

Rational 公 式 と 洪 水 波 形

正 員 千 田 稔*

中小河川の改修で計画高水流量と波形を決定するに当たって、ほとんど水文資料はもとより、降雨資料も日雨量程度の記録しか得られないことが多い。又、新に調査をする余裕もないため、最も多く用いられているのが Rational 公式である。ここでは物部式と言われる式について検討しようとするものである。

中小河川のはほとんどは 100 km² 以下の小流域面積の河川で、例えば、室蘭土木現業所管内で、今後、河川改修を要する 165 河川についてその流域面積を調べると、第 1 表のように、半数以上が 20 km² 以下の小河川であり、300 km² を越すものは、僅か 8 河川に過ぎない。しかも、流域が大きくなると、各支流の波形を仮定して合成することが多いので、計算対象の河川流域面積は表よりも小さくなる。

表-1

流 域 面 積 (km ²)	河 川 数	流 域 面 積 (km ²)	河 川 数
10 以下	46	150~200	5
10~20	46	200~250	2
20~40	24	250~300	4
40~60	18	300~400	4
60~80	5	400 以上	4
80~100	3		
100~150	4	計	165

1. 物部公式について

一般に物部公式と言われる

$$Q_p = 0.2778 f \cdot r \cdot A = 0.2778 r_e \cdot A$$

の式が最も多く用いられているものである。ここに、 f 及び、 r の決定が peak 流量に大きく影響する。

1. 流出率について 物部式における流出率は、直接流出率であって、総流出率ではない。しかも、流出率は降雨量によって異なり、一般に

$$f = \alpha R_e^n \quad R_e = R - (10 \pm 5) \quad n = 0.40 \sim 0.60$$

である。又、降雨量が同じでも降雨の型によって大きく変わってしまう。それで、今仮に、流出率を次のように分け

ると

$f(R), f(T)$ ……累計降雨 R (T 時間) に対する表面流出率 $\equiv$ 小流域では直接流出率

$g(R), g(T)$ ……累計降雨 R (T 時間) に対する総流出率

$$f(r), f(t) = \frac{R_2 \times f(R=R_2) - R_1 \times f(R=R_1)}{R_2 - R_1}$$

$$R_2 - R_1 = r \quad T_2 - T_1 = t$$

……累計降雨 R_1 (T_1 時) から R_2 (T_2 時) までの降雨 r (t 時間) の平均表面流出率

$g(r), g(t)$ ……同様に平均総流出率

$f(p), g(p)$ ……peak 降雨の $f(r)$ 又は $g(r)$

とし、 $r = 60 \text{ mm}$ の場合は $f(r=60)$ 、 $t = 2$ 時間の場合は $f(t=2)$ と表わすこととする。

物部式に必要な流出率は $f(p)$ である。北海道開発コンサルタント調査の千歳川、漁川及び豊平川の洪水解析に用いた流出率によって、上記の各流出率を試算すると、本書で

$$\text{千歳川} \quad g(R) = 0.038 R_e^{0.5}$$

$$\text{豊平川} \quad f(R) = 0.0187 R_e^{0.6}$$

$$\text{漁 川} \quad f(R) = 0.40 = \text{const.}$$

漁川について降雨量 400 mm に対し $f(R) = 0.40$ とし、千歳川の流出型と同型とすれば

$$f(R) = 0.020 R_e^{0.5}$$

である。漁川と千歳川とは隣接する同地形、地質の流域であるので、漁川の総流出は千歳川と同じ型と考えてよい。

$f(p)$ を求めるには、降雨型を仮定しなければならない。時間雨量強度を物部式

$$C = \frac{1}{24} \left(\frac{24}{t} \right)^{\frac{2}{3}} = 0.3467/t^{\frac{2}{3}}$$

と考え時間分布を決め、ある時間区間の雨に対応する各流出を求めたのが 表-2 である (時間配分は 図-5 参照)。

表より

$$f(T=24) < f(p) < g(T=24)$$

であり一般に

* 北海道室蘭土木現業所

表-2 $g(R)/f(p)$

流出形	T (hr)	R ₂₄ (mm)	(1) f(p)	(2) g(p)	(3) f(t=24)	(4) g(t=24)	(1),(2)/(3),(4)	(4)/(1)
千歳川	4.4	220	—	0.66	—	0.564	0.85	—
"	3.5	174	—	0.59	—	0.501	0.85	—
湧川	4.4	220	0.40 (0.36)	—	0.40 (0.297)	(0.563)	0.82	1.41 (1.57)
"	3.5	174	0.40 (0.32)	—	0.40 (0.264)	(0.502)	0.82	1.26 (1.57)
豊平川	4.4	220	0.56	—	0.475	—	0.85	—
"	3.5	174	0.51	—	0.413	—	0.81	—

$$f(T=24)=0.8\sim 0.9f(p)$$

$$g(T=24)=1.2\sim 1.6f(p)$$

と考えるとよいと思われる。表-2 からわかるように、物部式の f の値は、日雨量 200 mm 前後に対しては、氏の示した値より遙かに小さく、同氏の旧著「水理学」に掲載されている Lauterberg のドイツ・アルプス地方の流出率の方が適合性が高い。千歳川、湧川流域について

滲透層、耕地疎林、平地……………0.35

" " 斜面……………0.45

平均……………0.40

豊平川流域については

滲透能普通、急峻、密林……………0.55

" 斜面、耕地疎林……………0.55

平均……………0.55

では表-2 の値に近いことがわかるであろう。

2. 降雨集中時間 物部氏によって洪水到達時間と言われている降雨集中時間は、在来、多くの式が与えられている。図示すれば 図-1 のようになる。バイエルン地方の公

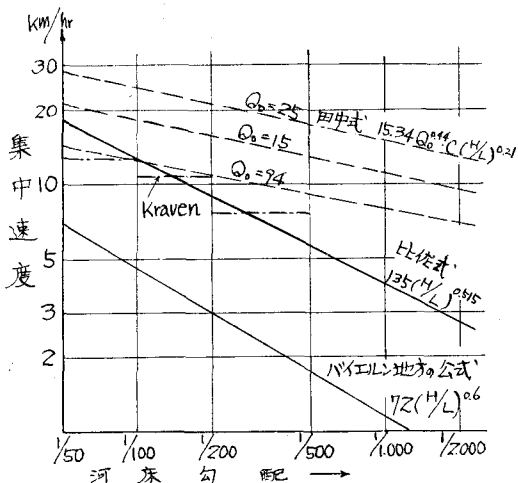


図-1

式は緩流河川では、特に誤差が大きく、他の式はほぼ近似

である。この場合、バイエルン地方の公式を除く各式は、河道流下の時間であるので、山腹を流れて河道に入るまでの時間は別に求めなければならない。利根川、佐波川等の実測より 3~4 km/hr であるので

$$w=3.5 \text{ km/hr}$$

程度である。山腹長は 0.9~1.5 km 程度で山腹長のとり方としては

イ. 溪床勾配の急変する点より山嶺までの距離

ロ. 流域を細分したときの平均流域幅

と考えるとよい。田中為雄氏（広島県）は山腹流下を時間で表わし、平均 0.35 hr としている。距離に換算すると、1.2 km 内外であろう。

洪水到達速度については、所謂、Kraven の与えた値が簡便であり、各式に近い。ただし、河道流下速度については、何れも、河道が整正されたときの値と思われるので、天然河川については大き過ぎるとも考えられる。ある考え方としては、改修計画区間は Kraven 値で求め、それより上流部についてはバイエルン地方の公式を用いた方が適合すると言われているが、それも一つの方法であろう。何れにしても河川の洪水流下速度は 図-2 に示すように変化する

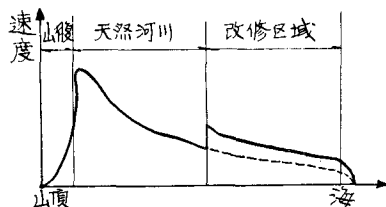


図-2

と考えられるので、集中時間を求めるのは困難である。

これが物部式の欠点であるが、勾配を区分して、Kraven 値により求め、1/1000 以上の勾配については実際に近い速度で求めるべきである。

(例) 豊平川定山溪発電所地点の降雨集中時間

勾配 1/100~1/200 5.4 km/10.8 km/hr=0.50 hr

" 1/100 以上 21.6 km/12.6 km/hr=1.63 hr

山腹 1.2 km/ 3.5 km/hr = 0.34 hr
計 2.47 hr
より $t \approx 2.5$ hr と求める。

3. 雨量強度 降雨集中時間内の雨量強度については、従来、物部氏の式が用いられるとともに、伊藤剛氏の観測値も併用されて来た。しかし、短時間においては、両者に大きな開きがあり、特に2時間以内ではその差が大きい。

苫小牧測候所の過去1年について、80 mm 以上の日雨量を対象に、時間雨量強度を求めると 図-3 のようで、又、室蘭気象台の観測については 表-3 及び 表-4 の通りである。

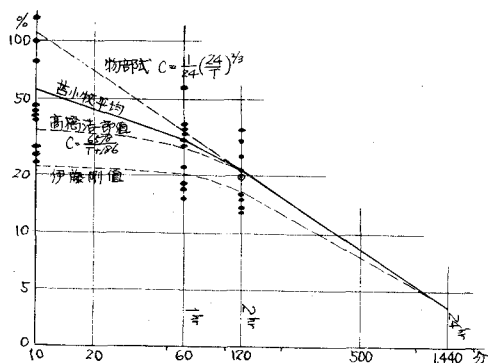


図-3

表-3 室蘭気象台観測降雨

年 月 日	日 雨 量 (mm)	一時間最大 降 水 量 (mm)	一 時 間 雨 量 強 度 (%)
昭18. 7. 30	103.1	49.0	42.7
21. 7. 22	125.1	23.4	18.7
22. 9. 15	116.3	13.3	11.4
25. 7. 15	112.4	—	—
36. 10. 6	63.7	18.6	29.2
37. 8. 9	112.6	28.5	23.2
平 均			25.0

表-4 昭 36. 10. 6 降雨

観 測 所	日 雨 量 (mm)	一時間最大 降 水 量 (mm)	一 時 間 雨 量 強 度 (%)
室 蘭 気 象 台	63.7	18.6	29.2
チマイベツ浄水場	134	27.5	20.5
社台台上苗畑	185	64.9	35.1
社台滝上苗畑	335	75.9	22.7
平 均			26.9

る。これらより、2時間以上については物部式を用い、2時間以内については、高橋浩一郎氏の値より筆者が導いた

$$C = 6579 / (t + 186) \quad (t \text{ は分単位})$$

を用いた方がよい。一般に物部式が過大と考えられているが、本地方にはよく適合する。また、物部式は日雨量に対する時間雨量強度の式であり、伊藤剛氏の値及びそれを式化した飯塚式も日雨量降雨に対するものであるが、むしろ24時間降雨のそれに近い。物部式は日雨量を24時間降雨と同じとしているため、長時間の場合は補正が必要がある。

$$r_{24} = (1.15 \sim 1.30) r_d \quad (r_d \cdots \text{日雨量})$$

であるから、飯塚式を用いても、24時間降雨を対象に求めると、物部式で求めた時間降雨に近いものになる。

4. 実測値又は他計算値との比較

以上より、豊平川水系の物部式による流量計算値と、実測値及び計画高水流量計算値等と比較すると、表-5の通りで、本計算は最大値を与えるようで peak 流量の決定方法としては有効であることが判る。物部式は特に、降雨集中時間が短ければ、雨量強度の変化が少なく、集中時間の計算誤差による相異が少なくなり、流出率が判明しているならば、非常に誤差の少ない計算法である。

表-5 流 量 計 算 (m³/s)

洪 水 名		薄別川	小樽内川	豊 平 川	
				豊 平 川 発電所	定山溪 発電所
S. 36. 7. 27	実測 計算			294	372
				357	489
S. 37. 8. 4	実例 計算			310	457
				325	512
計 画 高 水 量	特 性 曲 線 法	430	479	820	1,234
	貯留関数法 1.	290	241	605	1,206
	" 2.	250	221	435	675
	物 部 式	412	486	832	1,210

2. 洪水波形

中小河川で洪水調節及び内水処理等の計画樹立に際し、洪水波形を求めることは peak 流量すら Rational 公式等で求めている段階であるから、非常に困難である。前述の物部式を用いて、ここに洪水波形の絶対最大値を推定して見よう。

1. 単純三角波形

従来、洪水波形を三角形とした場合、Possenti の値として 500 km² 以下の小流域については、洪水の到達時間を t 、減水時間を λt としたときの λ の値を 3.0 として近似的に求めている。

これを $(1+\lambda)t$ 時間内降雨による流出量の総てを、同時間内の三角波 形に含むものとすれば

$$(1+\lambda)t \cdot Q_p/2 = V \quad (1)$$

ここに

$$Q_p = f(p) \cdot r_t \cdot A \times 10^3 \text{ (m}^3/\text{hr)} \quad (2)$$

小流域では中間及び基底流出が peak 波形に大きな影響を及ぼさないで $(1+\lambda)t$ 時間内の降雨の平均流出率 $f(t=(1+\lambda)t)$ を用いて

$$V = f(t=(1+\lambda)t) \cdot R_{(1+\lambda)t} \cdot A \times 10^3 \text{ (m}^3/\text{hr)} \quad (3)$$

であるから (1) 及び (2) を等式におき

$$r_t = \frac{r_{24}}{24} \left(\frac{24}{t} \right)^n \quad (4)$$

で表わされる場合 $R_{(1+\lambda)t}$ 及び r_t を書きかえると

$$f(p) \times [(1+\lambda)t]^n = 2 \times f(t=(1+\lambda)t) \times t^n$$

$$1+\lambda = \left[2 \times f(t=(1+\lambda)t) / f(p) \right]^{\frac{1}{n}} \quad (5)$$

となる。 $f(t=(1+\lambda)t) / f(p)$ について、表-6 のように計算すると 1.01~1.07 であって、平均 1.05 程度である。(5)

表-6

流出型	日雨量 (mm)	$f(R)$ 又は $g(R)$		(1)	(2)	(2)/(1)
		式	流出率	$f(p)$ or $g(p)$	$f(t=8)$ 又は $g(t=8)$	
豊平川	330	$0.0187 R_e^{0.6}$	0.607	0.756	0.767	1.01
"	220	"	0.441	0.591	0.633	1.07
"	174	"	0.388	0.525	0.545	1.04
千歳川	220	$0.038 R_e^{0.5}$	0.532	0.690	0.728	1.06
"	174	"	0.467	0.604	0.641	1.06
漁川	220	$0.020 R_e^{0.5}$	0.280	0.363	0.382	1.05
"	174	"	0.248	0.322	0.338	1.05

- (註) 1. $f(p)$ 及び $g(p)$ は peak 2 時間に対するもの。
 2. 豊平川 (330 mm) は伊藤式配分に近似している。
 3. その他は物部式配分とした。

式を用い n のそれぞれの値について λ を求めると、表-7 のようになる。直接流出のみを考えれば、物部式による降雨時間配分では $\lambda=2$ が絶対最大値である。また、伊藤氏値による配分では $\lambda=3$ となる。(図-4 参照) 新潟県荻谷田川の波形と言われるものは、この両者の中間値と言える。三角波形は $Q_p/2$ 程度までは利用し得る波形である。

表-7 $f(t=(1+\lambda)t) / f(p)$ と λ の関係

n 値	適用式	λ の 値		
		1.00	1.05	1.10
2/3	物部式	1.83	2.15	2.26
0.60	遠藤式	2.18	2.58	2.72
0.55	伊藤値	2.52	3.00	3.19
0.50	—	3.00	3.41	3.84
0.45	—	3.66	4.47	4.77

2. 複合三角波形

前述の単純三角波形は $Q_p/2$ 程度までの利用度であるので、 $Q_p/3$ 程度まで推定出来る波形として、また、前波形で、各支流の流量を合成して行く場合、合流時差が大きくなると peak 流量が少なく計算されることもあるので、その欠点を補う意味で、 $(1+\lambda)t$ 時間外の波形を求めようとするものである。

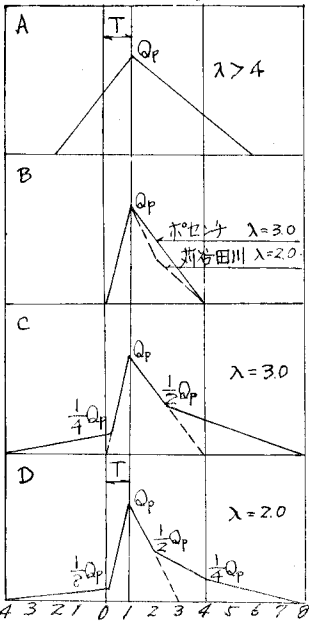


図-4 洪水波型

そのために、先ず、降雨配分を決める必要がある。物部式または伊藤剛値により、単位時間降雨率を計算し peak 降雨より奇数時間の降雨率をその前に、偶数時間のそれを

後に、大きなものから小さなものの順に並べたのが 表-8 及び 表-9 と 図-5 である。

表-8 伊藤剛値による配分

時	配 分 率 (%)	時	配 分 率 (%)
1	2.0	13	12.6
2	2.0	14	5.7
3	2.1	15	4.0
4	2.3	16	3.6
5	2.4	17	3.0
6	2.5	18	2.6
7	2.8	19	2.4
8	3.3	20	2.4
9	3.8	21	2.3
10	4.9	22	2.0
11	7.5	23	2.0
12	19.8	24	2.0

表-9 物部式による配分

時	配 分 率 (%)	時	配 分 率 (%)
1	1.4	13	17.0
2	1.5	14	5.0
3	1.7	15	3.6
4	1.8	16	3.1
5	1.9	17	2.6
6	2.2	18	2.2
7	2.4	19	2.1
8	2.7	20	1.9
9	3.3	21	1.7
10	4.4	22	1.6
11	6.3	23	1.5
12	26.7	24	1.4

(註) 1 時間は高橋値

単純三角波形の底辺 4t 時間 (物部式は 3t であるが、これを荊谷田川波形と考える) の前後それぞれ 4t 時間の降雨の流出量を求める。t = 2 hr で、物部式による配分とすると、

2～9時 17.5%
10～17 68.7 "
18～25 13.8 "

と、降雨を配分することが出来る。一般に流出率は

$$f = \alpha \cdot R_e^n \quad (n = 0.4 \sim 0.6)$$

であるので $n = 0.5$ $R_e = C \cdot R$ とすれば

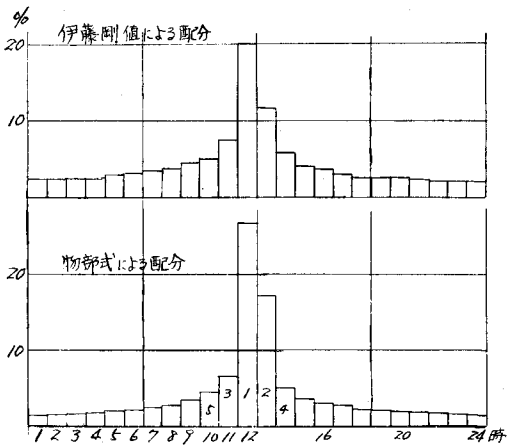


図-5 降雨配分図

$$f = \alpha \cdot R^{0.5} \cdot C^{0.5}$$

となるので、各区分時間の有効雨量を求めると 表-10 のように、各区分時間内の有効雨量の比を求めることが出来

表-10

時 区分	2～9	10～17	18～25	摘 要
r	0.175	0.687	0.138	$\times R_{24}$
$\sum r$	0.175	0.862	1.000	$\times R_{24}$
f	0.418	0.928	1.000	$\times \alpha \cdot R_{24}^{0.5}$
$f \cdot \sum r$	0.073	0.800	1.000	$\times \alpha \cdot R_{24}^{0.5}$
$f \cdot r$	0.073	0.727	0.200	"
比 率	0.10	1.00	0.27	

る。本表のような計算を 1～4 時間について、物部式降雨配分及び伊藤剛氏値降雨配分より求めたのが、表-11 である。この表で

$$r_{36} = 1.1 \times r_{24} \quad r_{48} = 1.2 \times r_{24}$$

と仮定した。

表-11

t 時間	物部式配分			伊藤式配分		
	0～4	4～8	8～12	0～4	4～8	8～12
1 hr	0.14	1.0	0.27	0.21	1.0	0.37
2	0.10	1.0	0.27	0.15	1.0	0.39
3	0.08	1.0	0.25	0.12	1.0	0.37
4	0.09	1.0	0.22	0.12	1.0	0.21
平 均	0.11	1.0	0.25	0.15	1.0	0.34
波 型 配 分	0.125	1.0	0.25	0.22	1.0	0.32

この時間区分有効降雨量を同時に、流出量とすれば、

図-4 (C, D) のような波形を推定することが出来る。単純三角波形部の底辺 4 t 時間の前後の各 4 t 時についても、三角波形状としたものである。

図-4 (C, D) の波形の総流出量は

物部式降雨配分では

$V=2.75 \cdot t \cdot Q_p$

伊藤式

$V=3.50 \cdot t \cdot Q_p$

である。Q_p を物部式で求めて

$$Q_p=f(p) \cdot C_t \cdot r_{24} \cdot A \quad (\text{m}^3/\text{hr})$$

としているから

$$V=g(R) \cdot R \cdot A$$

$$R=C_{12t} \times 12 \times r_{24}$$

より

$$g(R)/f(p)=2.75 C_t/12 \cdot C_{12t}=0.229 C_t/C_{12t}$$

$$\text{又は} 3.50 C_t/12 C_{12t}=0.292 C_t/C_{12t}$$

となる。それぞれ g(R)/f(p) を計算すると、表-12 のようになる。本表で括弧内の数字は 12×t が 24 時間以内であるため、前後三角波形の底辺を 4 t とせず (12-2 t) 時間にとった場合のものである。

表-12 複合三角波形の g(R)/f(p)

t	物 部 式	伊 藤 式
1 hr	0.93 (1.04)	0.94 (1.06)
2	1.20	1.14
3	1.25	1.27
4	1.26	1.33

前節で g(R)/f(p) = 1.2~1.6 としたが、表-11 の数値はほぼそれに近く、又、表-10 のように波形配分が、有効雨量配分とも同じにしてあるので、前述の単純三角波形より実際に近いものと思われる。ただ、流出量を有効降雨量の配分と同時にしたため、本波形は直接流出量の波形に近いものと考えられるので、降雨集中時間 2 時間以内については、減水期 4 t 流出量を 8 t 以上にとっても過大とはならないようである。

3. 実測値又は他計算値との比較 前節で使用した豊平川水系の計算値および実測値と比較すると

1) 昭和 36 年 7 月 26 日波型 降雨は peak が小さく、

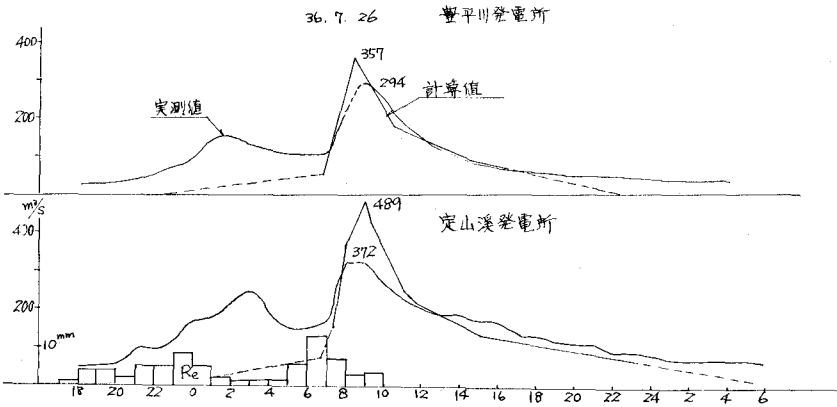


図-6

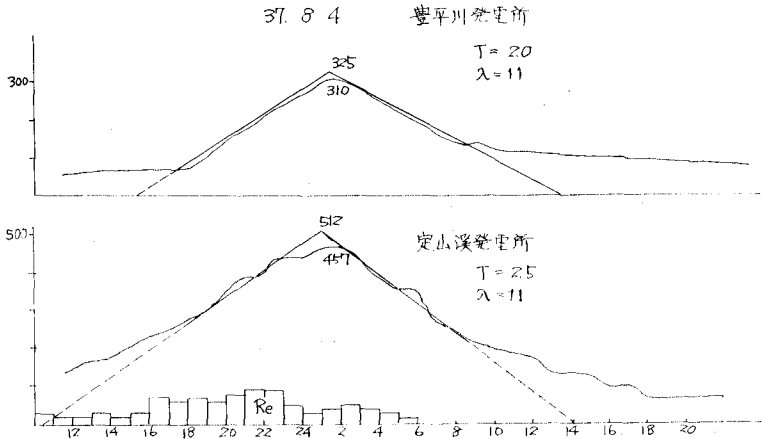


図-7

二つの peak があるが、12 時間について考えると物部配分に近いので、波形 D を適用すると 図-6 のようになる。計算波形は絶対最大値を与えるものとしようとした意図に、添うものであろう。

2) 昭和 37 年 8 月 4 日波形 波形 A に属するもので、降雨配分は 2 時間降雨率 $C_2=0.0934$ で $n=0.325$ であるから

$$1+\lambda = \left[2 \times \frac{f(t=(1+\lambda)t)}{f(p)} \right]^{\frac{1}{n}}$$

$$= (2 \times 1.1)^{\frac{1}{0.325}} = 11$$

となり、増水開始及び減水終了点は不明であるが、11 t を

底辺とする単純三角波形とほぼ一致した形を得る。(図-7)

3) 他計算波形 豊平川計画高水流量を特性曲線法、または、貯留関数法で計算したものと波形 C とを比較したのが、図-8 及び 図-9 である。何れの計算値も異なった形であるが、複合三角波形は、peak 流量については特性曲線法に減水曲線は貯留関数法に近く、両者の中間値に位することが判る。

4) 応用 一般河川について、複合三角波形を用いて求めた例が 図-10 及び 図-11 であって、従来の Possenti の波形と異なる形となることが知られよう。この波形を用いて $2 \cdot Q_p/3$ 以内の洪水 cut 等に利用出来るものと思われる。

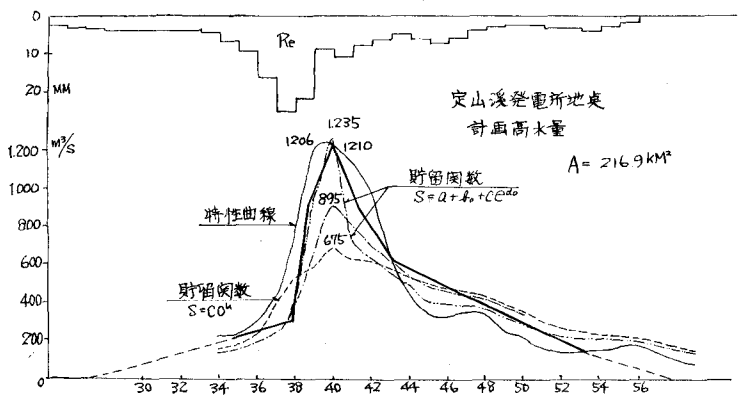


図-8

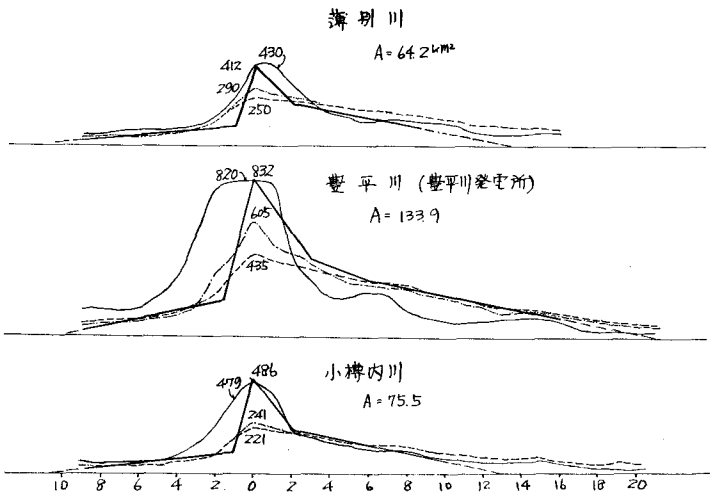


図-9

結 び

流域平均降雨、流出率及び流量等が確実に把握されている河川が少なく、又、資料収集が不足で、比較河川が乏しいため決定的解答となり得ない恨みがあるが、次の諸点を

以って結論とする。

1. $Q_p = \frac{1}{3.6} f \cdot r \cdot A$ を用いて peak 流量を求めるには、
 - a. 流出率は Lauterberg のそれを用いる。
 - b. 降雨集中時間は、Kraven 値により勾配区分して

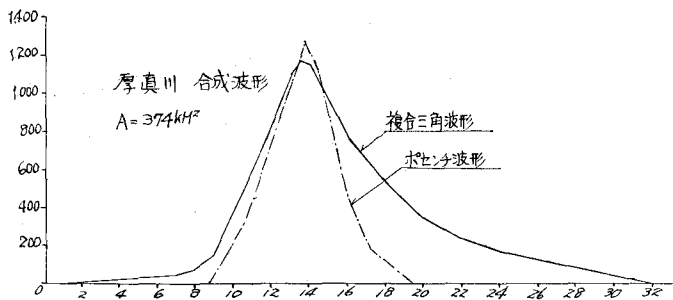


図-10

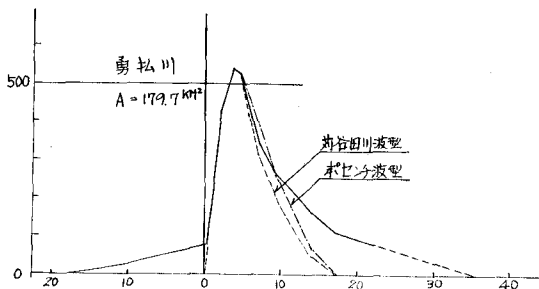


図-11

計算し、山腹流下時間を加える。

c. 雨量強度は物部式による。(2時間以上)

2. 洪水波形については、

a. 単純三角波形の場合は苅谷田川波形

b. 複合三角波形の場合は

$-4t$	$Q=0$
$0t$	$Q=Q_p/8$
$1t$	$Q=Q_p$
$2t$	$Q=Q_p/2$
$4t$	$Q=Q_p/4$
$8t \sim 12t$	$Q=0$

とする。

以上、結論を急いだきらいがあるが、今後に検討を加え
るとともに、諸先輩の御教導をお願いする次第である。

以 上