

ねじり剛性ある主桁をもつ格子桁の実験的研究

正員 北大教授 工博 今 俊 三
 正員 北大助教授 工博 渡 辺 昇
 正員 北 大 菅 原 登
 正員 北 大 稼 農 知 徳

1. 実験の目的

最近の橋は上路形式を主として採用するため、格子桁構造の橋が多くなってきている。特にねじり剛性ある主桁をもつ格子桁の解析は多次不静定構造であるため相当に厄介である。このような格子桁の計算で考えられるのは Guyon-massonnet による直交異方性板としての解析法と Homberg による格子桁としての解析法とである。

今回は図-1のような格子桁を室内実験用に作り、その載荷実験を通して Guyon-massonnet による解と Homberg による解との両者に対して比較を行なってみた。

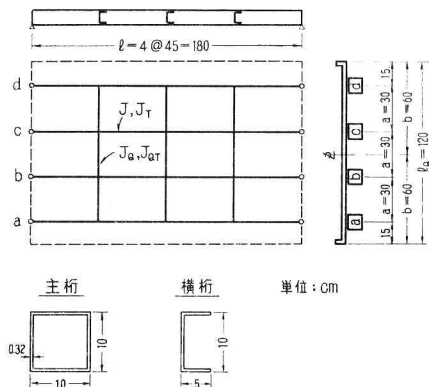


図-1

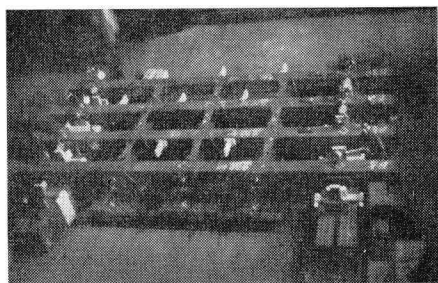


写真-1

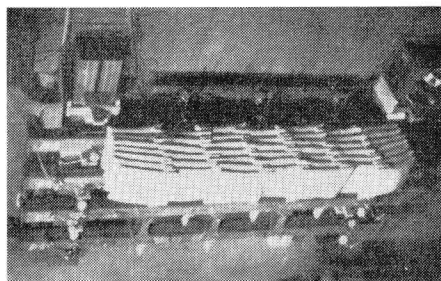


写真-2

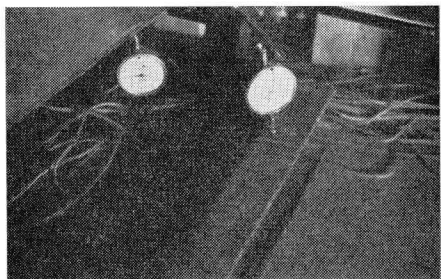


写真-3

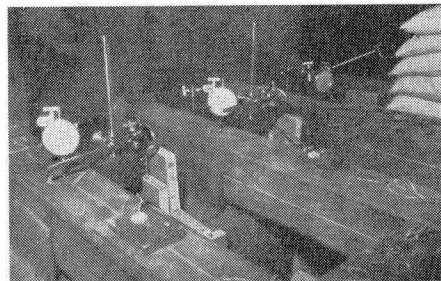


写真-4

2. Guyon-Massonnet の方法

断面諸元は図-1から次のように与えられ

$$J = \text{主桁断面二次モーメント} = \frac{1}{12} (10 \times 10^3 - 9.36 \times 9.36^3) = 194 \text{ cm}^4$$

$$J_Q = \text{横断面二次モーメント} = \frac{1}{2} \cdot J$$

$$= \frac{1}{2} \times 194 = 97 \text{ cm}^4$$

$$J_T = \text{主桁ねじり抵抗モーメント} = \frac{1}{3} \sum b t^3 + \frac{4 I^2}{\phi \frac{ds}{t}}$$

$$= \frac{1}{3} (2 \times 10 \times 0.32^3 + 2 \times 9.36 \times 0.32^3)$$

$$+ \frac{4 \times 9.68^4}{2 \times \frac{10}{0.32} + 2 \times \frac{9.36}{0.32}} = 290.6 \text{ cm}^4$$

$$J_{QT} = \text{横桁ねじり抵抗モーメント} = \frac{1}{3} \sum b t^3$$

$$= \frac{1}{3} (10 \times 0.32^3 + 2 \times 4.68 \times 0.32^3) = 0.6 \text{ cm}^4$$

$$E = \text{鋼材弾性係数} = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$G = \text{鋼材せん断弾性係数} = 0.81 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

となる。このときの曲げ剛性係数 θ 、およびねじり剛性係数 α は次の式から算出される。

$$\theta = \frac{b^4}{I} \sqrt{\frac{EJ \cdot \lambda}{EJ_Q \cdot a}} = \frac{60^4}{180} \sqrt{\frac{194 \times 45}{97 \times 30}} = 0.439$$

$$\alpha = \frac{\frac{G \cdot J_T}{a} + \frac{G \cdot J_{QT}}{\lambda}}{2 \sqrt{\frac{EJ}{a} \cdot \frac{EJ_Q}{\lambda}}}$$

$$= \frac{\frac{0.81 \times 10^6 \times 290.6}{30} + \frac{0.81 \times 10^6 \times 0.6}{45}}{2 \sqrt{\frac{2.1 \times 10^6 \times 194}{30} \times \frac{2.1 \times 10^6 \times 97}{45}}} = 0.501$$

この θ 、 α から主桁の分配係数 $K_a = K_0 + (K_1 - K_0) \sqrt{\alpha}$ 、ならびに横桁の分配係数 $\mu_a = \mu_0 + (\mu_1 - \mu_0) \sqrt{\alpha}$ を求めると表-1 から表-10 までの計算のとおりである。

表 - 1

荷重位置	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.75	0.89	1.02	1.12	1.17	1.12	1.02	0.89	0.75
$\frac{b}{4}$	0.08	0.35	0.62	0.88	1.11	1.29	1.39	1.45	1.49
$\frac{b}{2}$	-0.52	-0.13	0.24	0.62	1.02	1.42	1.79	2.10	2.41
$\frac{3b}{4}$	-1.06	-0.60	-0.14	0.34	0.88	1.46	2.09	2.77	3.42
b	-1.63	-1.07	-0.51	0.08	0.75	1.52	2.41	3.43	4.52

表 - 2

荷重位置	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.90	0.94	1.00	1.05	1.08	1.05	1.00	0.94	0.90
$\frac{b}{4}$	0.73	0.81	0.88	0.96	1.05	1.11	1.12	1.10	1.09
$\frac{b}{2}$	0.62	0.68	0.77	0.87	1.00	1.13	1.23	1.28	1.33
$\frac{3b}{4}$	0.53	0.62	0.70	0.81	0.95	1.11	1.29	1.46	1.61
b	0.46	0.53	0.63	0.74	0.90	1.09	1.33	1.60	1.91

表 - 3

荷重位置	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.15	0.05	-0.02	-0.07	-0.09	-0.07	-0.02	0.05	0.15
$\frac{b}{4}$	0.65	0.46	0.26	0.08	-0.06	-0.18	-0.27	-0.35	-0.40
$\frac{b}{2}$	1.14	0.81	0.53	0.25	-0.02	-0.29	-0.56	-0.82	-1.80
$\frac{3b}{4}$	1.59	1.22	0.84	0.47	0.07	-0.35	-0.80	-1.31	-1.81
b	2.09	1.06	1.14	0.66	0.15	-0.43	-1.08	-1.83	-2.61

表 — 4

 $[(K_1 - K_0)\sqrt{\alpha}]$

荷重位置	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.11	0.04	-0.01	-0.05	-0.06	-0.05	-0.01	0.04	0.11
$\frac{b}{4}$	0.46	0.33	0.18	0.06	-0.04	-0.13	-0.19	-0.25	-0.28
$\frac{b}{2}$	0.81	0.57	0.38	0.18	-0.01	-0.21	-0.40	-0.58	-1.27
$\frac{3b}{4}$	1.13	0.86	0.59	0.33	0.05	-0.25	-0.57	-0.93	-1.28
b	1.48	1.13	0.81	0.47	0.11	-0.30	-0.76	-1.30	-1.85

表 — 5

 $[K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0)\sqrt{\alpha}]$

荷重位置	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.86	0.93	1.01	1.07	1.11	1.07	1.01	0.93	0.86
$\frac{b}{4}$	0.54	0.68	0.80	0.94	1.07	1.16	1.20	1.20	1.21
$\frac{b}{2}$	0.29	0.44	0.62	0.80	1.01	1.21	1.39	1.52	1.14
$\frac{3b}{4}$	0.02	0.26	0.45	0.67	0.93	1.21	1.52	1.84	2.14
b	-0.15	0.06	0.30	0.55	0.86	1.22	1.65	2.13	2.67

表 — 6

 $[\mu_0]$

荷重位置	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	-0.219	-0.111	-0.003	0.110	0.232	0.110	-0.003	-0.111	-0.219
$\frac{b}{2}$	-0.078	-0.047	-0.017	0.016	0.052	0.093	0.138	-0.063	-0.262
$\frac{3b}{4}$	-0.0225	-0.0140	-0.0060	0.0025	0.0125	0.0235	0.0360	0.0500	-0.1850

表 — 7

 $[\mu_1]$

荷重位置	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	-0.091	-0.056	-0.014	0.049	0.149	0.049	-0.014	-0.056	-0.091
$\frac{b}{2}$	-0.058	-0.050	-0.040	-0.023	0.004	0.052	0.133	0.010	-0.089
$\frac{b}{4}$	-0.0340	-0.0310	-0.0275	-0.0220	-0.0115	0.0075	0.0410	0.0995	-0.0630

表 — 8

 $[\mu_1 - \mu_0]$

荷重位置	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.128	0.055	-0.011	-0.061	-0.083	-0.061	-0.011	0.055	0.128
$\frac{b}{2}$	0.020	-0.003	-0.023	-0.039	-0.048	-0.041	-0.005	0.073	0.173
$\frac{3b}{4}$	-0.0115	-0.0170	-0.0215	-0.0245	-0.0240	-0.0160	0.0050	0.0495	0.1220

表 - 9

荷重位置 $[(\mu_1 - \mu_0)\sqrt{\alpha}]$	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.091	0.039	-0.008	-0.043	-0.059	-0.043	-0.008	0.039	0.091
$\frac{b}{2}$	0.014	-0.002	-0.016	-0.028	-0.034	-0.029	-0.004	0.552	0.122
$\frac{3b}{4}$	-0.0081	-0.0120	-0.0152	-0.0173	-0.0170	-0.0113	0.0035	0.0350	0.0864

表 - 10

荷重位置 $[\mu_2 = (\mu_1 - \mu_0)\sqrt{\alpha}]$	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	-0.128	-0.072	-0.011	0.067	0.173	0.067	-0.011	-0.072	-0.128
$\frac{b}{2}$	-0.064	-0.049	-0.033	-0.012	0.018	0.064	0.134	-0.011	-0.140
$\frac{3b}{4}$	-0.0306	-0.0260	-0.0212	-0.0149	-0.0045	0.0122	0.0395	0.0850	-0.0986

上記の表-5から主桁 a, b, c, d の各々の K_a 図あるいは表-10から横桁の任意点の μ_a 図が得られ、これを基本

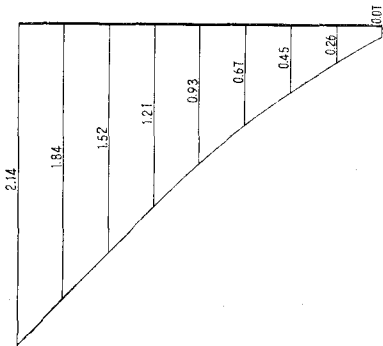
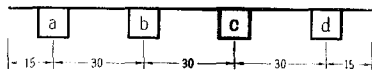


図-2 主桁 a における K_a

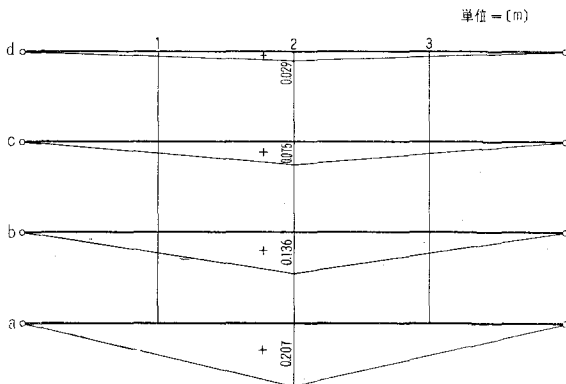


図-3 主桁 a の支間中央における
曲げモーメント影響面

として曲げモーメントやたわみ等の影響線を容易に描くことができる。今、一例として主桁 a の $l/2$ 点、横桁の $l/2$ 点についてのみものを示すと図-2から図-5までのようになる。具体的に述べれば主桁 a の支間中央における曲げモーメント影響線は $x = \frac{l}{2}$, $\xi = \frac{l}{2}$ に対する平均影響線縦距 $m_0\left(\frac{l}{2}, \frac{l}{2}\right) = \frac{1}{n} \cdot \frac{l}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{1.80}{4} = 0.1125 \text{ m}$ を図-2の各主桁位置の数値に乗じて図-3のように描かれ、たわみ影響

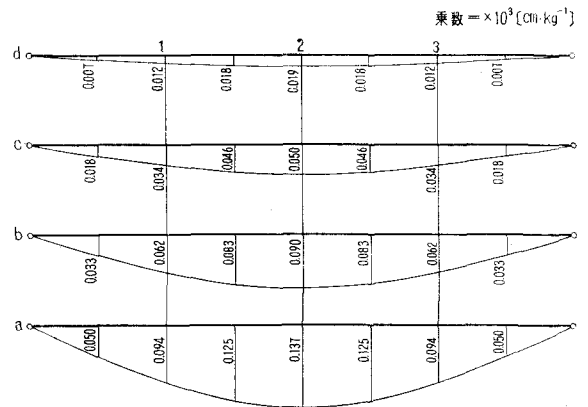


図-4 主桁 a の支間中央におけるたわみ影響面

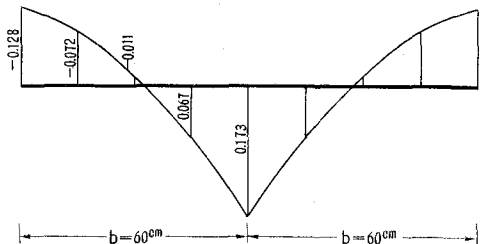


図-5 横桁 $f=0$ における μ_a

線は $x = \frac{l}{2}$, $\xi = \frac{l}{2}$ に対する平均影響線縦距 $\delta^0\left(\frac{l}{2}, \frac{l}{2}\right) = \frac{1}{n} \cdot \frac{l^3}{49EJ} = \frac{1}{4} \times \frac{190^3}{48 \times 2.1 \times 10^6 \times 194} = 0.2982 \times 10^{-3} \text{ cm}$ を図-2の各主桁位置の数値に乗じて図-4のように描かれる。このようにして主桁 a の任意の点の影響線が得られる。主桁 b, c, d についても同様にして描くことができる。ここで主桁 a に鉛玉の袋 (写真-2 参照) $q = \frac{1.5 \text{ t}}{1.8 \text{ m}} = 0.8333 \text{ t/m}$ を満載したときまたは主桁 b に $q = 0.8333 \text{ t/m}$ を満載したときの各点の曲げモーメント、たわみを影響線から求め理

論値を示すと表-11、表-12の通りとなる。また支間中央の横桁 $l/2$ 点における曲げモーメントの理論値は主桁 a に $q = \frac{1.5 \text{ t}}{0.1 \text{ m} \times 1.8 \text{ m}} = 8.333 \text{ t/m}^2$ を満載したときには

$$\begin{aligned} M_g &= \lambda \cdot b \cdot \sum \mu_a \cdot \frac{2q}{l} \sum \sin \frac{n\pi\xi}{l} \frac{\sin n\pi x}{l} \\ &= \lambda \cdot b \cdot \sum \mu_a \cdot \frac{4q}{\pi} \cdot \sum \frac{\sin \pi x}{l} \\ &= 0.45 \times 0.60 \times \left\{ - \frac{(0.094 + 0.054) \times 0.1}{2} \right\} \\ &\quad \times 1,000 = -0.02121 \text{ t}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

表-11 主桁 a または b に $q = 8.333 \text{ kg/cm}$ を満載したときの主桁の曲げモーメント 単位=[kg・cm]

主桁 載荷状態 $\frac{x}{l}$	a		b		c		d	
	a 桁載荷	b 桁載荷	a 桁載荷	b 桁載荷	a 桁載荷	b 桁載荷	a 桁載荷	b 桁載荷
$\frac{1}{4}$	11620	7647	7572	7347	4273	5923	1649	4273
$\frac{1}{2}$	15519	10204	10121	9821	5773	7947	2174	5623
$\frac{3}{4}$	11620	7647	7572	7347	4273	5923	1649	4273

表-12 主桁 a または b に $q = 8.333 \text{ kg/cm}$ を満載したとき主桁のたわみ 単位[cm]

主桁 載荷状態 $\frac{x}{l}$	a		b		c		d	
	a 桁載荷	b 桁載荷	a 桁載荷	b 桁載荷	a 桁載荷	b 桁載荷	a 桁載荷	b 桁載荷
$\frac{1}{8}$	0.049	0.032	0.032	0.031	0.018	0.025	0.007	0.018
$\frac{1}{4}$	0.090	0.059	0.059	0.057	0.033	0.046	0.013	0.033
$\frac{3}{8}$	0.118	0.077	0.077	0.074	0.043	0.060	0.017	0.043
$\frac{1}{2}$	0.127	0.084	0.083	0.080	0.047	0.065	0.018	0.046
$\frac{5}{8}$	0.118	0.077	0.077	0.074	0.043	0.060	0.017	0.043
$\frac{3}{4}$	0.090	0.059	0.059	0.057	0.033	0.046	0.013	0.033
$\frac{7}{8}$	0.049	0.032	0.032	0.031	0.018	0.025	0.007	0.018

表-13 主桁 a または b に $q = 0.8333 \text{ kg/cm}^2$ を満載したときの横桁の曲げモーメント 単位=[kg・cm]

横桁 載荷状態 $\frac{x}{l_0}$	1		2		3	
	a 桁載荷	b 桁載荷	a 桁載荷	b 桁載荷	a 桁載荷	b 桁載荷
$\frac{1}{8}$	1305	233	1846	330	1305	233
$\frac{1}{4}$	- 192	1358	- 272	1920	- 192	1358
$\frac{1}{2}$	-1490	1398	-2121	1978	-1490	1398
$\frac{3}{4}$	-1013	- 243	-1433	- 344	-1013	- 243
$\frac{7}{8}$	- 533	- 294	- 754	- 416	- 533	- 294

このようにして横桁 1, 2, 3 各点の曲げモーメントが求まり、主桁 b に $q=8.333 \text{ t/m}^2$ を満載したときの各点の曲げモーメントも同様に求めることができる。その理論値を示すと表-13 の通りである。

3. Homberg の方法

曲げ格子剛度 $z = \left(\frac{l}{2a}\right)^3 \frac{J_Q}{J}$, ねじり格子剛度 $z_T = \frac{l}{8a} \frac{EJ_Q}{GJ_T}$ とするとき横桁 3 本をもつ直角格子桁の影響面の計算に必要な諸数表は表-14 から表-17 までの通りである。

表—14 組荷重, 組モーメント $\alpha_{h(n)}$, 係数 $\mu(n)$, 曲げ格子剛度 $z(n)$, ねじり格子剛度 $z_T(n)$

n	$\alpha_{1(n)}$	$\alpha_{2(n)}$	$\alpha_{3(n)}$	$\mu(n)$	$z(n) : z$	$z_T(n) : z_T$
1	0.707107	1	0.707107	0.5	1.9722	1.7071
2	1	0	-1	0.5	0.1250	0.5
3	-0.707107	1	-0.707107	0.5	0.0277	0.2929

表—15 主桁 k の点 u に移動垂直荷重 $P=1$ があるときの影響面

主桁 i の断面力

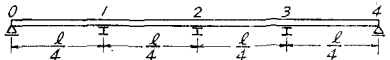
曲げに関する係数			$\cdot \mu_{(1)} \nu_{u(1)} C_{ik(1)}$	$\cdot \mu_{(2)} \nu_{u(2)} C_{ik(2)}$	$\cdot \mu_{(3)} \nu_{u(3)} C_{ik(3)}$
たわみ	$w_{ix,ku} =$	$w_{ix,kn}^0 =$	$+w_{ix,i(1)}$	$+w_{ix,i(2)}$	$+w_{ix,i(3)}$
う角	$\varphi_{ix,ku} =$	$\varphi_{ix,kn}^0 =$	$+\varphi_{ix,i(1)}$	$+\varphi_{ix,i(2)}$	$+\varphi_{ix,i(3)}$
曲げモーメント	$M_{ix,ku} =$	$M_{ix,kn}^0 =$	$+M_{x(1)}$	$+M_{x(2)}$	$+M_{x(3)}$
せん断力	$Q_{ix,ku} =$	$Q_{ix,kn}^0 =$	$+Q_{x(1)}$	$+Q_{x(2)}$	$+Q_{x(3)}$
格点力	$K_{ix,ku} =$	—	$+\alpha_{h(1)}$	$+\alpha_{h(2)}$	$+\alpha_{h(3)}$
ねじりに関する係数			$\cdot \mu_{(1)} \nu_{u(1)} D_{ik(1)}$	$\cdot \mu_{(2)} \nu_{u(2)} D_{ik(2)}$	$\cdot \mu_{(3)} \nu_{u(3)} D_{ik(3)}$
ねじり角	$\vartheta_{ix,ku} =$	—	$+\vartheta_{ix,i(1)}$	$+\vartheta_{ix,i(2)}$	$+\vartheta_{ix,i(3)}$
ねじりモーメント	$T_{ix,ku} =$	—	$+T_{x(1)}$	$+T_{x(2)}$	$+T_{x(3)}$
格点モーメント	$M_{ih,ku} =$	—	$+\alpha_{h(1)}$	$+\alpha_{h(2)}$	$+\alpha_{h(3)}$

横桁 h の断面力

係数			$\cdot \mu_{(1)} \nu_{u(1)} \alpha_{h(1)}$	$\cdot \mu_{(2)} \nu_{u(2)} \alpha_{h(2)}$	$\cdot \mu_{(3)} \nu_{u(3)} \alpha_{h(3)}$
断面力 $S=w, \varphi, M$ 及び Q	$S_{hy,ku} =$	—	$+S_{yk(1)}$	$+S_{yk(2)}$	$+S_{yk(3)}$

$i, k=a \cdots m; h=1, 2, 3; 0 \leq x, u \leq l; 0 \leq y \leq l_Q$

表 — 16



	j	0			1			2			3			4	係 数
	x/l 又は u/l	0	1/12	1/6	1/4	1/3	5/12	1/2	7/12	2/3	3/4	5/6	11/12	1	
1	$w_{ix,i(1)}$	0	10.617	20.534	29.054	35.547	39.655	41.089	39.655	35.547	29.054	20.534	10.617	0	$l^3/1000 EJ_i$
2	$w_{ix,i(2)}$	0	1.254	2.218	2.604	2.218	1.254	0	-1.254	-2.218	-2.604	-2.218	-1.254	0	$l^3/1000 EJ_i$
3	$w_{ix,i(3)}$	0	-0.296	-0.472	-0.408	-0.054	0.372	0.578	0.372	-0.054	-0.408	-0.472	-0.296	0	$l^3/1000 EJ_i$
4	$M_{x(1)}$	0	0.1006	0.2012	0.3018	0.3434	0.3851	0.4268	0.3851	0.3434	0.3018	0.2012	0.1006	0	l
5	$M_{x(2)}$	0	0.0417	0.0833	0.1250	0.0833	0.0417	0	-0.0417	-0.0833	-0.1250	-0.0833	-0.0417	0	l
6	$M_{x(3)}$	0	-0.0173	-0.0345	0.0518	-0.0101	0.0316	0.0732	0.0316	-0.0101	-0.0518	-0.0345	-0.0173	0	l

	j	0				1				2				3				4	係 数
		x/l 又は u/l	0	1/12	1/6	1/4	1/3	5/12	1/2	7/12	2/3	3/4	5/6	11/12	1				
7	$\vartheta_{ix, \xi(1)}$	0	0.1006	0.2012	0.3018	0.3435	0.3851	0.4268	0.3851	0.3434	0.3018	0.2012	0.1006	0	l/GJ_{Ti}				
8	$\vartheta_{ix, \xi(2)}$	0	0.0417	0.0833	0.1250	0.0833	0.0417	0	-0.0417	-0.0833	-0.1250	-0.0833	-0.0417	0	l/GJ_{Ti}				
9	$\vartheta_{ix, \xi(3)}$	0	-0.0173	-0.0345	-0.0518	-0.0101	0.0316	0.0732	0.0316	-0.0101	-0.0518	-0.0345	-0.0173	0	l/GJ_{Ti}				
10	$\nu_{u(1)}$	0	0.2584	0.4997	0.7071	0.8651	0.9651	1	0.9651	0.8651	0.7071	0.4997	0.2584	0					
11	$\nu_{u(2)}$	0	0.4815	0.8519	1	0.8519	0.4815	0	-0.4815	-0.8519	-1	-0.8519	-0.4815	0					
12	$\nu_{u(3)}$	0	-0.5123	-0.8172	-0.7071	-0.0927	0.6434	1	0.6434	-0.0927	-0.7071	-0.8172	-0.5123	0					
13	$F_{(1)}=0.636\,l, \quad F_{(2)}=0, \quad F_{(3)}=-0.174\,l, \quad F_{(1)}^{\bullet}=0.604\,l, \quad F_{(2)}^{\bullet}=0, \quad F_{(3)}^{\bullet}=0.104\,l$																		

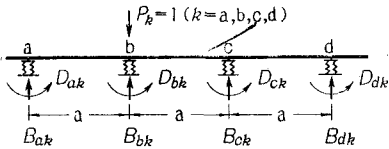


表 - 17

			係 数					分 母
			$\cdot z^2 z_T$	$\cdot z z_T^2$	$\cdot z z_T$	$\cdot z^2$	$\cdot z$	
支 点 反 力 B_{ak}	$B_{aa}-1=\begin{Bmatrix} + \\ + \end{Bmatrix}$	$B_{ad}=\begin{Bmatrix} + \\ - \end{Bmatrix}$	-4	- 4 - 6	- 4 - 4	-1	-1/2 -1/4	$: N_1$ $: N_2$
	$B_{ab}=\begin{Bmatrix} + \\ + \end{Bmatrix}$	$B_{ac}=\begin{Bmatrix} + \\ - \end{Bmatrix}$		+ 4 +18	+ 4 + 7		+1/2 +1/4	$: N_1$ $: N_2$
支 点 反 力 B_{bk}	$B_{ba}=\begin{Bmatrix} + \\ + \end{Bmatrix}$	$B_{bd}=\begin{Bmatrix} + \\ - \end{Bmatrix}$		+ 4 +18	+ 4 + 7		+1/2 +1/4	$: N_1$ $: N_2$
	$B_{bb}-1=\begin{Bmatrix} + \\ + \end{Bmatrix}$	$B_{bc}=\begin{Bmatrix} + \\ - \end{Bmatrix}$	-4	- 4 -54	- 4 -18	-1	-1/2 -3/4	$: N_1$ $: N_2$
支 点 反 力 モーメント D_{ak}	$\frac{1}{a} D_{aa}=\begin{Bmatrix} + \\ + \end{Bmatrix}$	$\frac{1}{a} D_{ad}=\begin{Bmatrix} + \\ - \end{Bmatrix}$	-3		- 2 - 2	-1/2	-1/4 -1/8	$: N_1$ $: N_2$
	$\frac{1}{a} D_{ab}=\begin{Bmatrix} + \\ + \end{Bmatrix}$	$\frac{1}{a} D_{ac}=\begin{Bmatrix} + \\ - \end{Bmatrix}$	-1		+ 2 + 3		+1/4 +1/8	$: N_1$ $: N_2$
支 点 反 力 モーメント D_{bk}	$\frac{1}{a} D_{ba}=\begin{Bmatrix} + \\ + \end{Bmatrix}$	$\frac{1}{a} D_{bd}=\begin{Bmatrix} + \\ - \end{Bmatrix}$	-3		- 1 -1/2	-1	-1/4 -1/8	$: N_1$ $: N_2$
	$\frac{1}{a} D_{bb}=\begin{Bmatrix} + \\ + \end{Bmatrix}$	$\frac{1}{a} D_{bc}=\begin{Bmatrix} + \\ - \end{Bmatrix}$	-1		+ 1 -3/2	-1/2	+1/4 -1/8	$: N_1$ $: N_2$

分母: $N_1=16\,zz_T^2+40\,z_T^2+16\,zz_T+10\,z_T+2\,z+1/2$
 $N_2=8\,z^2z_T+120\,zz_T^2+44\,zz_T+2\,z^2+36\,z_T^2+2\,z+7\,z_T+1/4$

断面諸元:

実験桁の断面諸元は前述の通りであるから $J_Q/J=0.5$
 $J_Q/J=0.334, \quad E/G=2.6, \quad z=\left(\frac{l}{2a}\right)^3 \frac{J_Q}{J}=\left(\frac{180}{2 \times 30}\right)^2 \times 0.5=13.5$
 $z_T=\frac{l}{8a} \frac{E}{G} \frac{J_Q}{J_T}=\frac{180}{8 \times 30} \times 2.6 \times 0.334=0.65$ となり従って $z(n), z_T(n)$ は表-14 から表-18 の様になる。

支点反力 B_{ik}, C_{ik} 及び支点反力モーメント D_{ik} の値は表-17 より計算するか又は文献数表より得られる。今計算

表 - 18

n	1	2	3
$z(n)$	26.6	1.7	0.4
$z_T(n)$	1.0	0.3	0.2

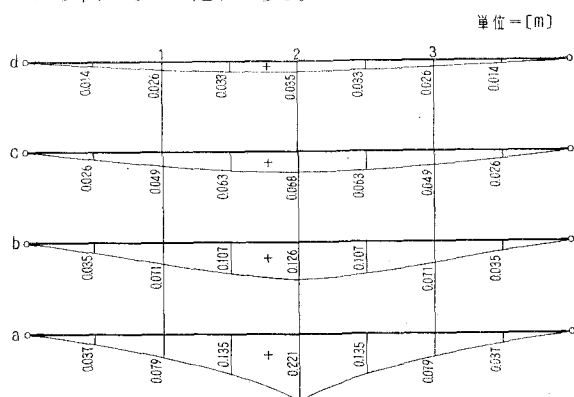
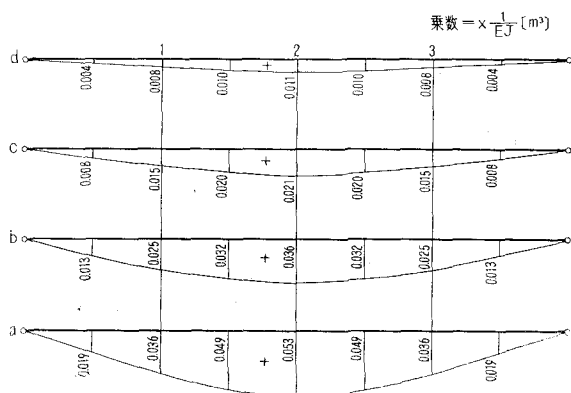
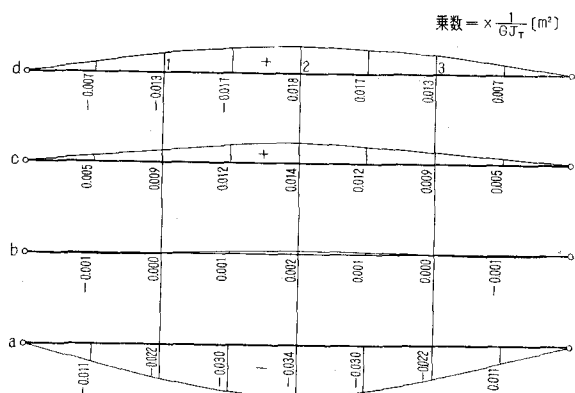
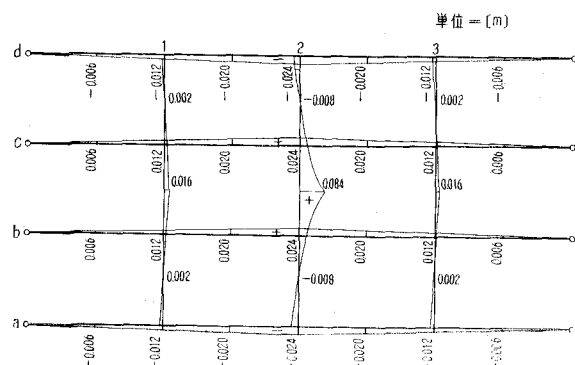
により算出した値を示すと表-19 の通りである。
 (但し $C_{ik(n)}=B_{ik(n)}, \quad C_{ik(n)}=B_{ik(n)}-1$ 。)

表 19

	主桁 a	主桁 b	主桁 c	主桁 d
$B_{ak(1)}$	0.4330	0.2950	0.1785	0.0936
$B_{ak(2)}$	0.6782	0.2740	0.0579	-0.0101
$B_{ak(3)}$	0.8283	0.1861	-0.0036	-0.0109
$B_{bk(1)}$	0.2950	0.2887	0.2378	0.1785
$B_{bk(2)}$	0.2740	0.4328	0.2352	0.0579
$B_{bk(3)}$	0.1861	0.6195	0.1980	-0.0036
$D_{ak(1)}$	-0.0847	0.0026	0.0350	0.0471
$D_{ak(2)}$	-0.0459	0.0248	0.0164	0.0048
$D_{ak(3)}$	-0.0238	0.0199	0.0044	-0.0001
$D_{bk(1)}$	-0.0845	-0.0183	0.0392	0.0636
$D_{bk(2)}$	-0.0419	-0.0025	0.0291	0.0153
$D_{bk(3)}$	-0.0188	-0.0000	0.0169	0.0020

断面力影響面:

断面力影響面は表-14から表-19までを計算すれば直ちに求められる。今一例として主桁 a の $l/2$ 点の断面力影響面と横桁 2 の $l/2$ 点の曲げモーメント影響面を示すと図-6から図-9までの通りである。

図-6 主桁 a の $l/2$ 点に於ける曲げモーメント影響面図-7 主桁 a の $l/2$ 点に於けるたわみ影響面図-8 主桁 a の $l/2$ 点に於けるねじり角影響面図-9 横桁 2 の $l/2$ 点の曲げモーメント影響面

断面力:

各点の断面力影響面が上述の様に得られるからその影響面に荷重を載荷すれば断面力を求めることが出来る。

今特殊な場合として主桁 k のみに等分布荷重を満載した時の各点の断面力を簡単に求めると

$$S_{ix,ku} = F_{ixkn}^a + \sum_{n=1} \mu(n) S_{ix, \ell(n)} F_{(n)} C_{ik(n)}$$

ここで $S = w, M, Q \dots$ F_{ixku}^a = 断面力図の面積

$$S_{ix,ku} = \sum_{n=1} \mu(n) S_{ix, \ell(n)} F_{(n)} D_{ik(n)}$$

ここで $S = \vartheta$

上式より得られる $S_{ix,ku}$ に等分布荷重 q (kg/cm) を乗ずればよい。今主桁 a 及び主桁 b のみに等分布荷重として鉛玉の袋 (写真 2 参照) $q = \frac{1500}{180}$ (kg/cm) を満載した場合の各点の断面力の理論値を求めると表-20 から表-22 までを得る。

表-20 各点の曲げモーメント

単位 [kg-cm]

$\frac{x}{l}$	主桁 a に $q=8.33 \text{ kg/cm}$ を満載した場合				主桁 b に $q=8.33 \text{ kg/cm}$ を満載した場合			
	主桁 a	主桁 b	主桁 c	主桁 d	主桁 a	主桁 b	主桁 c	主桁 d
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1/8	7109	3938	2313	1204	3938	5084	3200	2313
1/4	10417	7867	4617	2408	7867	6425	6400	4617
3/8	13717	9175	5434	2929	9175	9258	7388	5434
1/2	13267	10250	6550	3500	10250	8933	8175	6550

$\frac{y}{l_q}$	主桁 a に $q=8.33 \text{ kg/cm}$ を満載した場合					主桁 b に $q=8.33 \text{ kg/cm}$ を満載した場合				
	0	1/6	1/2	5/6	1	0	1/6	1/2	5/6	1
横桁 1		-33	-1475	-1125			1483	1475	-317	
横桁 2		+8	-1900	-1558			1883	1900	-333	
横桁 3		-33	-1475	-1125			1483	1475	-317	

表-21 各点のたわみ

単位 [cm]

$\frac{x}{l}$	主桁 a に $q=8.33 \text{ kg/cm}$ を満載した場合				主桁 b に $q=8.33 \text{ kg/cm}$ を満載した場合			
	主桁 a	主桁 b	主桁 c	主桁 d	主桁 a	主桁 b	主桁 c	主桁 d
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1/8	0.0471	0.0315	0.0190	0.0100	0.0315	0.0316	0.0255	0.0190
1/4	0.0865	0.0587	0.0354	0.0186	0.0587	0.0577	0.0475	0.0354
3/8	0.1113	0.0757	0.0459	0.0241	0.0757	0.0743	0.0610	0.0459
1/2	0.1207	0.0826	0.0501	0.0262	0.0826	0.0804	0.0665	0.0501

表-22 各点のねじり角

単位 [radian]

$\frac{x}{l}$	主桁 a に $q=8.33 \text{ kg/cm}$ を満載した場合				主桁 b に $q=9.33 \text{ kg/cm}$ を満載した場合			
	主桁 a	主桁 b	主桁 c	主桁 d	主桁 a	主桁 b	主桁 c	主桁 d
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1/8	-0.0005	-0.0005	0.0004	0.0003	0	-0.0001	0.0002	0.0002
1/4	-0.0010	-0.0010	0.0007	0.0005	0	-0.0002	0.0004	0.0004
3/8	-0.0011	-0.0011	0.0009	0.0006	0	-0.00025	0.0005	0.0005
1/2	-0.0013	-0.0013	0.0010	0.0007	0	-0.0003	0.0006	0.0005

4. 理論値と実験値との比較

写真-1 から写真-4 までに示すような室内実験桁でひず

み、たわみ及びねじり角を測定した実験値と Guyon-massonnet 及び Homberg の方法により計算された理論値とを比較した結果を示すと表-23 及び表-24 の通りである。

表-23 主桁 a に等分布荷重 $q=8.33 \text{ kg/cm}$ を満載した場合

測点 x/l	ひずみ $\times 10^{-6}$			たわみ [cm]			ねじり角 [radian]	
	Guyon-massonnet	Homberg	実験値	Guyon-massonnet	Homberg	実験値	Homberg	実験値
主桁 a	0	0		0	0	0	0	0
	1/4	142	128	0.090	0.0865	0.105	-0.0010	-0.0014
	1/2	190	163	0.127	0.1207	0.160	-0.0013	-0.0017
	3/4	142	128	0.090	0.0865	0.110	-0.0010	-0.0015
	1	0	0	0	0	0	0	

測 点 x/l	ひ ず み $\times 10^{-6}$			た わ み [cm]			ね じ り 角 [radian]	
	guyon-massonnet	Homberg	実 験 値	guyon-massonnet	Homberg	実 験 値	Homberg	実 験 値
主桁 b	0	0		0	0	0	0	0
	1/8			0.032	0.0315	0.046	-0.0005	-0.0002
	1/4	93	105					
	3/8			0.077	0.0757	0.087	-0.0011	-0.0012
	1/2	124	150					
	5/8			0.077	0.0757	0.086	-0.0011	-0.0010
	3/4	93	109					
	7/8							
	1	0	0	0	0		0	0
主桁 c	0	0		0	0	0	0	0
	1/8			0.018	0.0190	0.017	0.0004	0.0003
	1/4	52	63					
	3/8			0.043	0.0459	0.054	0.0009	0.0007
	1/2	71	70					
	5/8			0.043	0.0459	0.052	0.0009	0.0010
	3/4	52	58					
	7/8							
	0	0	0	0	0	0	0	0
主桁 d	0	0		0	0	0	0	0
	1/4	20	18	0.013	0.0186	0.012	0.0005	0.0008
	1/2	27	32	0.018	0.0241	0.023	0.0007	0.0013
	3/4	20	31	0.013	0.0186	0.014	0.0005	0.0006
	1	0	0	0	0	0	0	0

測 点 y/l_e	ひ ず み $\times 10^{-6}$		
	Guyon-massonnet	Homberg	実 験 値
横桁 1	1/6	- 5	- 1
	1/2	-37	-36
	5/6	-25	-28
横桁 2	1/6	- 7	0
	1/2	-52	-47
	5/6	-35	-38
横桁 3	1/6	- 5	- 1
	1/2	-37	-36
	5/6	-25	-28

表-24 主桁 b に等分布荷重 $q=8.33 \text{ kg/cm}$ を満載した場合

測定 x/l	ひずみ $\times 10^{-6}$			たわみ [cm]			ねじり角 [radian]	
	Guyon-massonnet	Homberg	実験値	Guyon-massonnet	Homberg	実験値	Homberg	実験値
主桁 a	0	0		0	0	0	0	0
	1/4	94	97	0.059	0.0587	0.058	0	-0.0002
	1/2	125	126	0.084	0.0826	0.082	0	0.0001
	3/4	94	97	0.059	0.0587	0.055	0	-0.0001
	1	0		0	0	0	0	
主桁 b	0	0		0	0	0	0	0
	1/8			0.031	0.0316	0.047	-0.0001	0.0001
	1/4	90	79					
	3/8			0.074	0.0743	0.084	-0.0003	-0.0003
	1/2	120	110					
	5/8			0.074	0.0743	0.081	-0.0003	-0.0004
	3/4	90	79					
	7/8							
	1	0	0	0	0	0	0	0
主桁 c	0	0		0	0	0	0	0
	1/8			0.025	0.0255	0.033	0.0002	0.0004
	1/4	73	79					
	3/8			0.060	0.0610	0.059	0.0005	0.0010
	1/2	98	100					
	5/8			0.060	0.0610	0.065	0.0005	0.0008
	3/4	73	79					
	7/8							
	1	0	0	0	0	0	0.0005	0
主桁 d	0	0		0	0	0	0	0
	1/4	52	57	0.033	0.0354	0.029	0.0004	0.0005
	1/2	69	80	0.046	0.0501	0.040	0.0005	0.0005
	3/4	52	57	0.033	0.0354	0.025	0.0004	0.0001
	1	0	0	0	0	0	0	0

測定点 y/l_q		ひずみ $\times 10^{-6}$		
		guyon-massonnet	Homberg	実験値
横桁 1	1/6	33	36	30
	1/2	34	36	30
	5/6	-6	-8	-4
横桁 2	1/6	47	46	35
	1/2	49	46	30
	5/6	-9	-4	-4
横桁 3	1/6	33	36	30
	1/2	34	36	31
	5/6	-6	-8	-10

表-23 及び 表-24 を図に示すと 図-10 から 図-15 までの通りである。

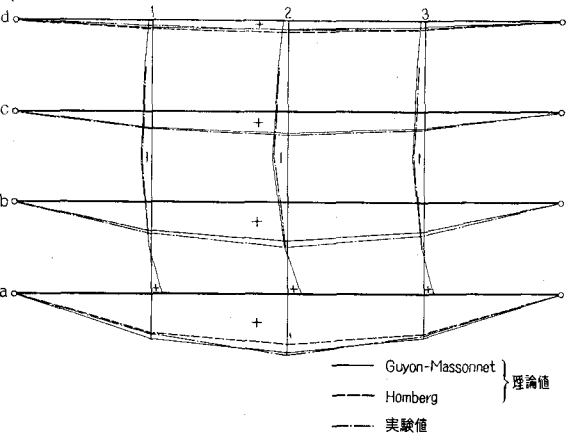


図-10 主桁 *a* に等分布荷重 $q=8.33$ kg/cm を満載した場合のひずみ

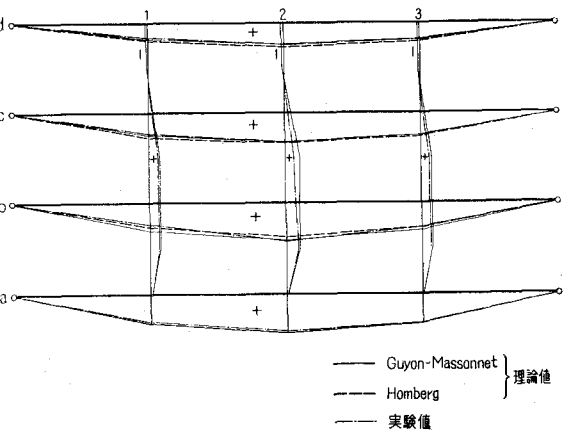


図-11 主桁 *b* に等分布荷重 $q=8.33$ kg/cm を満載した場合のひずみ

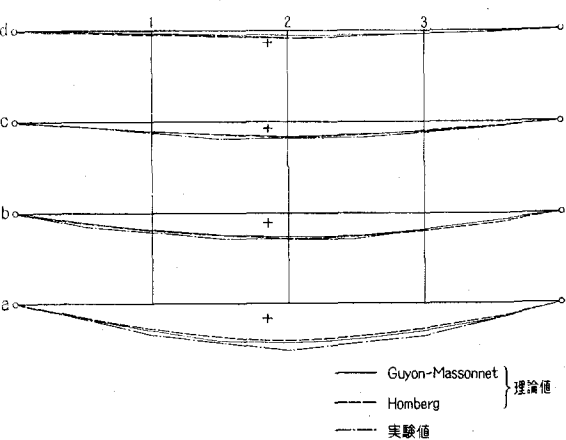


図-12 主桁 *a* に等分布荷重 $q=8.33$ kg/cm を満載した場合のたわみ

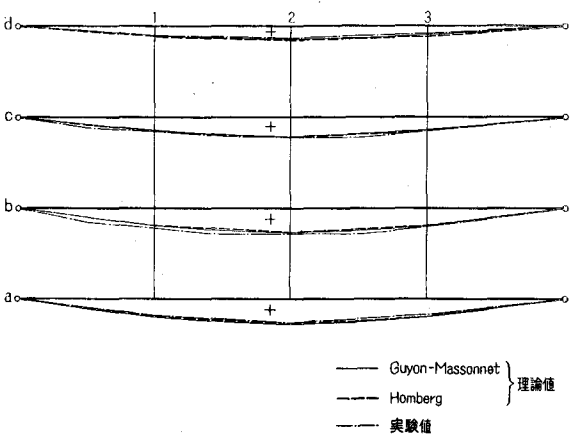


図-13 主桁 *b* に等分布荷重 $q=8.33$ kg/cm を満載した場合のたわみ

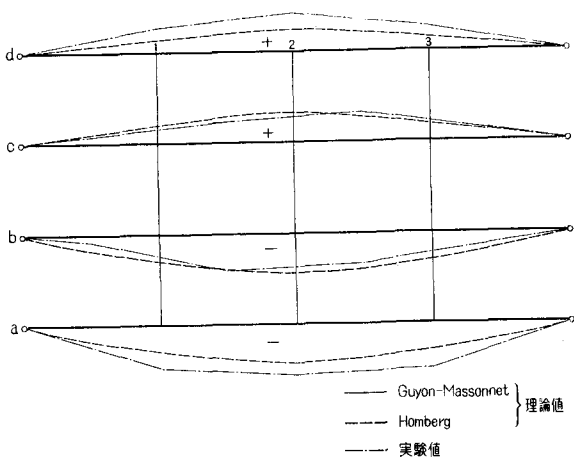


図-14 主桁 *a* に等分布荷重 $q=8.33$ kg/cm を満載した場合のねじり角

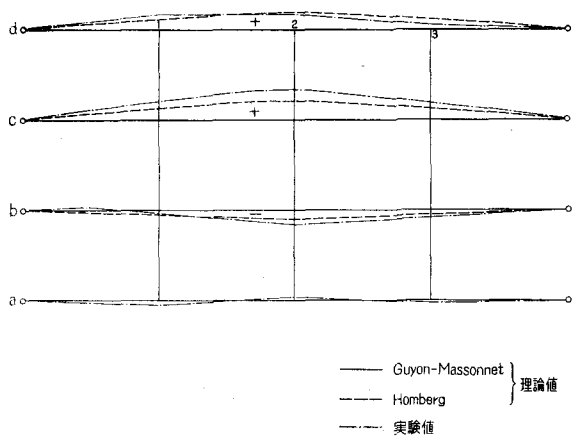


図-15 主桁 *b* に等分布荷重 $q=8.33$ kg/cm を満載した場合のねじり角

理論値と実験値との比較の結果、次のように考えられる。

(i) ねじり剛性ある主桁ある主桁をもつ格子桁の理論解析法には、Guyon-massonnet の方法および Homberg の方法のいずれもが共に有効であり、両者とも実験値によく一致する。

(ii) ねじり角の実験値が、理論値にくらべていくぶん差が出たが、これは模型そのものの支承における緊結度にいくぶん問題があったものと思われ、理論における境界条件通りの支承を作製すべく今後留意されなければならない

と思う。

参 考 文 献

- 1) K. Sattler: Betrachtungen zum Berechnungsverfahren von Guyon-massonnet für freiauffliegende Trägerroste und Erweiterung dieses Verfahrens auf beliebige Systeme. Der Bauingenieur 1955.
- 2) Homberg u. Trenks: Drehsteife Kreuzwerke Springer. 1962.