

曲線格子桁の実験的研究

正員 今 俊 三*
 正員 渡 辺 昇**
 正員 ○稼 農 知 徳***
 正員 菅 原 登****

1. 実験の目的

最近の橋は上路形式を主として採用し道路の線形上曲線をそのまま橋の形状に用いた曲線格子桁が非常に多くなってきている。この曲線格子桁の解析は多次不静定構造のため非常に厄介である。そこで、今曲線格子桁を厳密に解析し、図-1のような曲線格子桁を室内実験用につくり、その載荷実験をととして理論解析の結果に対して比較検討を行なってみた。

2. 実験の概要

図-1のような曲線格子桁を写真-1～写真-7に示すように室内実験用模型桁として製作し設置した。模型桁の各測点部に Strain Gauge, Dial Gauge, 等を取りつけ、鉛袋をいれた Bucket を写真-3, および写真-5のように集中荷重として載荷してひずみ、たわみ、およびねじり角を測定した。一本の曲線桁を、はじめ横桁を取りつけた曲線格

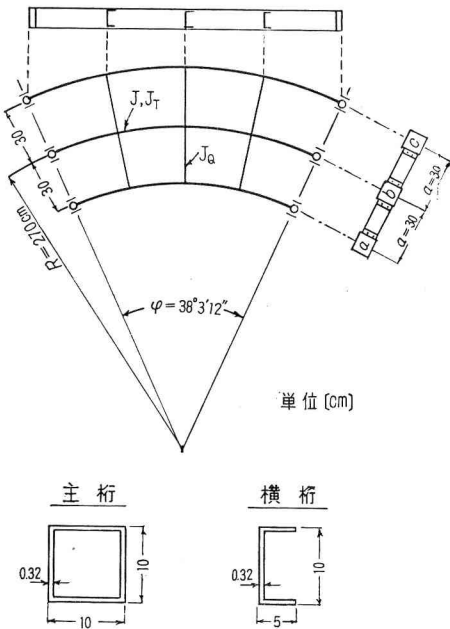


図-1

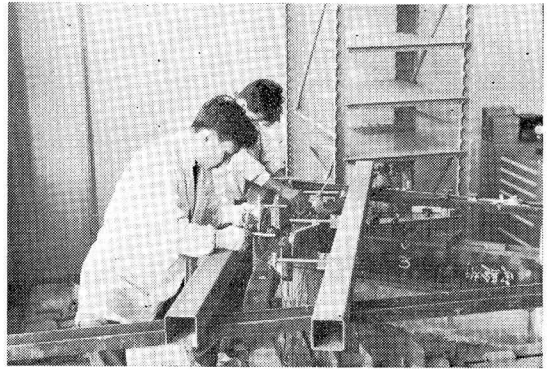


写真-1

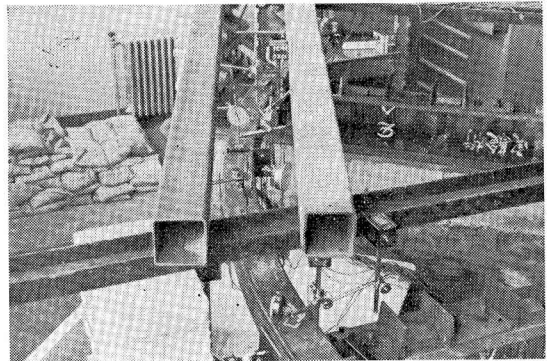


写真-2

* 北海道大学 教授

** 北海道大学 助教授

*** 北海道大学 講師

**** 北海道大学

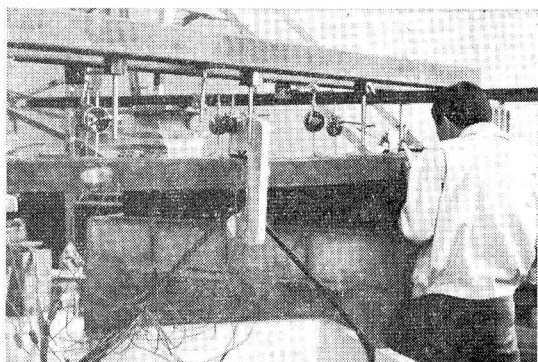


写真-3

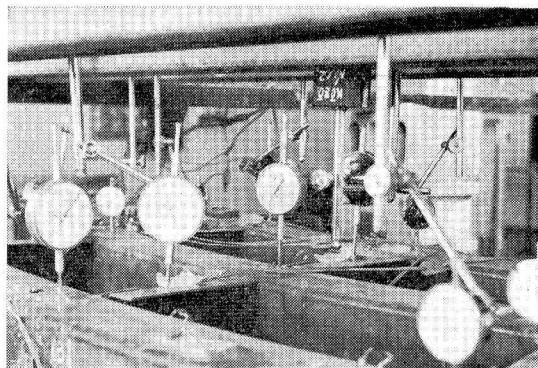


写真-6

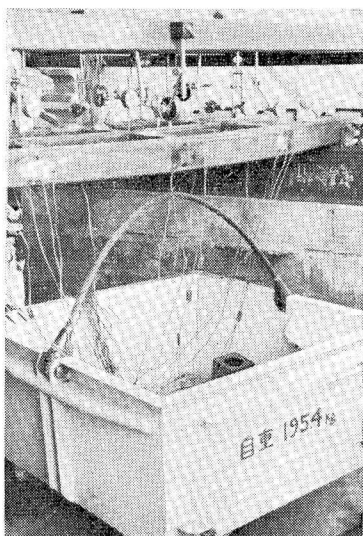


写真-4

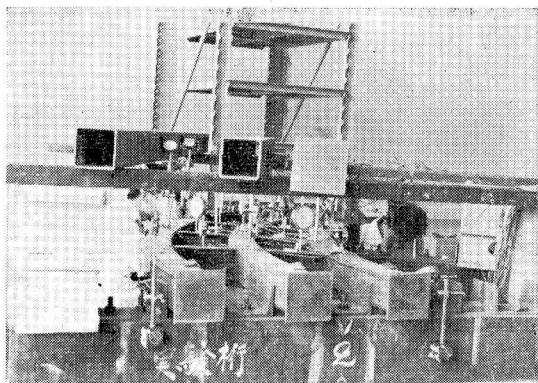


写真-7

子桁, すなわち曲線主桁 3 本横桁 3 本の曲線格子桁まで 8 種類の桁について行なったものである。

3. 理論の概況

図-1 は最も簡単な曲線格子桁で各曲線主桁が平行でしかも同一中心角 θ をもち、かつ横桁はすべて一つの円の中心に向っている場合である。本論文の解析では曲線主桁 1 本のみの力学的性質を完全に把握しこれらの曲線主桁を組合せて格子桁の力学に拡大する方法をとる。

今、図-2(a) のような平面的に曲線状の主桁が 3 本あってその各々が桁の曲げ変形に対しては両端単純支持で、桁の振り変形に対しては両端固定の桁であり、これらの曲線主桁相互を 3 本の横桁で連続しているものとする。そしてこの場合、図-2(b) のように主桁と横桁の連結部は横桁が主桁の上にヒンジ結合されているものとして解析する。

さて、図-2(a) のように対称形曲線格子桁については組荷重群の力学を用いると計算は速くなる。すなわち、内的 3 次不静定であるから 3 ケの不静定格点の結合をとりはずし、代りに組格点力 $X_{(q)}=1$ を挿入する。これらの状態は図-3(a), (b), (c) に示すとおりである。そして、図-4(a), (b), (c) の状態は図-4(d), (e), (f) と図-4(g), (h), (i) の基本系に分けられ、図-4(d), (e), (f) の基本系は図-4(j), (k), (l) の荷

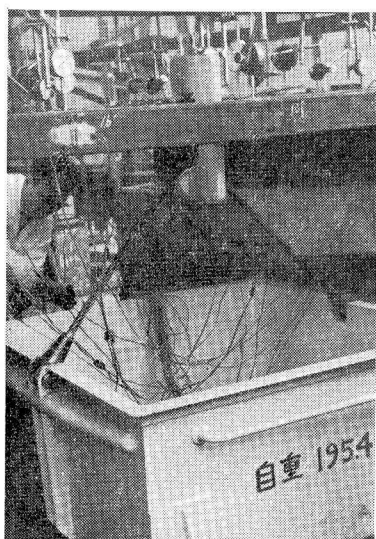
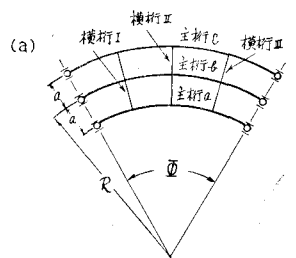
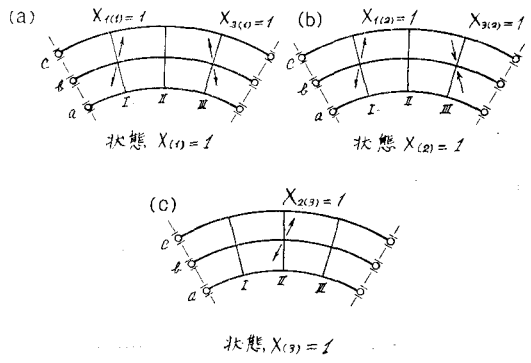


写真-5

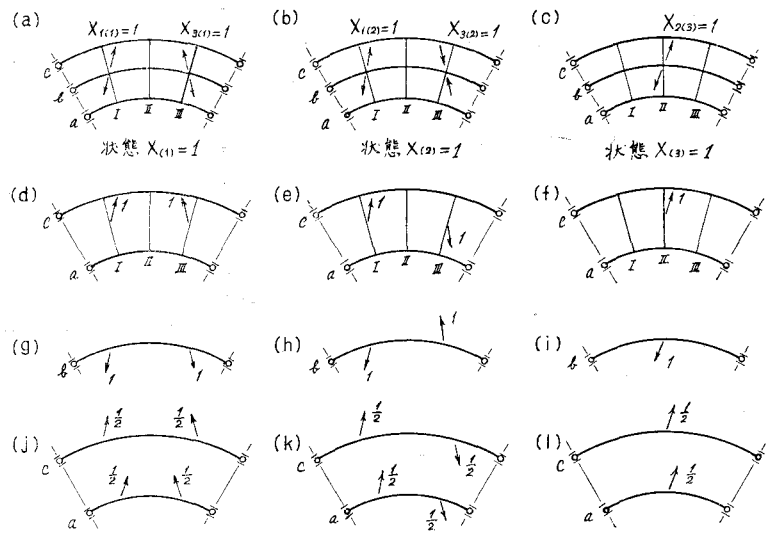
重状態におきかえられる。結局曲線格子桁は一本の曲線桁の力学に帰着するわけである。このような解析で垂直力 $P=1$ が曲線格子桁の上を動くとき、不静定組荷重影響面は次の仕事方程式を解くことによって得られる。



図—2



図—3



図—4

$$\left. \begin{aligned} \delta_{(1)(1)} \cdot X_{(1)} + \delta_{(1)(2)} \cdot X_{(2)} + \delta_{(1)(3)} \cdot X_{(3)} &= -\delta_{(1)(0)} \\ \delta_{(2)(1)} \cdot X_{(1)} + \delta_{(2)(2)} \cdot X_{(2)} + \delta_{(2)(3)} \cdot X_{(3)} &= -\delta_{(2)(0)} \\ \delta_{(3)(1)} \cdot X_{(1)} + \delta_{(3)(2)} \cdot X_{(2)} + \delta_{(3)(3)} \cdot X_{(3)} &= -\delta_{(3)(0)} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここで、 $\delta_{(m)(n)}$ とは基本系において状態 $X_{(n)}=1$ による力と状態 $X_{(m)}=1$ による変形との間でなす仕事である。 $\delta_{(n)(0)}$ は荷重項で基本系における状態 $X_{(n)}=1$ による垂直変位図である。この場合相反法則により $\delta_{(m)(n)} = \delta_{(n)(m)}$ であり対称組荷重を用いているので $\delta_{(1)(2)} = \delta_{(2)(1)} = \delta_{(2)(3)} = \delta_{(3)(2)} = 0$ である。従って式 (1) は式 (2) のとおりとなる。

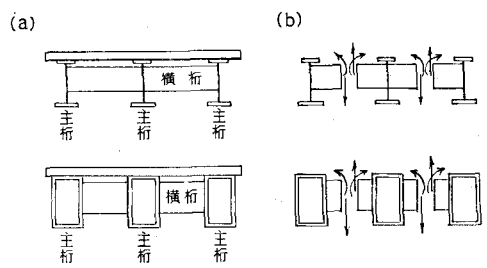
$$\left. \begin{aligned} \delta_{(1)(1)} \cdot X_{(1)} + \delta_{(1)(3)} \cdot X_{(3)} &= -\delta_{(1)(0)} \\ \delta_{(3)(1)} \cdot X_{(1)} + \delta_{(3)(3)} \cdot X_{(3)} &= -\delta_{(3)(0)} \\ \delta_{(2)(2)} \cdot X_{(2)} &= -\delta_{(2)(0)} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

不静定組荷重影響面 $„X_{(1)}”, „X_{(2)}”, „X_{(3)}”$ から任意の点 x の断面力影響面 $„S_x”$ は式 (3) で計算出来る。

$$„S_x” = „S_{x0}” + S_{x(1)} \cdot „X_{(1)}”$$

$$+ S_{x(2)} \cdot „X_{(2)}” + S_{x(3)} \cdot „X_{(3)}” \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 $„S_{x0}”$ は基本系の点 x の断面力影響面であり、 $S_{x(n)}$ は基本系における状態 $X_{(n)}=1$ による断面力図の点 x における値である。 $„X_{(n)}”$ は式 (3) より得られる不静定組荷重影響面である。この解析では横桁が主桁の上にヒンジ結合されているものとして解析したが図-5(a) のように横桁が主桁に剛結されているものとした場合は図-5(b) の



図—5

横桁を切断し、そこに不静定力を挿入し解析すれば良いが
ように本論文の結果と比較してそれほど差がないようである。

4. 一本の曲線桁の断面力一般式

(以下 図-6 を参照)

(1) 集中荷重 P による曲げモーメント

点 ω に垂直力 P が作用した時の点 ρ における曲げモーメント $M_P(\rho, \omega)$ は式 (4) のとおりである。

(i) $0 \leq \rho \leq \omega$:

$$M_P(\rho, \omega) = \frac{R}{\sin \varphi} \cdot \sin \omega' \sin \rho \cdot P \quad \dots\dots\dots (4a)$$

(ii) $\omega \leq \rho \leq \varphi$:

$$M_P(\rho, \omega) = \frac{R}{\sin \varphi} \cdot \sin \omega \sin \rho' \cdot P \quad \dots\dots\dots (4b)$$

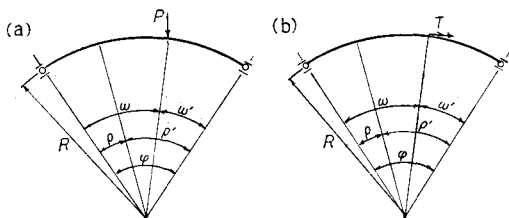


図-6

(2) 集中荷重 P による振りモーメント

点 ω に垂直力 P が作用した時の点 ρ における振りモーメント $T_P(\rho, \omega)$ は式 (5) のとおりである。

(i) $0 \leq \rho \leq \omega$:

$$T_P(\rho, \omega) = R \cdot \left(\frac{\cos \rho}{\sin \varphi} \cdot \sin \omega' - \frac{\omega'}{\varphi} \right) \cdot P \quad \dots\dots\dots (5a)$$

(ii) $\omega \leq \rho \leq \varphi$:

$$T_P(\rho, \omega) = -R \cdot \left(\frac{\cos \rho'}{\sin \varphi} \cdot \sin \omega - \frac{\omega}{\varphi} \right) \cdot P \quad \dots\dots\dots (5b)$$

(3) 集中振りモーメント T による曲げモーメント

点 ω に集中振りモーメント T が作用した時の点 ρ における曲げモーメント $M_T(\rho, \omega)$ は式 (6) のとおりである。

(i) $0 \leq \rho \leq \omega$:

$$M_T(\rho, \omega) = -\frac{\sin \omega'}{\sin \varphi} \sin \rho \cdot T \quad \dots\dots\dots (6a)$$

(ii) $\omega \leq \rho \leq \varphi$:

$$M_T(\rho, \omega) = -\frac{\sin \omega}{\sin \varphi} \sin \rho' \cdot T \quad \dots\dots\dots (6b)$$

(4) 集中振りモーメント T による振りモーメント

点 ω に集中振りモーメント T が作用した時の点 ρ における振りモーメント $T_T(\rho, \omega)$ は式 (7) のとおりである。

(i) $0 \leq \rho \leq \omega$

$$T_T(\rho, \omega) = -\frac{\sin \omega'}{\sin \varphi} \cdot \cos \rho \cdot T \quad \dots\dots\dots (7a)$$

(ii) $\omega \leq \rho \leq \varphi$

$$T_T(\rho, \omega) = \frac{\sin \omega}{\sin \varphi} \cdot \cos \rho' \cdot T \quad \dots\dots\dots (7b)$$

5. 一本の曲線桁の変形の一般式

一般式は便宜上次のようにおく。

$$a = \frac{1}{\sin^2 \varphi}, \quad \omega' = \varphi - \omega, \quad \rho' = \varphi - \rho,$$

$$b_1(\rho, \omega) = \sin \omega \cdot \sin \rho,$$

$$b_2(\rho, \omega) = \sin \omega \cdot \sin \rho',$$

$$b_3(\rho, \omega) = \sin \omega' \cdot \sin \rho,$$

$$b_4(\rho, \omega) = \sin \omega' \cdot \sin \rho',$$

$$b_5(\rho, \omega) = \sin \omega \cdot (\sin \varphi - \sin \rho'),$$

$$b_6(\rho, \omega) = \sin \omega' \cdot (\sin \varphi - \sin \rho'),$$

$$b_7(\rho, \omega) = \sin \rho \cdot (\sin \varphi - \sin \omega'),$$

$$b_8(\rho, \omega) = \sin \rho' \cdot (\sin \varphi - \sin \omega'),$$

$$b_9(\rho, \omega) = (\sin \varphi - \sin \omega') \cdot (\sin \varphi - \sin \rho'),$$

$$c_1(\omega) = \frac{1}{2} \omega - \frac{1}{4} \sin 2\omega,$$

$$c_2(\omega) = \frac{3}{2} \omega - 2 \sin \omega + \frac{1}{4} \sin 2\omega,$$

$$c_3(\omega) = \frac{1}{2} (\varphi - \omega) + \frac{1}{4} \sin (2\omega - 2\varphi),$$

$$c_4(\omega) = (\varphi - \omega),$$

$$c_5(\omega) = \sin (\varphi - \omega),$$

$$c_6(\omega) = \frac{1}{2} (\varphi - \omega) - \frac{1}{4} \sin (2\omega - 2\varphi),$$

$$d_1(\rho) = \frac{1}{2} \rho - \frac{1}{4} \sin 2\rho,$$

$$d_2(\rho) = \frac{3}{2} \rho - 2 \sin \rho + \frac{1}{4} \sin 2\rho,$$

$$d_3(\rho) = (\varphi - \rho),$$

$$d_4(\rho) = \sin (\varphi - \rho),$$

$$d_5(\rho) = \frac{1}{2} (\varphi - \rho) - \frac{1}{4} \sin (2\rho - 2\varphi),$$

$$d_6(\rho) = \frac{1}{2} (\varphi - \rho) + \frac{1}{4} \sin (2\rho - 2\varphi),$$

$$g_1(\rho, \omega) = \frac{1}{2} \sin \varphi (\sin^2 \omega - \sin^2 \rho)$$

$$-\frac{1}{2} \cos \varphi \left\{ (\omega - \rho) - \frac{1}{2} (\sin 2\omega - \sin 2\rho) \right\},$$

$$g_2(\rho, \omega) = \omega - \rho - \sin \omega + \sin \rho,$$

$$g_3(\rho, \omega) = \cos \varphi (\sin \omega - \sin \rho) - \sin \varphi (\cos \omega - \cos \rho)$$

$$-\frac{1}{4} \cos \varphi (2\omega - 2\rho + \sin 2\omega - \sin 2\rho)$$

$$-\frac{1}{2} \sin \varphi (\sin^2 \omega - \sin^2 \rho).$$

ここで左辺の () は角度の関数関係を示す。

(1) 集中荷重 P による垂直変位

点 ω に集中荷重 P が作用した時の点 ρ における垂直変位 $f_P(\rho, \omega)$ は曲げモーメントに伴う垂直変位 $f_{MP}(\rho, \omega)$ と振りモーメントに伴う垂直変位 $f_{TP}(\rho, \omega)$ を加えたものである。すなわち、 $f_P(\rho, \omega) = f_{MP}(\rho, \omega) + f_{TP}(\rho, \omega)$ となる。 $f_{MP}(\rho, \omega)$ および $f_{TP}(\rho, \omega)$ は式 (8) のとおりである。

(i) $0 \leq \rho \leq \omega$:

$$\begin{aligned} f_{MP}(\rho, \omega) &= \frac{R^3 \cdot P}{\sin^2 \varphi EJ} \left\{ b_4(\rho, \omega) \cdot d_1(\rho) \right. \\ &\quad \left. + b_3(\rho, \omega) \cdot g_1(\rho, \omega) + b_1(\rho, \omega) \cdot c_3(\omega) \right\} \\ f_{TP}(\rho, \omega) &= \frac{PR^3}{\sin^2 \varphi GJT} \left[\left\{ b_4(\rho, \omega) \cdot d_2(\rho) \right. \right. \\ &\quad - b_6(\rho, \omega) \cdot g_2(\rho, \omega) + b_3(\rho, \omega) \cdot g_3(\rho, \omega) \\ &\quad + g_1(\rho, \omega) \cdot c_4(\omega) - b_7(\rho, \omega) \cdot c_5(\omega) \\ &\quad - b_5(\rho, \omega) \cdot c_3(\omega) + b_1(\rho, \omega) \cdot c_6(\omega) \left. \right\} \\ &\quad + \left\{ b_4(\rho, 0) \cdot g_2(\rho, 0) + b_6(\rho, 0) \cdot d_3(\rho) \right. \\ &\quad \left. - b_3(\rho, 0) \cdot d_4(\rho) \right\} \left\{ \frac{\sin(\varphi - \omega)}{\sin \varphi} - \frac{(\varphi - \omega)}{\varphi} \right\} \right] \dots (8a) \end{aligned}$$

(ii) $\omega \leq \rho \leq \varphi$:

$$\begin{aligned} f_{MP}(\rho, \omega) &= \frac{PR^3}{\sin^2 \varphi EJ} \left\{ b_4(\rho, \omega) \cdot c_1(\omega) \right. \\ &\quad \left. - b_2(\rho, \omega) \cdot g_1(\rho, \omega) + b_1(\rho, \omega) \cdot d_6(\rho) \right\} \\ f_{TP}(\rho, \omega) &= \frac{PR^3}{\sin^2 \varphi GJT} \left[\left\{ b_4(\rho, \omega) \cdot c_2(\omega) \right. \right. \\ &\quad + b_8(\rho, \omega) \cdot g_2(\rho, \omega) - b_2(\rho, \omega) \cdot g_3(\rho, \omega) \\ &\quad + b_9(\rho, \omega) \cdot d_3(\rho) - b_7(\rho, \omega) \cdot d_4(\rho) \\ &\quad + b_5(\rho, \omega) \cdot d_4(\rho) + b_1(\rho, \omega) \cdot d_5(\rho) \left. \right\} \\ &\quad + \left\{ b_4(\rho, 0) \cdot g_2(\rho, 0) + b_6(\rho, 0) \cdot d_3(\rho) \right. \\ &\quad \left. - b_3(\rho, 0) \cdot d_4(\rho) \right\} \left\{ \frac{\sin(\varphi - \omega)}{\sin \varphi} - \frac{(\varphi - \omega)}{\varphi} \right\} \right] \dots (8b) \end{aligned}$$

(2) 集中荷重 P により振り角

点 ω に集中荷重 P が作用した時の点 ρ における振り角 $\theta_P(\rho, \omega)$ は曲げモーメントに伴う振り角 $\theta_{MP}(\rho, \omega)$ と振りモーメントに伴う振り角 $\theta_{TP}(\rho, \omega)$ を加えたものである。すなわち、 $\theta_P(\rho, \omega) = \theta_{MP}(\rho, \omega) + \theta_{TP}(\rho, \omega)$ となる。 $\theta_{MP}(\rho, \omega)$ および $\theta_{TP}(\rho, \omega)$ は式 (9) のとおりである。

(i) $0 \leq \rho \leq \omega$:

$$\begin{aligned} \theta_{MP}(\rho, \omega) &= -\frac{PR^2}{\sin^2 \varphi EJ} \left\{ b_4(\rho, \omega) \cdot d_1(\rho) \right. \\ &\quad \left. + b_3(\rho, \omega) \cdot g_1(\rho, \omega) + b_1(\rho, \omega) \cdot c_3(\omega) \right\} \\ \theta_{TP}(\rho, \omega) &= \frac{PR^2}{\sin^2 \varphi GJT} \left[\left\{ -b_4(\rho, \omega) \cdot d_2(\rho) \right. \right. \\ &\quad - b_3(\rho, \omega) \cdot g_3(\rho, \omega) - b_4(\rho, \omega) \cdot g_2(\rho, \omega) \\ &\quad \left. + b_7(\rho, \omega) \cdot c_5(\omega) + b_8(\rho, \omega) \cdot c_4(\omega) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left. - b_1(\rho, \omega) \cdot c_6(\omega) - b_2(\rho, \omega) \cdot c_5(\omega) \right\} \\ &+ \left\{ b_4(\rho, 0) \cdot g_2(\rho, 0) + b_3(\rho, 0) \cdot d_4(\rho) \right. \\ &\quad \left. + b_4(\rho, 0) \cdot d_3(\rho) \right\} \left\{ \frac{\sin(\varphi - \omega)}{\sin \varphi} - \frac{(\varphi - \omega)}{\varphi} \right\} \right] \dots (9a) \end{aligned}$$

(ii) $\omega \leq \rho \leq \varphi$:

$$\begin{aligned} \theta_{MP}(\rho, \omega) &= -\frac{PR^2}{\sin^2 \varphi EJ} \left\{ b_4(\rho, \omega) \cdot c_1(\omega) \right. \\ &\quad \left. - b_2(\rho, \omega) \cdot g_1(\rho, \omega) + b_1(\rho, \omega) \cdot d_6(\rho) \right\} \\ \theta_{TP}(\rho, \omega) &= \frac{PR^2}{\sin^2 \varphi GJT} \left[\left\{ -b_4(\rho, \omega) \cdot c_2(\omega) \right. \right. \\ &\quad - b_8(\rho, \omega) \cdot g_2(\rho, \omega) + b_2(\rho, \omega) \cdot g_3(\rho, \omega) \\ &\quad + b_7(\rho, \omega) \cdot d_4(\rho) + b_8(\rho, \omega) \cdot d_3(\rho) \\ &\quad - b_1(\rho, \omega) \cdot d_5(\rho) - b_2(\rho, \omega) \cdot d_4(\rho) \left. \right\} \\ &\quad + \left\{ b_4(\rho, 0) \cdot g_2(\rho, 0) + b_3(\rho, 0) \cdot d_4(\rho) \right. \\ &\quad \left. + b_4(\rho, 0) \cdot d_3(\rho) \right\} \left\{ \frac{\sin(\varphi - \omega)}{\sin \varphi} - \frac{(\varphi - \omega)}{\varphi} \right\} \right] \dots (9b) \end{aligned}$$

(3) 振りモーメント T による垂直変位

点 ω に振りモーメント T が作用した時の点 ρ における垂直変位 $f_T(\rho, \omega)$ は曲げモーメントに伴う垂直変位 $f_{MT}(\rho, \omega)$ と振りモーメントに伴う垂直変位 $f_{TT}(\rho, \omega)$ を加えたものである。すなわち、 $f_T(\rho, \omega) = f_{MT}(\rho, \omega) + f_{TT}(\rho, \omega)$ となる。 $f_{MT}(\rho, \omega)$ および $f_{TT}(\rho, \omega)$ は式 (10) のとおりである。

(i) $0 \leq \rho \leq \omega$:

$$\begin{aligned} f_{MT}(\rho, \omega) &= -\frac{TR^2}{\sin^2 \varphi EJ} \left\{ b_4(\rho, \omega) \cdot d_1(\rho) \right. \\ &\quad \left. + b_3(\rho, \omega) \cdot g_1(\rho, \omega) + b_1(\rho, \omega) \cdot c_3(\omega) \right\} \\ f_{TT}(\rho, \omega) &= \frac{TR^2}{\sin^2 \varphi GJT} \left[\left\{ -b_4(\rho, \omega) \cdot d_2(\rho) \right. \right. \\ &\quad + b_6(\rho, \omega) \cdot g_2(\rho, \omega) - b_3(\rho, \omega) \cdot g_3(\rho, \omega) \\ &\quad + b_5(\rho, \omega) \cdot c_5(\omega) - b_1(\rho, \omega) \cdot c_6(\omega) \\ &\quad + b_6(\rho, \omega) \cdot c_4(\omega) - b_3(\rho, \omega) \cdot c_5(\omega) \left. \right\} \\ &\quad + \left\{ b_4(\rho, 0) \cdot g_2(\rho, 0) + b_6(\rho, 0) \cdot d_3(\rho) \right. \\ &\quad \left. - b_3(\rho, 0) \cdot d_4(\rho) \right\} \left\{ -\frac{\sin(\varphi - \omega)}{\sin \varphi} \right\} \right] \dots (10a) \end{aligned}$$

(ii) $\omega \leq \rho \leq \varphi$:

$$\begin{aligned} f_{MT}(\rho, \omega) &= -\frac{TR^2}{\sin^2 \varphi EJ} \left\{ b_4(\rho, \omega) \cdot c_1(\omega) \right. \\ &\quad \left. - b_2(\rho, \omega) \cdot g_1(\rho, \omega) + b_1(\rho, \omega) \cdot d_6(\rho) \right\} \\ f_{TT}(\rho, \omega) &= \frac{TR^2}{\sin^2 \varphi GJT} \left[\left\{ -b_4(\rho, \omega) \cdot c_2(\omega) \right. \right. \\ &\quad + b_2(\rho, \omega) \cdot g_3(\rho, \omega) + b_4(\rho, \omega) \cdot g_2(\rho, \omega) \\ &\quad + b_5(\rho, \omega) \cdot d_4(\rho) - b_1(\rho, \omega) \cdot d_5(\rho) \\ &\quad \left. + b_6(\rho, \omega) \cdot d_3(\rho) - b_3(\rho, \omega) \cdot d_4(\rho) \right\} \end{aligned}$$

表-3 $\varphi=38^{\circ}13'12''$ $T=1$ の移動による曲げモーメント (乗数 $=\times(-T)$)

↓曲げモーメント図

→影響線

分割点	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0.074189	0.064575	0.054513	0.044072	0.033325	0.022346	0.011212	0
2	0	0.064575	0.128702	0.108647	0.087838	0.066418	0.044537	0.022346	0
3	0	0.054513	0.108647	0.162026	0.130993	0.099050	0.066418	0.033325	0
4	0	0.044072	0.087838	0.130993	0.173238	0.130993	0.087838	0.044072	0
5	0	0.033325	0.066418	0.099050	0.130993	0.162026	0.108647	0.054513	0
6	0	0.022346	0.044537	0.066418	0.087838	0.108647	0.128702	0.064575	0
7	0	0.011212	0.022346	0.033325	0.044072	0.054513	0.064575	0.074189	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0

表-4 $\varphi=38^{\circ}13'12''$ $T=1$ の移動による捩りモーメント (乗数 $=\times T$)

↓捩りモーメント図

→影響線

分割点	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-1.000000 0	-0.890763	-0.775337	-0.654523	-0.529161	-0.400122	-0.268303	-0.134619	0
1	0	-0.887669 0.112331	-0.772643	-0.652249	-0.527323	-0.398732	-0.267371	-0.134151	0
2	0	0.118120	-0.764581 0.235419	-0.645443	-0.521820	-0.394571	-0.264581	-0.132752	0
3	0	0.123088	0.245321	-0.634151 0.365849	-0.512691	-0.387669	-0.259952	-0.130429	0
4	0	0.127200	0.253517	0.378072	-0.500000 0.500000	-0.378072	-0.253517	-0.127200	0
5	0	0.130429	0.259952	0.387669	0.512691	-0.365849 0.634151	-0.245321	-0.123088	0
6	0	0.132752	0.264581	0.394571	0.521820	0.645443	-0.235419 0.764581	-0.118120	0
7	0	0.134151	0.267371	0.398732	0.527323	0.652249	0.772643	-0.112331 0.887669	0
8	0	0.134619	0.268303	0.400122	0.529161	0.654523	0.775337	0.890763	0 1.000000

表-5 $\varphi=38^{\circ}13'12''$ $f_{MP}(\rho, \omega): \left(\frac{PR^3}{EJ}\right), f_{MT}(\rho, \omega): \left(-\frac{TR^2}{EJ}\right), f_{TT}(\rho, \omega): \left(-\frac{TR^2}{GJ_T}\right)$

$$\theta_{MP}(\rho, \omega): \left(-\frac{PR^2}{EJ}\right), \theta_{TP}(\rho, \omega): \left(-\frac{PR^2}{GJ_T}\right), \theta_{MT}(\rho, \omega): \left(\frac{TR}{EJ}\right)$$

↓変形図

→影響線

分割点	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0.001275	0.002123	0.002507	0.002495	0.002160	0.001579	0.000831	0
2	0	0.002123	0.003782	0.004618	0.004667	0.004074	0.002992	0.001579	0
3	0	0.002507	0.004618	0.005943	0.006197	0.005499	0.004074	0.002160	0
4	0	0.002495	0.004667	0.006197	0.006774	0.006197	0.004667	0.002495	0
5	0	0.002160	0.004074	0.005499	0.006197	0.005943	0.004618	0.002507	0
6	0	0.001579	0.002992	0.004074	0.004667	0.004618	0.003782	0.002123	0
7	0	0.000831	0.001579	0.002160	0.002495	0.002507	0.002123	0.001275	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0

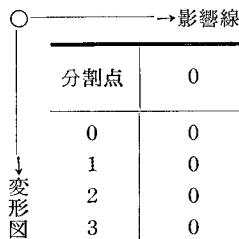


表-6 $\varphi = 38^{\circ}13'12''$ $f_{TP}(\rho, \omega) : \left(\frac{PR^3}{GJ_T} \right)$

分割点	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0.000047	0.000085	0.000109	0.000115	0.000104	0.000079	0.000042	0
2	0	0.000085	0.000155	0.000200	0.000213	0.000194	0.000146	0.000079	0
3	0	0.000109	0.000200	0.000260	0.000279	0.000255	0.000194	0.000104	0
4	0	0.000115	0.000213	0.000279	0.000302	0.000279	0.000213	0.000115	0
5	0	0.000104	0.000194	0.000255	0.000279	0.000260	0.000200	0.000109	0
6	0	0.000079	0.000146	0.000194	0.000213	0.000200	0.000155	0.000085	0
7	0	0.000042	0.000079	0.000104	0.000115	0.000109	0.000085	0.000047	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0

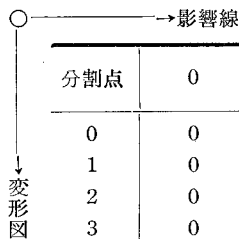


表-7 $\varphi = 38^{\circ}13'12''$ $\theta_{TT}(\rho, \omega) : \left(\frac{TR}{GJ_T} \right)$

分割点	0	1	2	3	4	5	6	7	6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0.075464	0.066698	0.057020	0.046567	0.035485	0.023925	0.012043	0
2	0	0.066698	0.132484	0.113265	0.092505	0.070492	0.047528	0.023925	0
3	0	0.057020	0.113265	0.167969	0.137190	0.104548	0.070492	0.035485	0
4	0	0.046567	0.092505	0.137190	0.180012	0.137190	0.092505	0.046567	0
5	0	0.035485	0.070492	0.104548	0.137190	0.167969	0.113265	0.057020	0
6	0	0.023925	0.047528	0.070492	0.092505	0.113265	0.132484	0.066698	0
7	0	0.012043	0.023925	0.035485	0.046567	0.057020	0.066698	0.075464	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\varphi = 38^{\circ}13'12''$ とする。この表-1～表-7 を利用すればすべての曲線格子桁が計算される。
 模型桁の断面諸元は図-1 から次のように与えられる。

鋼桁弾性係数 $E = 2.1 \times 10^6$ [kg/cm²]
 鋼桁セン断係数 $G = 0.81 \times 10^6$ [kg/cm²]

(1) 一本の曲線桁の理論値

曲線主桁 b および曲線主桁 c の一本の曲線桁円弧中央点(分割点 4) に集中荷重 $P = 500$ [kg] を載荷した場合のそれぞれの主桁各点のひずみ, たわみ, およびねじり角を表-1～表-7 を用いて計算すると表-8 および表-9 のとおりとなる。

(2) 曲線格子桁(主桁 3 本, 横桁 3 本)の理論値

曲線格子桁の曲線主桁 b および曲線主桁 c の円弧中央点(分割点 4) に集中荷重 $P = 500$ [kg] を載荷した時の各主桁分割点のひずみ, たわみおよびねじり角と横桁のひずみおよびたわみを表-1 から表-7 を用いて式 (3) より計算すれば表-10 および表-11 のとおりとなる。

曲線主桁断面二次モーメント

$$J = \frac{1}{12} (10 \times 10^3 - 9.36 \times 9.36^3) = 194 \text{ [cm}^4\text{]}$$

曲線主桁捩り抵抗

$$J_T = \frac{1}{3} \sum b t^3 + \frac{4F^2}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{1}{3} (2 \times 10 \times 0.32^3 + 2 \times 9.36 \times 0.32^3) + \frac{4 \times 9.68^4}{2 \times \frac{10}{0.32} + 2 \times \frac{9.36}{0.32}} = 290.6 \text{ [cm}^4\text{]}$$

横桁断面二次モーメント

$$J_Q = \frac{1}{2} \cdot J = \frac{1}{2} \times 194 = 97 \text{ [cm}^4\text{]}$$

表—8 曲線主桁 b の分割点 4 に集中荷重 $P=500\text{ kg}$ が
 載荷したときの各点の断面力

$\varphi=38^{\circ}13'12''$, $R=270\text{ cm}$ $J=194\text{ cm}^4$, $J_T=290.6\text{ cm}^4$

分 割 点		1	2	3	4	5	6	7	係 数
曲げモーメント [kg·cm]	M_P	0.044072	0.087838	0.130993	0.173238	0.130993	0.087838	0.044072	$\times PR$
	M_P	0.59497	1.18581	1.76841	2.33871	1.76841	1.18581	0.59497	$\times 10^4$
歪 み	ε	73.021	145.534	217.036	287.029	217.036	145.534	73.021	$\times 10^{-6}$
垂 直 た わ み [cm]	f_{MP}	0.002495	0.004667	0.006197	0.006774	0.006197	0.004667	0.002495	$\times \frac{PR^3}{EJ}$
	f_{TP}	0.000115	0.000213	0.000279	0.000302	0.000279	0.000213	0.000115	$\times \frac{PR^3}{GJ_T}$
	f_{MP}	0.0603	0.1127	0.1497	0.1636	0.1497	0.1127	0.0603	
	f_{TP}	0.0048	0.0089	0.0117	0.0126	0.0117	0.0089	0.0048	
	f_P	0.0651	0.1216	0.1614	0.1762	0.1614	0.1216	0.0651	
ねじり角 [ラジ アン]	θ_{MP}	0.002495	0.004667	0.006197	0.006774	0.006197	0.004667	0.002495	$\times \left(-\frac{PR^2}{EJ}\right)$
	θ_{TP}	0.002495	0.004667	0.006197	0.006774	0.006197	0.004667	0.002495	$\times \left(-\frac{PR^2}{GJ_T}\right)$
	θ_{MP}	-0.000223	-0.000418	-0.000554	-0.000604	-0.000554	-0.000418	-0.000223	
	θ_{TP}	-0.000386	-0.000723	-0.000960	-0.001049	-0.000960	-0.000723	-0.000386	
	θ_P	-0.000609	-0.001141	-0.001514	-0.001655	-0.001514	-0.001141	-0.000609	

表—9 曲線主桁 c の分割点 4 に集中荷重 $P=500\text{ kg}$ が
 載荷したときの各点の断面力

$\varphi=38^{\circ}13'12''$, $R=300\text{ cm}$ $J=194\text{ cm}^4$, $J_T=290.6\text{ cm}^4$

分 割 点		1	2	3	4	5	6	7	係 数
曲げモーメント [kg·cm]	M_P	0.044072	0.087838	0.130993	0.173238	0.130993	0.087838	0.044072	$\times PR$
	M_P	0.66108	1.31757	1.96490	2.59857	1.96490	1.31757	0.66108	$\times 10^4$
歪 み	ε	81.134	161.705	241.151	318.921	241.151	161.705	81.134	$\times 10^{-6}$
垂 直 た わ み [cm]	f_{MP}	0.002495	0.004667	0.006197	0.006774	0.006197	0.004667	0.002495	$\times \frac{PR^3}{EJ}$
	f_{TP}	0.000115	0.000213	0.000279	0.000302	0.000279	0.000213	0.000115	$\times \frac{PR^3}{GJ_T}$
	f_{MP}	0.0827	0.1547	0.2053	0.2245	0.2053	0.1547	0.0827	
	f_{TP}	0.0066	0.0122	0.0160	0.0173	0.0160	0.0122	0.0066	
	f_P	0.0893	0.1669	0.2213	0.2418	0.2213	0.1669	0.0893	
ねじり角 [ラジ アン]	θ_{MP}	0.002495	0.004667	0.006197	0.006774	0.006197	0.004667	0.002495	$\times \left(-\frac{PR^2}{EJ}\right)$
	θ_{TP}	0.002495	0.004667	0.006197	0.006774	0.006197	0.004667	0.002495	$\times \left(-\frac{PR^2}{GJ_T}\right)$
	θ_{MP}	-0.000276	-0.000516	-0.000684	-0.000748	-0.000684	-0.000516	-0.000276	
	θ_{TP}	-0.000477	-0.000892	-0.001185	-0.001295	-0.001185	-0.000892	-0.000477	
	θ_P	-0.000753	-0.001408	-0.001869	-0.002043	-0.001869	-0.001408	-0.000753	

表一10 曲線主桁 *b* の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時の各点のひずみ, たわみ, ねじり角

($\varphi=38^{\circ}13'12''$)

分割点		1	2	3	4	5	6	7
ひずみ $\times 10^{-6}$	主桁 a	24	47	61	75	61	47	24
	主桁 b	20	40	79	118	79	40	20
	主桁 c	29	59	76	94	76	59	29
たわみ [cm]	主桁 a	0.015	0.028	0.036	0.040	0.036	0.028	0.015
	主桁 b	0.023	0.043	0.058	0.063	0.058	0.043	0.023
	主桁 c	0.029	0.054	0.071	0.077	0.071	0.054	0.029
ねじり角 [ラジアン]	主桁 a	-0.00016	-0.00029	-0.00038	-0.00042	-0.00038	-0.00029	-0.00016
	主桁 b	-0.00021	-0.00040	-0.00054	-0.00060	-0.00054	-0.00040	-0.00021
	主桁 c	-0.00025	-0.00046	-0.00060	-0.00065	-0.00060	-0.00046	-0.00025

y/l_Q		ひずみ $\times 10^{-6}$	y/l_Q		ひずみ $\times 10^{-6}$	y/l_Q		ひずみ $\times 10^{-6}$
横桁 I	$\frac{1}{4}$	13	横桁 II	$\frac{1}{4}$	41	横桁 III	$\frac{1}{4}$	13
	$\frac{3}{4}$	20		$\frac{3}{4}$	61		$\frac{3}{4}$	20

表一11 曲線主桁 *c* の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時の各点のひずみ, たわみ, ねじり角

($\varphi=38^{\circ}13'12''$)

分割点		1	2	3	4	5	6	7
ひずみ $\times 10^{-6}$	主桁 a	-16	-32	-42	-51	-42	-32	-16
	主桁 b	36	72	94	116	94	72	36
	主桁 c	61	122	189	255	189	122	61
たわみ [cm]	主桁 a	-0.010	-0.019	-0.025	-0.027	-0.025	-0.019	-0.010
	主桁 b	0.029	0.054	0.071	0.077	0.071	0.054	0.029
	主桁 c	0.069	0.130	0.172	0.189	0.172	0.130	0.069
ねじり角 [ラジアン]	主桁 a	0.00011	0.00020	0.00026	0.00029	0.00026	0.00020	0.00011
	主桁 b	-0.00027	-0.00051	-0.00067	-0.00073	-0.00067	-0.00051	-0.00027
	主桁 c	-0.00058	-0.00109	-0.00146	-0.00159	-0.00146	-0.00109	-0.00058

y/l_Q		ひずみ $\times 10^{-6}$	y/l_Q		ひずみ $\times 10^{-6}$	y/l_Q		ひずみ $\times 10^{-6}$
横桁 I	$\frac{1}{4}$	-9	横桁 II	$\frac{1}{4}$	-28	横桁 III	$\frac{1}{4}$	-9
	$\frac{3}{4}$	-14		$\frac{3}{4}$	-42		$\frac{3}{4}$	-14

7. 理論値と実験値との比較

実験の概要で述べたように室内実験用模型桁で測定したひずみ、たわみ、およびねじり角の実験値と計算された理

論値とを比較した結果を示すと表-12 から表-15 のとおりとなる。

表-12 から表-15 を図に示すと図-7 から図-18 のとおりとなる。

表—12 一本の曲線主桁 *b* の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のひずみ、たわみ、ねじり角

($\varphi=38^{\circ}13'12''$)

測 点 (分割点)		ひ ず み ×10 ⁻⁶		た わ み [cm]		ね じ り 角 [radian]	
		理 論 値	実 験 値	理 論 値	実 験 値	理 論 値	実 験 値
主 桁 b	2	146	110	0.122	0.099	0.00114	0.00155
	4	287	278	0.176	0.179	0.00166	0.00163
	6	146	115	0.122	0.093	0.00114	0.00135

表—13 一本の曲線主桁 *c* の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のひずみ、たわみ、ねじり角

($\varphi=38^{\circ}13'12''$)

測 点 (分割点)		ひ ず み $\times 10^{-6}$		た わ み [cm]		ね じ り 角 [radian]	
		理 論 値	実 験 値	理 論 値	実 験 値	理 論 値	実 験 値
主 桁 c	1	81	75				
	2	162	190	0.167	0.163	0.00141	0.00150
	3	241	215				
	4	319	370	0.242	0.260	0.00204	0.00170
	5	241	200				
	6	162	140	0.167	0.190	0.00141	0.00120
	7	81	61				

表—14 曲線格子桁の主桁 *b* の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のひずみ、たわみ、ねじり角

($\varphi=38^{\circ}13'12''$)

測 点 (分割点)		ひ ず み $\times 10^{-6}$		た わ み [cm]		ね じ り 角 [radian]	
		理 論 値	実 験 値	理 論 値	実 験 値	理 論 値	実 験 値
主 桁 a	2	47	26	0.028	0.024	-0.00029	-0.00011
	4	75	64	0.040	0.041	-0.00042	-0.00017
	6	47	23	0.028	0.028	-0.00029	-0.00017
主 桁 b	2	40	30	0.043	0.049	-0.00040	-0.00028
	4	118	100	0.063	0.081	-0.00060	-0.00032
	6	40	28	0.043	0.052	-0.00040	-0.00058
主 桁 c	1	29	31				
	2	59	72	0.054	0.065	-0.00046	-0.00029
	3	76	76				
	4	94	120	0.077	0.078	-0.00065	-0.00012
	5	76	73				
	6	59	61	0.054	0.065	-0.00046	-0.00020
	7	29	29				

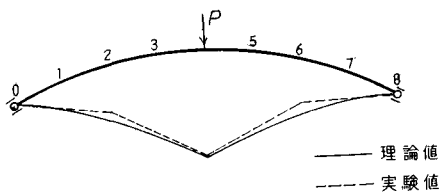
測点 y/l_0	ひずみ $\times 10^{-6}$		測点 y/l_0	ひずみ $\times 10^{-6}$		測点 y/l_0	ひずみ $\times 10^{-6}$	
	理論値	実験値		理論値	実験値		理論値	実験値
横桁 I	$\frac{1}{4}$	13	横桁 II	$\frac{1}{4}$	41	横桁 III	$\frac{1}{4}$	13
	$\frac{3}{4}$	20		$\frac{3}{4}$	61		$\frac{3}{4}$	20
		10			30			15

表—15 曲線格子桁の主桁 c の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のひずみ, たわみ, ねじり角

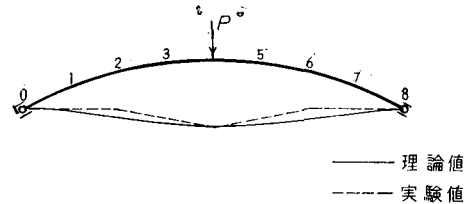
($\varphi=38^\circ 13' 12''$)

測点 (分割点)		ひずみ $\times 10^{-6}$		たわみ [cm]		ねじり角 [radian]	
		理論値	実験値	理論値	実験値	理論値	実験値
主桁 a	2	-32	-25	-0.019	-0.015	0.00020	-0.00012
	4	-51	-40	-0.027	-0.024	0.00029	-0.00018
	6	-32	-20	-0.019	-0.015	0.00020	-0.00015
主桁 b	2	72	74	0.054	0.065	-0.00051	-0.00020
	4	116	124	0.077	0.109	-0.00073	-0.00032
	6	72	78	0.054	0.062	-0.00051	-0.00017
主桁 c	1	61	50				
	2	122	130	0.130	0.140	-0.00109	-0.00062
	3	189	151				
	4	255	220	0.189	0.205	-0.00159	-0.00132
	5	189	144				
	6	122	110	0.130	0.114	-0.00109	-0.00087
	7	61	51				

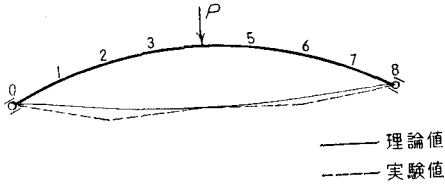
測点 y/l_0	ひずみ $\times 10^{-6}$		測点 y/l_0	ひずみ $\times 10^{-6}$		測点 y/l_0	ひずみ $\times 10^{-6}$	
	理論値	実験値		理論値	実験値		理論値	実験値
横桁 I	$\frac{1}{4}$	-9	横桁 II	$\frac{1}{4}$	-28	横桁 III	$\frac{1}{4}$	-9
	$\frac{3}{4}$	-22		$\frac{3}{4}$	-40		$\frac{3}{4}$	-18
		-30			-61			-21



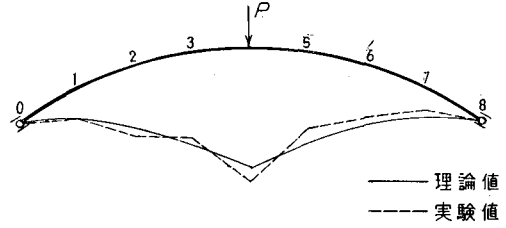
図—7 一本の曲線主桁 b の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のひずみ図



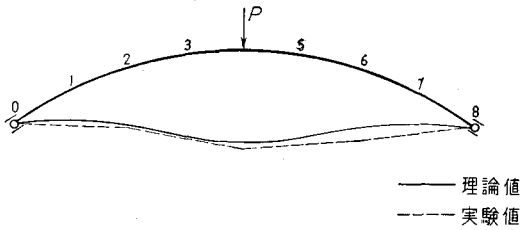
図—8 一本の曲線主桁 b の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のたわみ図



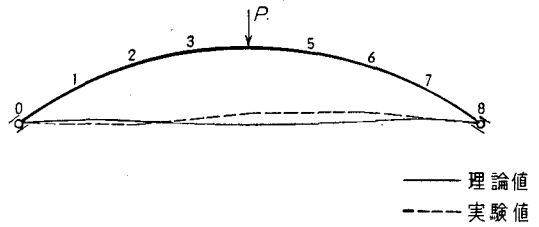
図—9 一本の曲線主桁 b の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のねじり角図



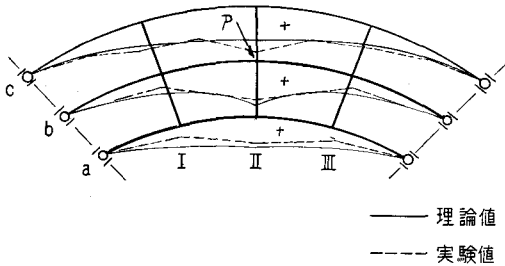
図—10 一本の曲線主桁 c の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のひずみ図



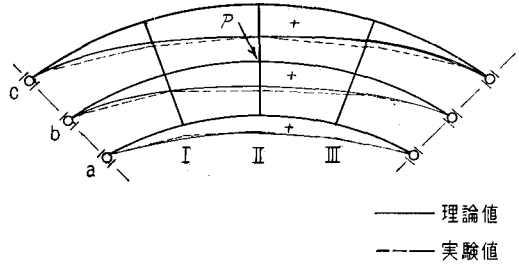
図—11 一本の曲線主桁 c の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のたわみ図



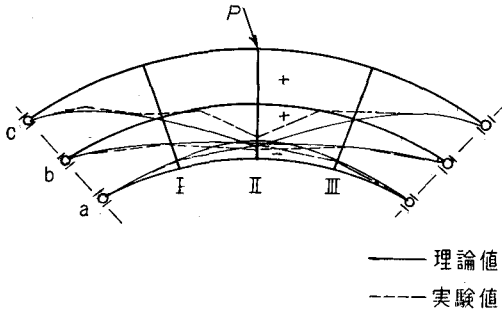
図—12 一本の曲線主桁 c の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のねじり角図



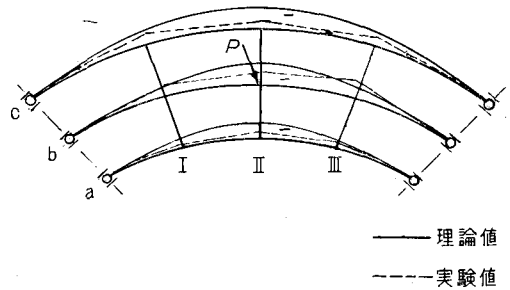
図—13 曲線主桁 b の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のひずみ図



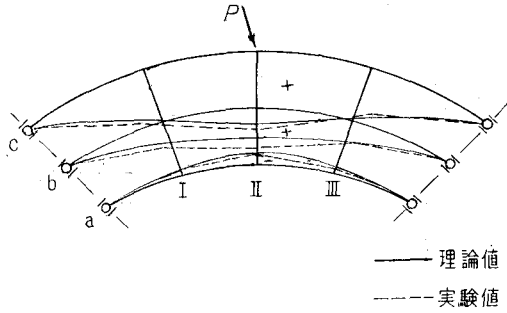
図—14 曲線主桁 b の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のたわみ図



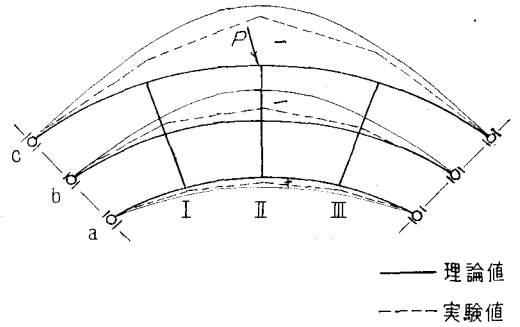
図—15 曲線主桁 b の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のねじり角図



図—16 曲線主桁 c の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のひずみ図



図—17 曲線主桁 c の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のたわみ図



図—18 曲線主桁 c の分割点 4 に $P=500$ [kg] を載荷した時のねじり角図

8. 結 論

理論値と実験値との比較の結果次のように考えられる。

(1) まず、本論文の曲線桁の理論解析法による理論値が実験値と非常に良く一致しているので理論解析法が正しいことがわかり、実際に曲線桁の設計に採用して十分に有効であるとの確信を得た。

(2) 曲線格子桁については横桁が主桁の上にヒンジ結合していると仮定した解析法によっても、実験値と良く一致しているので横桁が主桁に剛結されているとした解析法とあまり差がないことと思われる。

(3) 各々の断面力については一般にひずみとたわみの実験値は理論値と良く一致しているが、ねじり角の実験値が理論値にくらべて少し差がでた。これは模型製作上のゆがみ、およびその支承における境界条件に問題があり、理論における境界条件通りの支承を作製するよう考えなければならない。

9. 参考文献

渡辺 昇・稼農知徳：「曲線格子桁の解析と計算」．工学研究，第 14 巻の 6～10 号，12 号，第 15 巻の 1 号．