

連続桁における地震時水平力の橋脚への分配について

正員 堀 米 昇*

正員 太 田 昌 昭*

正員 竹 中 勝 好*

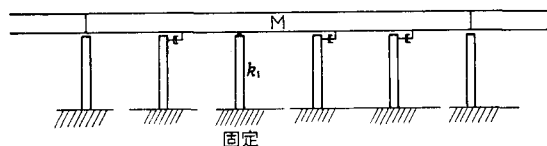
1. ま え が き

我国のような地震国において、連続桁の地震時における水平力を、固定橋脚のみで負担させる考え方は、甚だ不経済で又不合理であることは、常に議論の対象になっている。本文では、その水平力を可動橋脚に分配するための考え方の方法として、橋脚のパネを考慮に入れた、速度に比例する減衰装置を可動橋脚上に装着したものと、変位に比例する復元力を有するものを装着したものについて動的な面より考察する。前者の例としてオイルダンパーがあり、後者の例としてフレキシパッド、ゴム、SUダンパー等がある。

2. 速度に比例する減衰装置

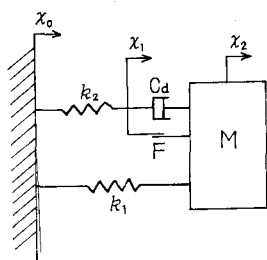
2-1 支承部に摩擦なきとき

例えば図-1に示すような、5径間連続の桁があると仮定する。最初に橋梁上部と支承部の摩擦を無視して考える。



k_1 : 固定橋脚のパネ常数
 k_2 : 可動橋脚のパネ常数の総和
 M : 上部工の質量
 K : $\frac{k_2}{k_1}$

図-1



C_a : 減衰係数 (速度の比例常数)

図-2

図-1を簡単な振動系の略図で表示すれば図-2のごとくなる。

図-2において支承部の摩擦を無視しているので $F=0$ とする。今解析に先だち下記の仮定をする。

- イ. 地表面の運動は単弦振動をする。
- ロ. 橋脚の地中での減衰作用はない。
- ハ. 橋脚の重量は上部工のそれに比し、無視できうるほど小である。
- ニ. 振動は橋軸方向のみ考慮する。
- ホ. 上部工間の地震時における伸縮はないものとする。

図-2より運動の方程式は、

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 x_2}{dt^2} + k_1 (x_2 - x_0) + C_a \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) &= 0 \\ k_2 (x_0 - x_1) + C_a \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

今地震動の振動数 ω と上部工 M の固有振動数 ν との比を η 、速度の比例常数、即ち減衰係数 C_a と臨界減衰係数 C_c との比を ε とする。(1)式を Laplace 変換すれば

$$\left. \begin{aligned} \phi_2(p) (p^2 + K_1 + \alpha p) - \alpha p \phi_1(p) - K_1 \phi_0(p) &= 0 \\ p \phi_2(p) - (\beta + p) \phi_1(p) + \beta \phi_0(p) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

但し

$$\beta = \frac{K \nu}{2 \varepsilon}$$

(2)式の相対変位をとり、逆変換し整理すると固定橋脚の相対変位の比は

$$\left| \frac{x_2 - x_0}{x_0} \right| = \left[\frac{\eta^4 (4 \varepsilon^2 \eta^2 + K^2)}{K^2 (1 - \eta^2)^2 + 4 \varepsilon^2 \eta^2 (1 - \eta^2 + K^2)} \right]^{\frac{1}{2}} \dots (3)$$

式(3)より ε をパラメーターとし、図-1において $K=3$ とした場合を例にとり、共振曲線を描けば図-3のようになる。図-3において ε の如何にかかわらず定点 P を通る。 $K=3$ のときは

$$\eta = 1.581$$

$$\left| \frac{x_2 - x_0}{x_0} \right| = 1.667$$

同様にして K の種々な値に対する定点 P の η 、 $|x_2 - x_0|/x_0$

* 北海道開発局 網走開発建設部

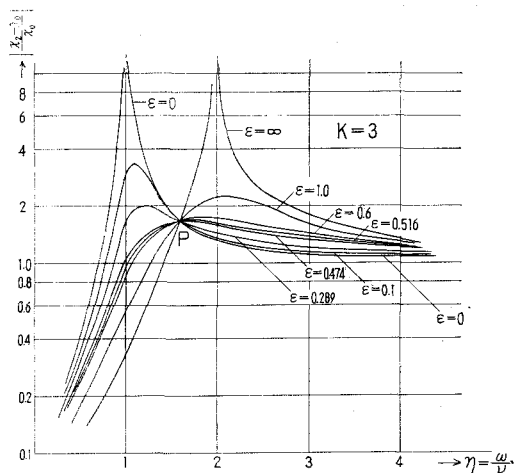


図-3 固定橋脚共振曲線

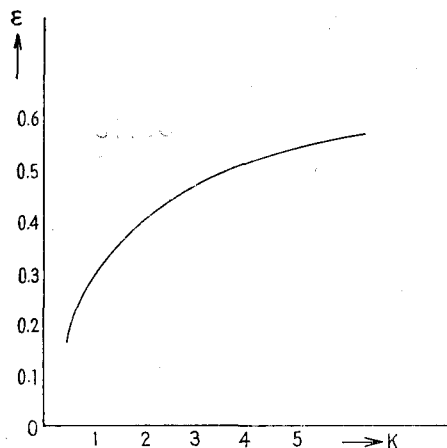


図-5 Kの値に対する最適減衰比

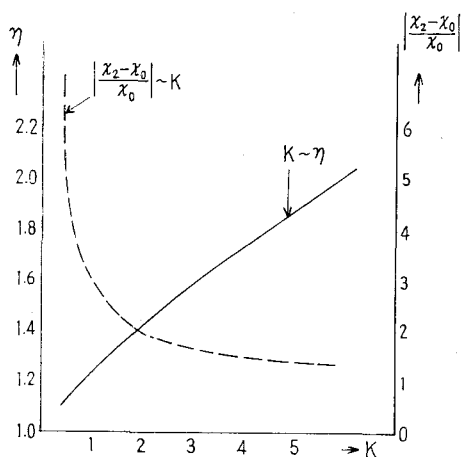


図-4 $\frac{|x_2-x_0|}{x_0} \sim K$ 曲線, $K \sim \eta$ 曲線

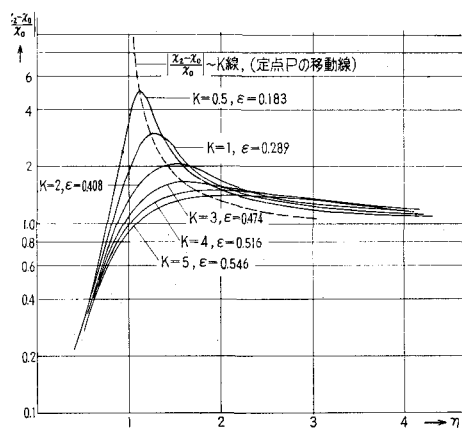


図-6 最適減衰比の $\frac{|x_2-x_0|}{x_0} \sim \eta$ 曲線 (固定橋脚)

を求めれば図-4のごとくなる。

図-3より定点Pを通るεのうち、定点Pで最大になるε、即ち、最適減衰比を選べばよい。そうすれば、地震動の振動数と上部工の固有振動数の比ηがいかなる値であっても、最大でPであり、共振することはあり得ない。即ち

$$\frac{d}{d\eta} \left(\frac{x_2-x_0}{x_0} \right) = 0$$

$$\therefore 16\eta^4 (K+1) \{ (K+1) - \eta^2 \} \varepsilon^4 + 27\eta^2 K^2 \{ (3-4\eta^2) + (K+1)^2 \} \varepsilon^2 + K^4 (1-\eta^2) = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

式(4)を満足するεを求めればよい。K=3については図-3よりε=0.474である。同様にして種々なKの値に対するεを求めれば、図-5のごとくなる。

従って最適減衰係数は、求められたεにより

$$C_d = 2\varepsilon \sqrt{Mk_1} \quad \dots\dots\dots(5)$$

である。実例として一般国道39号線、端野町に架替中の新

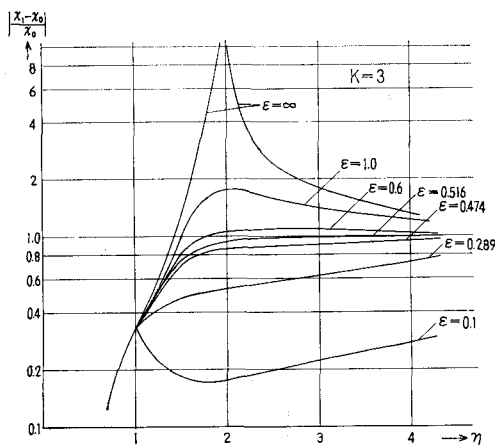


図-7 可動橋脚共振曲線

川橋 (橋長 452.5 m, 幅員 7.0 m, 6 径間連続鋼鈑桁橋, ~2 組) では, $K=2.58$, $C_d=29.2 \times 10^3 \text{ kg/cm/sec}$ である。図-5 より各 K の値に対応する最適減衰比 ε の $|(x_2-x_0)/x_0| \sim \eta$ 曲線を描けば図-6 のごとくなる。定点 P の移動線は図-4 におけるものと同じである。同様にして式(2)より, 可動橋脚の相対変位をとれば

$$\left| \frac{x_1-x_0}{x_0} \right| = \frac{2\varepsilon\eta^3}{\{K^2(1-\eta^2)^2 + (1-\eta^2+K)^2 4\varepsilon^2\eta^2\}^{\frac{1}{2}}} \quad \cdots(6)$$

ε をパラメーターとして $K=3$ の場合の共振曲線は, 図-7 のごとくなる。又各 K の値の最適減衰比 ε に対する $|(x_1-x_0)/x_0| \sim \eta$ 曲線を描けば図-8 のごとくなる。

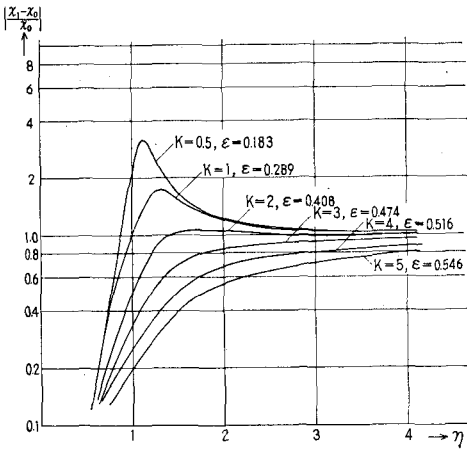


図-8 最適減衰比の $\left| \frac{x_1-x_0}{x_0} \right| \sim \eta$ 曲線 (可動橋脚)

同様にして, 式(2)より速度に比例する減衰装置の相対変位 (ダンパー等のピストン変位) は

$$\left| \frac{x_2-x_1}{x_0} \right| = \frac{\eta^2 K}{\{K^2(1-\eta^2)^2 + 4\varepsilon^2\eta^2(1-\eta^2+K)^2\}^{\frac{1}{2}}} \quad (7)$$

ε をパラメーターとし, $K=3$ の場合の曲線は図-9 の如く

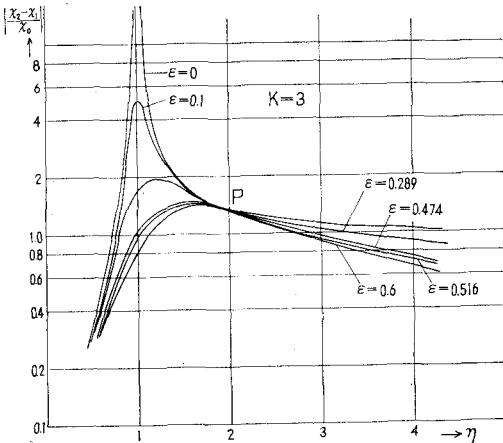


図-9 可動橋脚と上部工の相対変位 (ピストン変位)

なる。

又各 K の値の最適減衰比 ε に対する $|(x_2-x_1)/x_0| \sim \eta$ 曲線は図-10 のごとくなる。

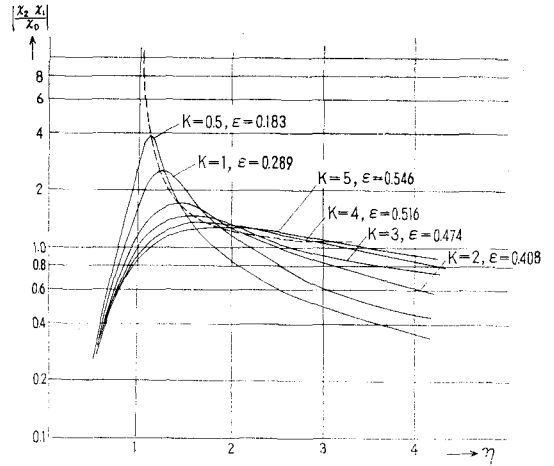


図-10 最適減衰比の $\left| \frac{x_2-x_1}{x_0} \right| \sim \eta$ 曲線

2-2 支承部の摩擦を考慮に入れるとき。

図-2 において摩擦 F が存在するとき式(1)は下記のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 x_2}{dt^2} + k_1(x_2-x_0) + C_d \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) \pm F &= 0 \\ k_2(x_0-x_1) + C_d \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) \pm F &= 0 \end{aligned} \right\} \cdots(8)$$

解を簡単にするため近似値として F を等価粘性減衰係数におきかえる。

$$C_e = \frac{4F}{\pi\omega(x_2-x_1)} \quad \cdots(9)$$

従って式(8)は

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 x_2}{dt^2} + k_1(x_2-x_0) + (C_d + C_e) \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) &= 0 \\ k_2(x_0-x_1) + (C_d + C_e) \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \cdots(10)$$

式(10)は式(1)と全く同様の形式になる。式(1)における ε に対応するものとして

$$\varepsilon' = \frac{C_d + C_e}{C_e} = \frac{\pi\omega C_d(x_2-x_1) + 4F}{\pi\omega C_e(x_2-x_1)} \quad \cdots(11)$$

を用うればよい。従って固定橋脚及び可動橋脚の相対変位を求むるには, 式(3)及び式(6)において ε を ε' におきかえて計算する。但し式中 (x_2-x_1) の項が入るので式(7)より ε に ε' を代入し (x_2-x_1) で整理し, (x_2-x_1) を求むれば式(12)のごとくなる。

$$x_2-x_1 = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \Omega} \quad \cdots(12)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{16F\eta^2(1-\eta^2+K)^2\pi\omega C_d}{K^2(1-\eta^2)^2\pi^2\omega^2 C_e^2 + 4\pi^2\omega^2 C_d^2\eta^2(1-\eta^2+K)^2} \dots (13) \\ \Omega &= \frac{64F^2\eta^2(1-\eta^2+K)^2 - K^2\eta^4\pi^2\omega^2 C_e^2 x_0^2}{K^2(1-\eta^2)^2\pi^2\omega^2 C_e^2 + 4\pi^2\omega^2 C_d^2\eta^2(1-\eta^2+K)^2} \end{aligned} \right\}$$

上式より $(x_2 - x_1)$ は x_0 により変化する。即ち各地点の地震の振幅の記録が必要になる。このようにして求めた $(x_2 - x_1)$ より、固定橋脚及び可動橋脚の共振曲線を描き、P 点で最大になる ε を選び最適減衰係数 C_d を求む。摩擦なき場合と全く同様である。実例として前記の橋梁で x_0 の記録として ELCENTRO の地震の記録 (MAY, 18, 1940) を用いて共振曲線を描けば図-11, 12, 13 のごとくなる。

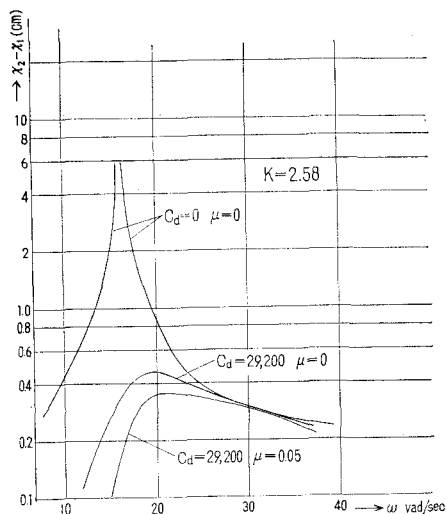


図-11 ピストン変位共振曲線

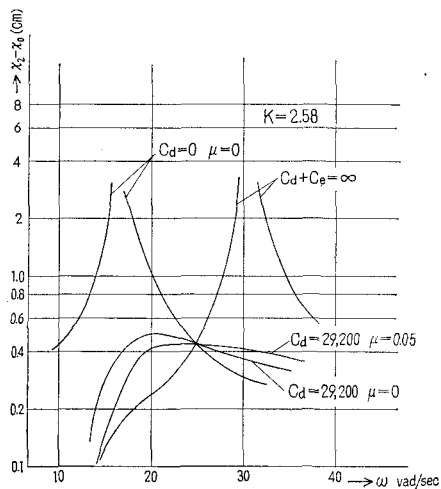


図-12 固定橋脚共振曲線

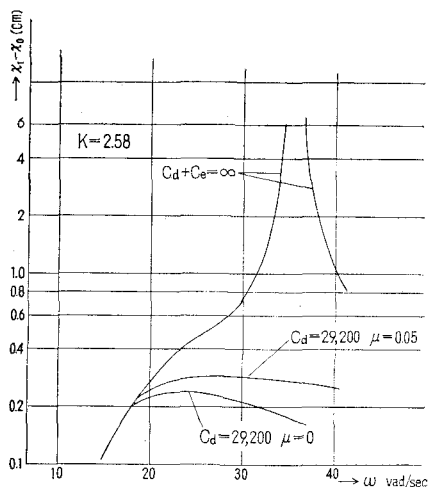


図-13 可動橋脚共振曲線

なわない。例えば図-1 の連続桁において、各可動橋脚が固定橋脚と同じバネ常数 k_1 を有するとき、即ち

$$K = \frac{k_2}{k_1} = \frac{3k_1}{k_1} = 3$$

のとき、図-3 より $\varepsilon=0.1$ を選んだとしたら、 $\eta=1.2$ 附近では、可動橋脚に減衰装置で水平力が分配される以前に、固定橋脚が破壊する。従ってバネの比 K によって最適な減衰比 ε を選ぶ必要がある。

又固定橋脚のバネを非常に小さいものとし、温度等による伸縮には、即ち常時には固定の役割を果し、地震時にはバネが小さいのであまり水平力を分担しないような構造とした場合と逆にバネの大きな、剛な固定橋脚を有する構造とを比較した場合に、即ち前者の例として $K=10$ 、後者の例として $K=1.0$ を比較すれば、固定橋脚の定点 P の座標、最適減衰比、及び最適減衰係数は下表のごとくなる。

K	η	$\frac{x_2-x_0}{x_0}$	ε	C_d
1.0	1.225	3.0	0.289	$0.578\sqrt{Mk_2}$
10.0	2.449	1.2	0.616	$0.3892\sqrt{Mk_2}$

表より、 $K=10$ の時の C_d は、 $K=1$ のときのそれよりも 0.674 倍である。従って固定橋脚のバネが小さい場合には、その大きい場合よりも、減衰能力の小さいものを装着すればよいといえる。何れにしても連続桁の全体の計画をたて、上部が決定すれば、それによって下部を固定と可動橋脚で不釣合でないものを選び、従って K が定まり、それに対応する最適な減衰能力を持つ装置を選ぶ必要があると思われる。

3. 変位に比例する復元力を有する装置

フレンパッド、ゴム、及び SU ダンパー等の変位に比例

2-3 速度に比例する減衰装置についての考察

連続桁において固定と可動橋脚のバネ常数の比 K を考慮することなく任意の減衰係数 C_d を有するものを選んだのでは、共振も起りうるし、又水平力の分配も適切には行

する復元力を有するものは、図-2において $C_d=0$ の場合であり、図-14 の (a) 及び (b) のごとく表わされる。これは速度に比例する減衰装置を有するものとは本質的に相異なるものであり、実際の設計に適用するに際しては、動的取扱いをせず、静的に考えようとするものである。

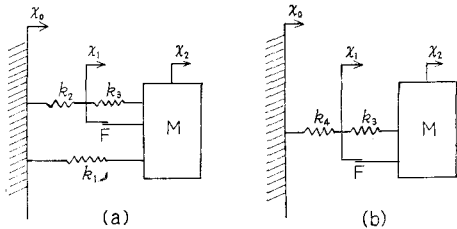


図-14

図-14において摩擦力 F を無視し、バネ常数 $k_1 \sim k_4$ を合成すれば図-15 のごとく表わされる。

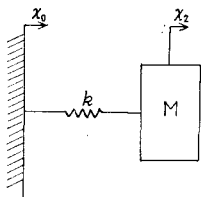


図-15

図-15 より運動の方程式は、

$$M \frac{d^2 x_2}{dt^2} + k (x_2 - x_0) = 0 \dots\dots\dots (14)$$

をなり、これは単なる自由振動である。従って図-14における k_3 なるバネの復元力で、減衰の効果を期待するのではなく、常時における温度変化等では、可動的角色を果し、地震時における水平力や、大きい制動荷重による水平力に対して、固定的角色を果し、それぞれの橋脚に水平力を分

担させようと意図したものである。図-14において摩擦力 F を考慮に入れれば、式(10)において C_e が存在することになり粘性減衰作用があるものとして、振動計算ができる。又 $k_1 \sim k_4$ のバネの内部摩擦等で減衰作用はありうるが、これらはあくまで附属的なことがらである。従って、この種の装置を有する構造は静的解析で次のようなことがらがいえると思う。

- (イ) 橋体の固有振動数と一致した地震動が続けば、共振する。
 - (ロ) 地震等の水平力を、バネ $k_1 \sim k_4$ を考慮に入れて、各橋脚に均等に分配できる。
 - (ハ) この種構造の設計とは、常時における温度等に対しては可動であり、地震時水平力等に対しては固定となるようなバネ k_3 を選ぶテクニックである。
- 又オイルダンパーとゴム等の併用によって、一層効果的な減衰装置も考えられると思う。

4. あとがき

以上、2 型式の減衰装置の動的解析について考慮したが、想定している橋梁地点の地震の記録が何よりもまして必要とされる。又解析に先だち、橋脚の質量を無視して、1 質点系にしたり、橋脚の地中での減衰作用を考慮しなかったりなど、出発の仮定が大いに問題になると思う。これらの検討の結果が果して現実と一致しているか否かについては模型的には確められうるとしても、実際の橋梁を橋軸方向に振動させることは困難であり、疑いを持って今後研究を進めたいと思う。

参 考 文 献

鬼頭史城著 応用数学 (上, 下巻)
 野呂雄吉著 応用数学
 菊地貞博著 橋梁耐震用オイルダンパー