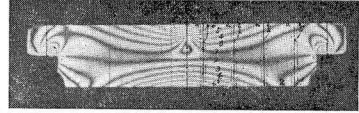
(a) $P=7.5$ kg の場合の等傾線

図—14 中央点集中線荷重を受ける模型桁 B₅ の等傾線および等色線

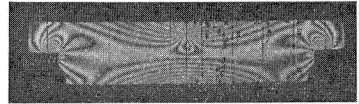
Model B₃ ($h=2.0$ cm, $l=9.0$ cm)



(a) $P=1.5$ kg の場合の等傾線



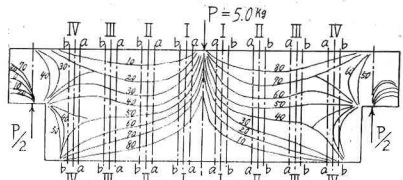
(b) $P=25.0$ kg の場合の等色線



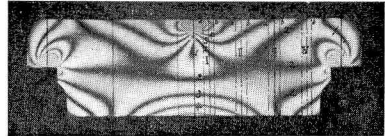
(c) $P=32.5$ kg の場合の等色線

図—12 中央点集中線荷重を受ける模型桁 B₃ の等傾線および等色線

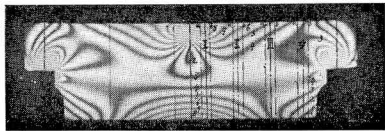
Model B₄ ($h=3.0$ cm, $l=9.0$ cm)



(a) $P=5.0$ kg の場合の等傾線



(b) $P=40.0$ kg の場合の等色線

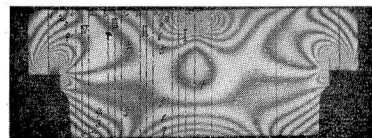


(c) $P=70.0$ kg の場合の等色線

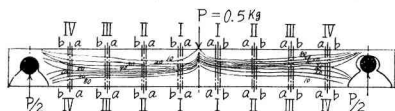
図—13 中央点集中線荷重を受ける模型桁 B₄ の等傾線および等色線



(b) $P=70.0$ kg の場合の等色線



(c) $P=124.0$ kg の場合の等色線

Model C₁ ($h=1.0$ cm, $l=9.0$ cm)

(a) $P=0.5 \text{ kg}$ の場合の等傾線

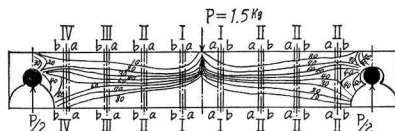


(b) $P=5.0 \text{ kg}$ の場合の等色線



(c) $P=7.5 \text{ kg}$ の場合の等色線

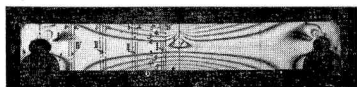
図一15 中央点集中線荷重を受ける模型桁 C_1 の等傾線および等色線

Model C₂ ($h=1.5$ cm, $l=9.0$ cm)

(a) $P=1.5 \text{ kg}$ の場合の等傾線

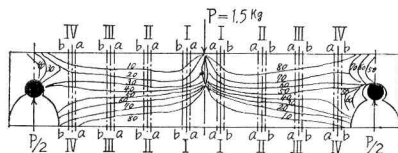


(b) $P=10.0\text{ kg}$ の場合の等色線

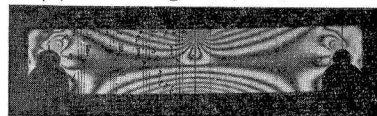


(c) $P=12.5 \text{ kg}$ の場合の等色線

図-16 中央点集中線荷重を受ける模型桁 C_2 の等傾線および等色線

Model C₃ ($h=2.0$ cm, $l=9.0$ cm)

(a) $P=1.5 \text{ kg}$ の場合の等傾線

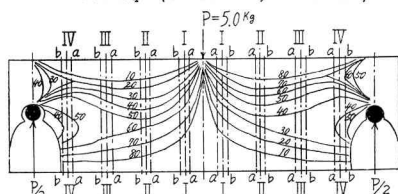


(b) $P=25.0 \text{ kg}$ の場合の等色線

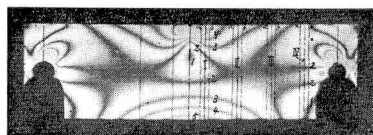


(c) $P=32.5 \text{ kg}$ の場合の等色線

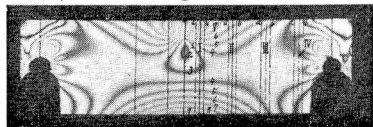
図-17 中央点集中線荷重を受ける模型桁 C_3 の等傾線および等色線

Model C₄ ($h=3.0$ cm, $l=9.0$ cm)

(a) $P=5.0 \text{ kg}$ の場合の等傾線

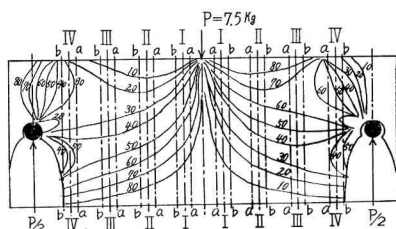


(b) $P=40.0 \text{ kg}$ の場合の等色線

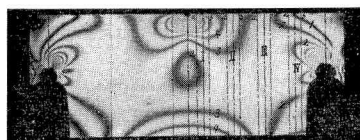


(c) $P=70.0 \text{ kg}$ の場合の等色線

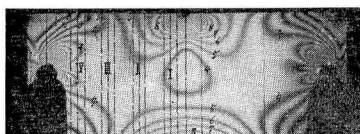
図-18 中央点集中線荷重を受ける模型桁 C₄ の等傾線および等色線

Model C₅ ($h=4.0$ cm, $l=9.0$ cm)

(a) $P=7.5 \text{ kg}$ の場合の等傾線



(b) $P=70.0 \text{ kg}$ の場合の等色線



(c) $P=124.0 \text{ kg}$ の場合の等色線

図-19 中央点集中線荷重を受ける模型桁 C_5 の等傾線および等色線

(1) セン断応力差積分法による応力解析公式^{3),11),12)}

これらの等傾線図と等色線縞写真を用いて、セン断応力差積分法による応力解析の原理に従って、次式より τ_{yx} , σ_x の分布を求めた。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{yx} &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta \\ \sigma_y &= (\sigma_y)_0 - \sum \Delta \tau_{yx} \\ \sigma_x &= \sigma_y - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに

- $\sigma_1 - \sigma_2$: 主応力差 $= (S/d)n$ (kg/mm²)
- S : フリンジ応力 (kg/mm)
- n : 縞次数
- d : 板厚 (mm)
- $(\sigma_y)_0$: $y=0$ の時すなわち上縁の σ_y
- θ : 荷重線と主応力軸のなす角
- $\Delta \tau_{yx}$: 間隔 Δx はなれた断面の τ_{yx} の差

(2) 理論計算解式

等断面単純矩形桁に関する M. M. Frocht 氏の理論式³⁾を示せば次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= -\frac{2P}{d} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} \\ \sigma_x &= \frac{2P}{d} \left\{ \frac{3}{h^3} \left(\frac{l}{2} - x \right) \left(y - \frac{h}{2} \right) - \frac{1}{\pi} \cdot \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^2} \right\} \\ \tau_{yx} &= -\frac{2P}{d} \left\{ \frac{3}{2h^3} (hy - y^2) + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに

- l : 支間長 (mm)
- h : 桁の高さ (mm)
- d : 厚さ (mm)
- x : 任意の点の支間中央縦軸線より測った水平距離 (mm)
- y : 任意の点の桁上面より測った垂直距離 (mm)

この式は単純曲げを受けたときの初等理論に、矩形桁が半無限板の一部であるとして、桁の中央部分において集中荷重の作用点から出る放射状の応力を付加することによって、その解を求めようとするものである。計算の結果では普通の単純桁理論による値と大差ないことがわかった。

3. 実験の解析結果について

3.1 光弾性応力度分布

各模型の断面 I-I, II-II, III-III, IV-IV のセン断応力度分布 τ_{yx} および軸方向断面応力度分布 σ_x を図に表わせば、図-20～図-25 の通りになる。

(1) セン断応力度 τ_{yx} の分布

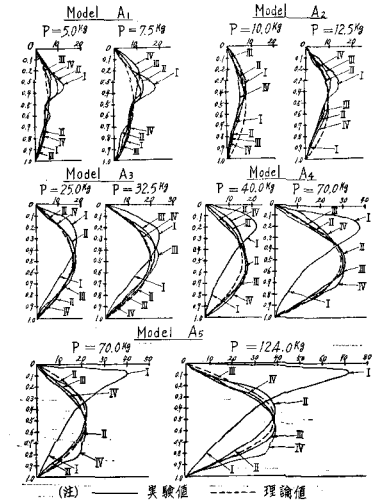


図-20 A 種模型のセン断応力度 τ_{yx} (kg/cm²)

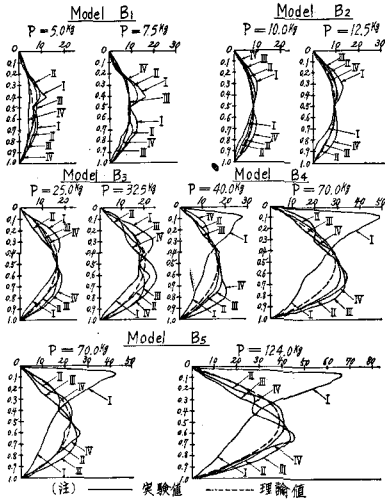


図-21 B 種模型のセン断応力度 τ_{yx} (kg/cm²)

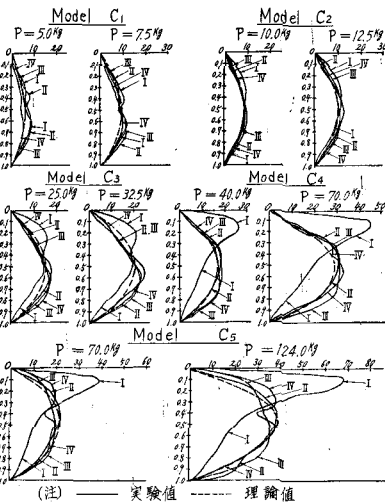


図-22 C 種模型のセン断応力度 τ_{yx} (kg/cm²)

(2) 軸方向断面応力度 σ_x の分布

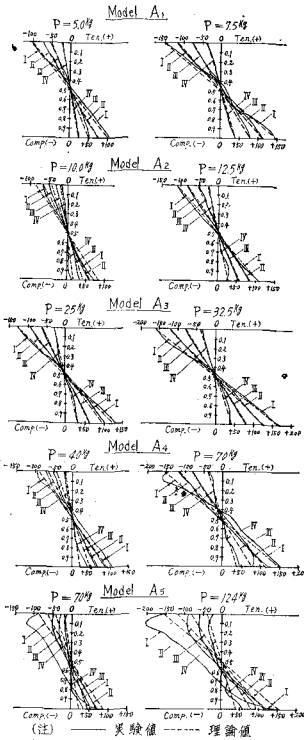


図-23 A 種模型の軸方向断面
応力度 σ_x (kg/cm²)

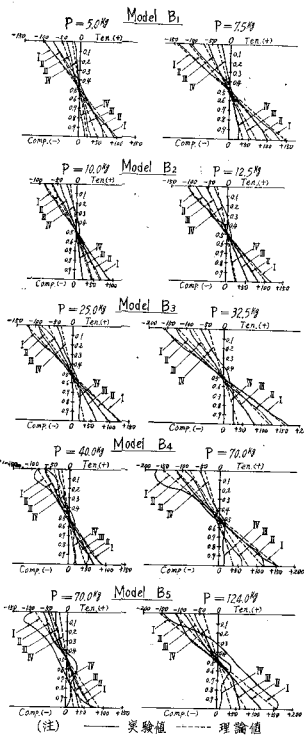


図-24 B 種模型の軸方向断面
応力度 σ_x (kg/cm²)

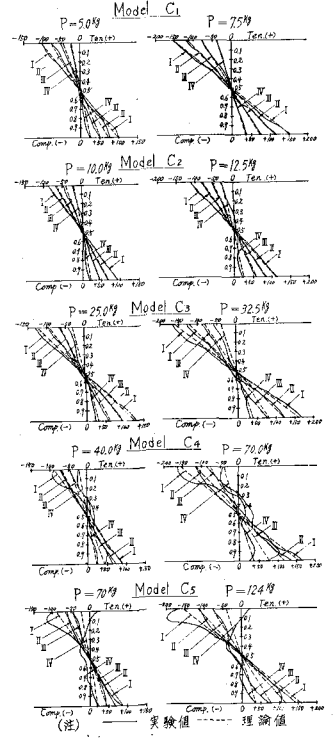


図-25 C 種模型の軸方向断面
応力度 σ_x (kg/cm²)

(3) $\sigma_{\max}/\sigma_{\text{nom}}-l/h$ 曲線

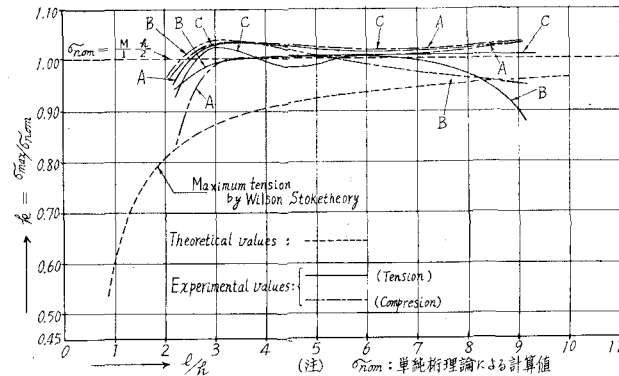


図-26 $\sigma_{\max}/\sigma_{\text{nom}}-l/h$ 曲線

3.2 中央部のタワミおよび縁維歪

(1) タワミ

2 台の読取顕微鏡を用いて支間中央点と支点上中心軸線の垂直変位を厳密に測定し、その差より支間中央点の精密なる垂直変位(タワミ)を決定した。その荷重—タワミ曲線を求めれば、図-27 の通りになる。

(2) 縁 維 歪

図-1 に示した中央部の Gage を Strain meter にて測り、理論計算値で求めた Stress との関係 Graph で表わせば図-28 の通りになる。

3.3 曲げ弾性係数

図-27、図-28 に示した荷重—タワミ曲線と Stress-Strain

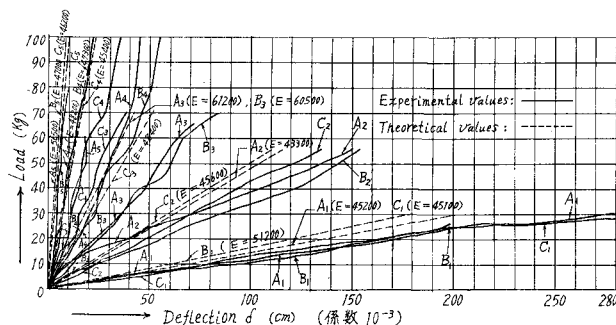


図-27 荷重-タワミ曲線 (中央点タワミ)

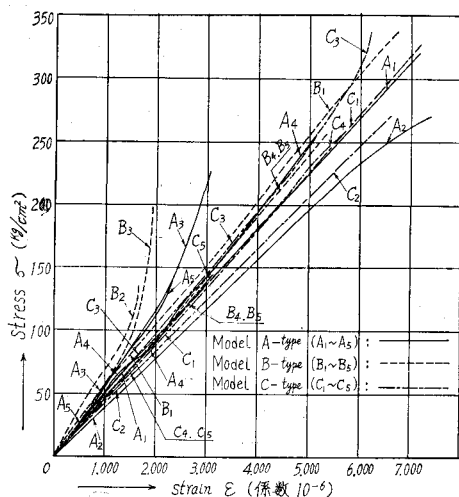


図-28 Stress-Strain Curve (中央点測定)

Curveを用い、曲げタワミ弾性係数、曲げ引張弾性係数、曲げ圧縮弾性係数をそれぞれ求め、 E_b-l/h 曲線を画けば図-29の通りになる。

3.4 支点部の水平変位と中心軸の伸縮歪

中心軸線上支点部と支間中央部の水平変位を2台の読取顕微鏡によって厳密に測定し、その差より支点部における正確なる水平変位 $4l$ を決定した。

なお桁のタワミ曲は線抛物線と仮定し、中央点の垂直変位 δ_0 の値を用いて支点間中心軸の伸縮歪量を算出した。表-1 参照のこと。

3.5 破壊荷重と最大断面応力度

各模型について破壊試験をおこなった結果を示せば次の通りである (表-3 参照のこと)。

4. 考 察

4.1 光弾性応力度分布

(1) セン断応力度 τ_{yz} の分布

A, B, C 各種の模型とも支点に近い断面のセン断応力度分布で荷重が大きい程、最大応力度が理論値よりも大きく

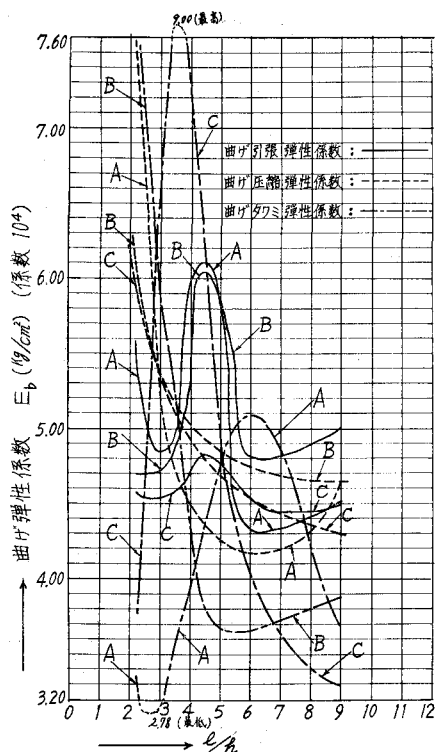


図-29 E_b-l/h 曲線 (中央点測定)

現われ、しかも桁高の大きいもの程その傾向が著しいことはすでに諸家により研究された傾向と全く一致している。また桁高の割合小さい1型、2型の模型では、 A_1 , A_2 , B_1 , B_2 に比べ、 C_1 , C_2 の模型の方がその最大セン断応力度は小さく、理論計算の応力度分布に接近していることがわかった。これは支点の構造から生じた現象であると思う。

(2) 軸方向断面応力度 σ_x の分布

A, B, C 各種の模型とも、支間中央点 (この実験の荷重点) に近い断面程、しかも荷重が大きく桁高の高いもの程、軸方向断面応力度分布は、理論計算値よりかけ離れ大きくなって行くことが証明された。この傾向もすでに研究され

表-1 支点間中心軸の伸縮歪量

模型	荷 重 P (kg)	支点部の 水平変位 Δl (cm)	中央部の 垂直変位 δ_v (cm)	支点間中 心軸の長 さ l' (cm)	支点間中 心軸の伸 縮歪量 $l'-l$ (cm)
A ₁	5.0	+0.015	+0.035	9.030	+0.030
	30.0	+0.003	+0.280	9.024	+0.024
A ₂	10.0	-0.006	+0.009	8.988	-0.012
	55.0	-0.045	+0.149	8.914	-0.086
A ₃	25.0	-0.026	+0.032	8.948	-0.052
	70.0	-0.081	+0.098	8.840	-0.160
A ₄	40.0	+0.024	+0.178	9.056	+0.056
	70.0	-0.001	+0.181	9.006	+0.006
	100.0	-0.022	+0.232	8.968	-0.032
A ₅	70.0	-0.026	+0.015	8.948	-0.052
	100.0	-0.023	+0.004	8.954	-0.046
B ₁	5.0	-0.012	+0.038	8.976	-0.024
	30.0	-0.029	+0.194	8.950	-0.050
B ₂	10.0	-0.015	+0.032	8.970	-0.030
	55.0	-0.023	+0.153	9.048	+0.048
B ₃	25.0	+0.006	+0.032	9.012	+0.012
	70.0	-0.026	+0.085	8.950	-0.050
B ₄	40.0	-0.038	+0.012	8.924	-0.076
	70.0	-0.052	+0.015	8.896	-0.104
	100.0	-0.077	+0.039	8.846	-0.154
B ₅	70.0	-0.054	+0.007	8.892	-0.108
	100.0	-0.078	+0.003	8.844	-0.156
C ₁	5.0	-0.026	+0.045	8.948	-0.042
	27.5	-0.045	+0.278	8.928	-0.072
C ₂	10.0	-0.014	+0.025	8.972	-0.028
	55.0	-0.042	+0.061	8.916	-0.084
C ₃	25.0	-0.016	+0.013	8.968	-0.032
	70.0	-0.060	+0.039	8.888	-0.120
C ₄	40.0	-0.037	+0.003	8.926	-0.074
	70.0	-0.057	+0.010	8.886	-0.114
	100.0	-0.106	+0.023	8.788	-0.212
C ₅	70.0	-0.049	+0.015	8.902	-0.098
	100.0	-0.083	+0.022	8.834	-0.164

注 δ_v の記号 (+) は荷重方向の垂直変位, Δl の記号 (+) は伸び, (-) は縮みの水平変位を表わす。

表-2 各種模型の支点間中心軸の平均伸縮歪量

模 型	荷重範囲 P (kg)	支点間中心軸 の平均長さ l' (cm)	支点間中心軸の 平均伸縮歪量 $l'-l$ (cm)
A 種	5.0~100.0	8.971	-0.029 (縮み)
B 種	5.0~100.0	8.937	-0.063 (縮み)
C 種	5.0~100.0	8.948	-0.052 (縮み)

表-3 破壊荷重と最大断面応力度

模型	破壊荷重 P_K (kg)	破壊時の最大 曲げ応力度 $\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)	破壊時の最大 せん断応力度 $\tau_{\max}$ (kg/cm ²)	破壊現象
A ₁	45.0	± 1012.5	112.5	中央曲げ
A ₂	140.0	± 1400.0	234.0	"
A ₃	320.0	± 1800.0	401.0	"
A ₄	650.0	± 1624.0	542.0	"
A ₅	780.0	± 1096.0	488.0	"
B ₁	45.0	± 1012.5	225.0	中央曲げ
B ₂	160.0	± 1600.0	534.0	中央曲げ
B ₃	160.0	± 900.0	401.0	支点セン断
B ₄	200.0	± 500.0	333.0	"
B ₅	240.0	± 337.4	300.0	"
C ₁	60.0	± 1350.0	251.0	中央曲げ
C ₂	180.0	± 1800.0	410.0	中央曲げ
C ₃	120.0	± 675.0	187.5	支点セン断
C ₄	520.0	± 1300.0	500.0	中央曲げ
C ₅	720.0	± 1013.0	500.0	"

ている諸家の実験結果と傾向が全く一致している。

桁高の大きい A 種模型, B 種模型では, C 種模型に比べその応力度分布曲線にかなりの不均衡な乱れ変化が見られることが実証された。これは明らかに支点構造の違いから来たものと推定される。A 種模型, B 種模型では桁高の大きい程, 実験縁縁応力度の理論値に対する差異に比べ, その実験と理論の内部応力度分布において著しい違いが見られることは注目に値する。

(3) $\sigma_{\max}/\sigma_{\text{nom}}-l/h$ 曲線

本研究においては, 橋梁などに用いられる桁高を主体として, $h/l=0.111\sim0.444$ すなわち, $l/h=2.25\sim9.0$ の範囲内でおこなった。図に示す通り, $l/h=3\sim7$ の範囲では, 単純桁理論による値と大差ないことがわかった。

特に B 種桁では $l/h=7\sim9$ の範囲にて, σ_t (Tension), σ_c (Compression) とも単純桁理論値より約 5~10% 小さく A 種桁では $l/h=2.25\sim2.5$ の範囲にて, σ_c (Compression) が単純桁理論値に比べ, 約 10~17% 小さくなっていることが目立った。これは支点構造の違いから来たものと推定さ

れる。しかし何れの模型桁も、Wilson-Stokes 氏の理論計算値曲線とはかなりかけ離れている。これは A 種模型桁 15 本について別におこなった実験結果⁵⁾からも実証されたところであり、むしろこの程度の l/h の桁高を有する模型ではその縁維応力度は単純桁の理論計算値と大差ないものと判断される。K. Girkmann⁶⁾、K. Beyer⁷⁾ 両氏の著書による Sheibe 理論による計算結果から見ても $h/l < 0.5$ すなわち、 $l/h > 2.0$ の範囲では、単純桁理論による計算結果と大差ないことが立証されている。Wilson-Stokes 氏の理論は $k = \sigma_{\max}/\sigma_{\text{nom}} = 1.0$ を最大値とし、 l/h が大きくなる程すなわち、桁高が小さくなる程、これに漸近して行く双曲線を仮定したものであり、余りに理想過ぎる理論と思われる。しかし桁高が更に大きくなって来れば、総合的には、概略このような曲線の傾向となることを否定するものではなく、この着眼には大いに敬意を表すものである。しかし詳しく論ずれば実験応力度は僅かではあるが単純桁理論値よりも上廻っているような l/h の範囲があることに注目して頂きたいと思う。

特に A 種模型、B 種模型では、C 種模型に比べ、曲線の乱れと変化が見られた。これは明らかに支点構造の違いから来るものと判断される

4.2 中央点のタワミおよび縁維歪

(1) タワミ

タワミの測定は、中央点と支点の両方についておこないその差をとって厳密に求めたが、この際支点部における桁の垂直歪は無視出来ないことがわかった。

各種模型とも、総合的に見て実験タワミの方が理論計算値よりも大きく出ている。この傾向は著者のおこなった別の研究結果^{5), 14)}とも一致するところである。また、C 種模型のタワミが最も理論計算値に近づいているのは注目に値する現象と思う。これは、支点の構造が最も理論桁に接近していることを示すものと考えられる。

もう少し詳しく吟味すれば、A, B, C 各種模型とも桁高の小さい範囲では、そのタワミに大差が見られないが、桁高が大きくなって来ると、それぞれの支点構造の違いによる特徴がはっきり応力度分布、変位などの現象に現われて来る。桁高の最高 $l/h = 2.25$ では、タワミの最大は A 種桁で、次に C 種桁、B 種桁の順となっている。しかし更に桁高が大きくなれば、Sheibe としての傾向が強く現われるのでタワミの順位も一寸予測は許されないと思う。

(2) 縁維歪

Stress-Strain Curve を見ると、B 種模型が A 種、C 種の模型に比べ、Stress σ の割に Strain ϵ が小さくなっていることが目立った。これは切欠きを有する特殊の支点部の影響によるものと判断される。

4.3 曲げ弾性係数

曲げ弾性係数が l/h の変化によってどのように影響され

るかを吟味したもので、曲げタワミ弾性係数、曲げ引張弾性係数、曲げ圧縮弾性係数は、それぞれ特有の変化傾向を示していることが立証された。総合的に見て、曲げタワミ弾性係数が最も変化激しく、最高 $90,000 \text{ kg/cm}^2$ より最低 $27,800 \text{ kg/cm}^2$ に渡っている。A, B, C 各種模型について比較して見ると、何れの弾性係数も $h/l = 0.167 \sim 0.286$ すなわち、 $l/h = 6.0 \sim 3.5$ の範囲内で曲線変化の山が見られるということがわかった。各種模型とも、曲げ引張弾性係数、曲げ圧縮弾性係数においては、同様の傾向を示す曲線が見られたが曲げタワミ弾性係数では、B 種の模型のみ異なった変化曲線を示した。これは支点構造すなわち切欠きの影響であると判断される。なお曲げタワミ弾性係数の変化については、著者の別の実験結果⁵⁾からも同様の傾向が立証されている。

4.4 支点部の水平変位と支点間中心軸の伸縮歪

A, B, C 各種模型とも、その支点間中心軸の軸方向歪は 2, 3 の例外を除き大部分縮みとなって現われている。

すなわち、その平均値は A 種模型 -0.029 (縮み)、B 種模型 -0.063 cm (縮み)、C 種模型 -0.052 (縮み) となり、その総平均値は -0.048 (縮み) となっている。このことは各断面応力度の総和より桁全体としての軸圧縮性、軸引張性に対する吟味の上からも、ほぼ一致した傾向が推定された。B 種模型の縮み量がかかなり大きいのは、支点部の構造によるものと判断される。すなわち中央部底面における引張縁維歪が切欠きを有する支点構造によって減少させられたものと推定される。Stress-Strain Curve より見ても B 種模型では中央部底面の曲げ引張縁維歪量がほかの種類の模型 A, C に比べて小さく出ているのはこれを立証するものと思う。

4.5 破壊荷重と最大断面応力度

桁高の小さい 1 型、2 型の模型では、A, B, C 各型式とも破壊荷重に大差が見られなかったが、詳しく吟味すれば C 種模型が最大の耐荷力を示していた。これらの現象は主として断面が小さいのでセン断応力度が従的存在になるからと判断される。

桁高の大きい 3 型～5 型の模型では、中央曲げによって破壊したと見られる A 種模型がその最大耐荷力を示し、次いで C 種模型、B 種模型の順であった。桁高の大きな B₃、B₄、B₅ の模型が A 種、C 種の模型に比べ耐荷力の小さかったのは明らかに支点セン断によるものと判断される。鋼鉄のように曲げ破壊応力度も、単純引張または圧縮破壊応力度もセン断応力度もそれ程の差のない材料ならば、大体において最大曲げ応力度で破壊する場合が多いが、エポキシ樹脂材料ではそれぞれの破壊応力度にかなりの差があるから当然の現象であると思う。なお支点部の切欠きは急変をさけ、緩傾斜の変断面とするのが、その耐荷力増大に著しい効果があるということが、著者の変断面桁に関する研

究^{13),14)}ならびに King¹⁵⁾氏, Langlands 氏の木材桁に関する実験結果などより立証されるところである。C₃模型が 120 kg で中央曲げ破壊をおこしているが、これらの点から見てもエポキシ樹脂材料の破壊強度は材質によりかなり不同があり、また僅かの傷でも耐力に著しく影響することがわかる。切欠きを有する支点部のセン断破壊では、斜張力が偽き斜めに亀裂することがわかっておりこれらの模型の破壊は最大剪断応力説すなわち $\tau_{\max} = \sqrt{(\sigma_x/4)^2 + \tau_{xy}^2}$ によって破壊するものと判断することが出来る。表-3を見れば明かなように、本実験に用いた理研計器 K.K. 製の光弾性用エポキシ樹脂の曲げ破壊弾度はかなり高いことがわかった。これに対しセン断破壊強度は約 0.30~0.40 と推定される。なお、光弾性用エポキシ樹脂の破壊強度について研究された資料は余りないが、接着剤としてのエポキシ樹脂の破壊強度については種々研究された例がある。これらは光弾性用エポキシ樹筋に比べはるかに低い値となっている。

5. 結 言

本研究における光弾性応力度分布、中央点および支点の垂直、水平変位、中央部の曲げ引張および圧縮縁歪、破壊荷重の測定など総べて出来るだけ厳密を期し、測定誤差を最小ならしめるように努めたので、多少の測定誤差はあったと思うが予期以上の結果が得られ、当初の研究目的が達せられたものと思う。なお今後のよりよき測定方法^{9),15),16)}の進歩開発を望む。

A, B, C 3種の模型桁では、C 種の模型が最も理論桁に近い、応力度分布、変位、曲げ弾性率など総べて単純桁としての理論計算値に一番近かったと云える。

しかし桁高が大きくなって来ると、各種模型とも理論計算値とかけ離れて来る傾向にあり、特に A 種の模型桁では各測定結果ならびにその解析結果が理論計算値と大きくかけ離れていることが確認出来た。これは支点の位置が底部にあるためなることがほかの実験結果^{5),9)}からも明らかである。

また、B 種の模型桁は支点構造に切欠き部を有するので A, C 種の模型桁とは異なった現象を呈していたことが特に注目を引いた。

これらの応力度分布と変位に関する現象は、鋼鉄模型桁

についておこなった著者の実験結果¹⁴⁾ともその傾向が全く一致することが明らかとなった。

更に詳細に論ずれば、上記 3 種の支点構造の違いの影響が桁の応力度分布、変位、曲げ弾性率などの変化曲線図にそれぞれ微妙に現われ、誠に興味深いものを感じた。

最後に本研究をおこなうに当り、協力頂いた室蘭工業大学土木工学科卒業生、加藤勝敏、武藤知行の両君ならびに室蘭工業大学助手万代良夫君に心から感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) S. Timoshenko: Theory of Elasticity, 27, 52 (1934), Mc Graw-Hill.
- 2) 福原達三: 機械学会誌, 30-123, 365 (昭 2).
- 3) M. M. Frocht: Photoelasticity, Vol. I, 252 (1949), Vol. II, 104 (1948), Jon Wiley & Sons.
- 4) E. G. Coker, L. N. G. Filon: A Treatise on Photoelasticity, 458 (1957), Cambridge.
- 5) 中村作太郎・番匠勲: 第 17 回土木学会学術講演会講演概要集, I-78, 165 (昭 37-5), 第 12 回応用力学連合講演会講演概要集, I-124, 43 (昭 39-9).
- 6) K. Girkmann: Flächentragwerke, 18 (1963), Springer-Verlag.
- 7) K. Beyer: Die Statik m Stahlbetonbau, 712 (1956), Springer-Verlag
- 8) E. Mönch: Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis 21-1, 141 (1964-5).
- 9) J. P. Lee: Journal of Applied Mechanics 29-E, 4, 696 (1962-12).
- 10) П.И. Адексеев: СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ No. 6, 37 (1963-6).
- 11) 辻二郎・西田正孝・河田幸三: 光弾性実験法, 1 (昭 40), 日刊.
- 12) 応力測定技術研究会: 応力測定法, 472 (昭 30), 朝倉.
- 13) 中村作太郎・番匠勲: 土木学会北海道支部技術資料, No. 19, 56 (昭 38-2).
- 14) 中村作太郎・番匠勲: 土木学会第 19 回年次学術講演会講演概要集, I-48, 48 (昭 39-5).
- 15) M. Nisida, H. Saito: Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis 21-2, 366 (1964-12).
- 16) H. T. Jessop, F. C. Harris: Photoelasticity Principles & Method. 1 (1949), Cleaver-Hume.