

Digital Computer による感潮河川の流れの計算

○北大工学部 岸 力
 " 村 田 茂 昭
 北電土木部 小 山 田 博
 北大工学部 板 倉 忠 興

1. 緒 言

感潮河川の流れの計算法には直接数値計算法と特性曲線による解法とがある。しかし著者の見解では直接数値計算法は計算の安定条件が確立されていない事その他の理由で未完成の点があり、直ちに実際河川に適用することはお勧めできない。

この研究は Digital Computer を用いて任意の断面形状をもつ感潮河川の流れを計算する方法およびその実施例を示したもので、計算の原理は特性曲線法によっている。

2. 感潮河川の流れの基本式

感潮河川の流れの運動の式は水位 η と流量 Q を変数とすれば (1) 式で与えられる。

$$\frac{1}{gA} \left[\frac{\partial Q}{\partial t} + 2 \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} \right] = - \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{n^2 |Q| Q}{A^2 R^{4/3}} + \frac{qw \cos \theta}{gA} \quad (1)$$

ここに

A : 断面積 Q : 流量

η : 水位 n : 粗度係数

R : 経 深

q : 河道に沿う単位長さ当りの横流入量, 流入のときは+, 流出のときは-

w : 横流入の流速

θ : 横流入の流向が x 軸の正の向きとなす角

一方連続の式は (2) 式で与えられる。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (2)$$

一階連立偏微分方程式に関する特性帯の理論によれば

(1) 式および (2) 式は次の連立常微分方程式に帰着される。

$$dt = dx/\phi \quad (3)$$

$$d\eta - \frac{dQ}{B\phi} = \frac{dx}{1-\varepsilon^2} \left\{ \varepsilon^2 (i_0 + i_*) - i_f + i_{q_1} \right\} \quad (4)$$

$$dt = dx/\psi \quad (5)$$

$$d\eta - \frac{dQ}{B\phi} = \frac{dx}{1-\varepsilon^2} \left\{ \varepsilon^2 (i_0 + i_*) - i_f + i_{q_2} \right\} \quad (6)$$

ここに

$$\phi = (Q/A) + \omega, \quad \psi = (Q/A) - \omega, \quad \omega = \sqrt{gA/B}$$

$$B: \text{水面巾}, \quad \varepsilon = (Q/A)/\omega$$

$$i_0: \text{河床勾配}$$

$$i_*: \frac{\partial A}{\partial x} = B \left(\frac{\partial h}{\partial x} + i_* \right) \text{ で定義される量で, 長方形}$$

$$\text{断面の水路ならば } i_* = (h/B) (\partial B / \partial x).$$

ただし h は水深。

$$i_f = n^2 |Q| Q / A^2 R^{4/3}$$

$$i_{q_1} = \frac{1}{gA} \left[qw \cos \theta - q\psi \right]$$

$$i_{q_2} = \frac{1}{gA} \left[qw \cos \theta - q\phi \right]$$

(3)~(6) 式において ε は一般に 1 にくらべて小さい値をとり, また横からの流入量 q はおもな支流川を別に取扱うことにすれば一般には無視し得る程度の量となるから, (3)~(6) 式の近似式として次の式を用いることができる。

$$dt = dx/\phi \quad (7)$$

$$d\eta - \frac{dQ}{B\psi} = \frac{\omega^2}{\psi} i_f dt \quad (8)$$

$$dt = dx/\psi \quad (9)$$

$$d\eta - \frac{dQ}{B\phi} = \frac{\omega^2}{\phi} i_f dt \quad (10)$$

3. 数値計算の方法

図-1 のように $x \sim t$ 平面を直交格子で分割し, その上で数値計算を行なうことを考える。

(1) 中間断面での計算

計算の便宜上 η を X , Q を Y であらわし次のように定義する。

$$X_{m,n}: \text{河川の断面 } m \text{ における時刻 } n\Delta t \text{ の水位}$$

$$Y_{m,n}: \text{河川の断面 } m \text{ における時刻 } n\Delta t \text{ の流量}$$

図-1-a で時刻 $n\Delta t$ のときの点 A, B, C における水位 X ,

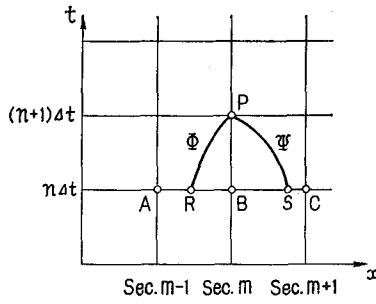


図-1-a

流量 Y を知って時刻 $(n+1)\Delta t$ のときの P 点の水位、流量を求める方法は次のようである。 P 点を通る特性曲線 Φ , Ψ を描き、 $t=n\Delta t$ の格子線との交点をそれぞれ R , S とする。

PR の上では (8) 式の関係が成立つが、 (8) 式を (11) 式のように書き換えておく。

$$B\Psi d\eta - dQ = \Delta t g A (n^2 |Q| Q / A^2 R^{4/3}) \quad (11)$$

この式は右辺にも未知量を含んでいるから、このままでは P 点の値は求められない。そこで (11) 式を (12) 式のように近似する。

$$(B\Psi)_B (X_P - X_R) - (Y_P - Y_R) = \frac{1}{2} g \Delta t n^2 \left(\frac{A_R |Y_R| Y_R}{D_R} + \frac{A_P |Y_P| Y_P}{D_P} \right) \quad (12)$$

ただし

$$D = A^2 R^{4/3}, \quad R = A/B$$

同様に (10) 式は (13) 式で近似される。

$$(B\Phi)_B (X_P - X_S) - (Y_P - Y_S) = \frac{1}{2} g \Delta t n^2 \left(\frac{A_S |Y_S| Y_S}{D_S} + \frac{A_P |Y_P| Y_P}{D_P} \right) \quad (13)$$

(12) 式と (13) 式とから Y_P を消去し、 X_P を $X_{m,n+1}$ という記号にもどすと

$$X_{m,n+1} = \left\{ (B\Psi)_{m,n} X_R - (B\Phi)_{m,n} X_S - Y_R + Y_S + \frac{1}{2} g \Delta t n^2 \left(\frac{A_R |Y_R| Y_R}{D_R} - \frac{A_S |Y_S| Y_S}{D_S} \right) \right\} / \left\{ (B\Psi)_{m,n} - (B\Phi)_{m,n} \right\} \quad (14)$$

(14) 式の右辺は点 R , S における X , Y , A , D を含んでいるが、時刻については $t=n\Delta t$ のときの量だけで陽な式になっている。点 R , S における X , Y , A , D の値は図-1-a でそれぞれを A , B および B , C の値から比例配分で計算すると、 (15)~(22) 式のようになる。

$$X_R = X_{m-1,n} S_m \Phi_{m,n} + X_{m,n} (1 - S_m \Phi_{m,n}) \quad (15)$$

$$X_S = X_{m+1,n} S_{m+1} |\Psi_{m,n}| + X_{m,n} (1 - S_{m+1} |\Psi_{m,n}|) \quad (16)$$

$$Y_R = Y_{m-1,n} S_m \Phi_{m,n} + Y_{m,n} (1 - S_m \Phi_{m,n}) \quad (17)$$

$$Y_S = Y_{m+1,n} S_{m+1} |\Psi_{m,n}| + Y_{m,n} (1 - S_{m+1} |\Psi_{m,n}|) \quad (18)$$

$$A_R = A_{m-1,n} S_m \Phi_{m,n} + A_{m,n} (1 - S_m \Phi_{m,n}) \quad (19)$$

$$A_S = A_{m+1,n} S_{m+1} |\Psi_{m,n}| + A_{m,n} (1 - S_{m+1} |\Psi_{m,n}|) \quad (20)$$

$$D_R = D_{m-1,n} S_m \Phi_{m,n} + D_{m,n} (1 - S_m \Phi_{m,n}) \quad (21)$$

$$D_S = D_{m+1,n} S_{m+1} |\Psi_{m,n}| + D_{m,n} (1 - S_{m+1} |\Psi_{m,n}|) \quad (22)$$

ただし

S_m : 断面 m と $(m+1)$ の区間距離を Δx とするとき $S_m = \Delta t / \Delta x_m$

(15)~(22) 式を用いて (14) 式から $X_{m,n+1}$ が求まれば、これを (12) 式に代入して

$$Y_{m,n+1} = Y_R + (B\Psi)_{m,n} (X_{m,n+1} - X_R) - \frac{1}{2} g \Delta t n^2 \frac{A_R |Y_R| Y_R}{D_R} - \frac{1}{2} g \Delta t n^2 \frac{A_{m,n+1} |Y_{m,n+1}| Y_{m,n+1}}{D_{m,n+1}} \quad (23)$$

(14) 式は陽な式であったが、 (23) 式は右辺に $Y_{m,n+1}$ を含んでおりこのままでは $Y_{m,n+1}$ は求められない。 (23) 式の逐次近似解法を本章 (4) に示した。

(2) 下流端断面 (河口) での計算

下流端では格子点の配列は図-1-b のようになっている。ここでは図-1-a における C , S に当る点がないから X , Y のいずれか一方が条件として与えられねばならない。

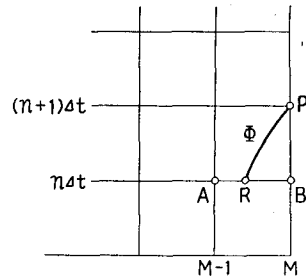


図-1-b

河口で潮位曲線が指定されるのが一般の場合であるから河口の水位 X が与えられた場合の計算方法を示す。

図-1-b の Φ -特性線に沿って (12) 式が成立するから流量を求める計算は (24)~(28) 式のようになる。

$$X_R = X_{M-1,n} S_M \Phi_{M,n} + X_{M,n} (1 - S_M \Phi_{M,n}) \quad (24)$$

$$Y_R = Y_{M-1,n} S_M \Phi_{M,n} + Y_{M,n} (1 - S_M \Phi_{M,n}) \quad (25)$$

$$A_R = A_{M-1,n} S_M \Phi_{M,n} + A_{M,n} (1 - S_M \Phi_{M,n}) \quad (26)$$

$$D_R = D_{M-1,n} S_M \Phi_{M,n} + D_{M,n} (1 - S_M \Phi_{M,n}) \quad (27)$$

$$Y_{M,n+1} = Y_R + (X_{M,n} - X_R)(B\mathcal{T})_{M,n} - \frac{1}{2} g \Delta t n^2 \frac{A_R |Y_R| Y_R}{D_R} - \frac{1}{2} g \Delta t n^2 \frac{A_{M,n+1} |Y_{M,n+1}| Y_{M,n+1}}{D_{M,n+1}} \quad (28)$$

ただし河口付近は一般に流積が大きく、(28)式の右辺第3, 4項の摩擦項は他の項にくらべて小さい場合が多いからそのときは(28)式の代りに(29)式を用いてもよい。

$$Y_{M,n+1} = Y_R + (B\mathcal{T})_{M,n} (X_{M,n} - X_R) - g \Delta t n^2 \frac{A_{M,n} |Y_{M,n}| Y_{M,n}}{D_{M,n}} \quad (29)$$

(3) 上流端断面での計算

上流端では格子点の配列は図-1-cのようにになっている。ここでは図-1-aにおけるA, Rに当たる点がないから、X, Yのいずれか一方を与えねばならないが、感潮河川では上流端で河川の固有流量を与えるのが普通であるから上流端の流量Yが与えられた場合の計算方法を示す。

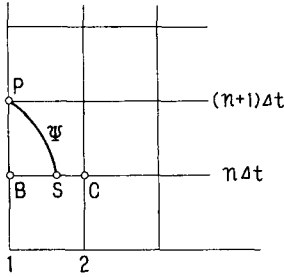


図-1-c

図-1-cの $\mathcal{T}$ -特性線に沿って(13)式が成立するから水位を求める計算は(30)~(34)式のようにになる。

$$X_S = X_{1,n} S_1 |\mathcal{T}_{1,n}| + X_{2,n} (1 - S_1 |\mathcal{T}_{1,n}|) \quad (30)$$

$$Y_S = Y_{1,n} S_1 |\mathcal{T}_{1,n}| + Y_{2,n} (1 - S_1 |\mathcal{T}_{1,n}|) \quad (31)$$

$$A_S = A_{1,n} S_1 |\mathcal{T}_{1,n}| + A_{2,n} (1 - S_1 |\mathcal{T}_{1,n}|) \quad (32)$$

$$D_S = D_{1,n} S_1 |\mathcal{T}_{1,n}| + D_{2,n} (1 - S_1 |\mathcal{T}_{1,n}|) \quad (33)$$

$$X_{1,n+1} = X_S + \frac{Y_{1,n+1} - Y_S}{(B\mathcal{O})_{1,n}} + \frac{1}{2} g \Delta t n^2 \frac{A_S |Y_S| Y_S}{(B\mathcal{O})_{1,n} D_S} + \frac{1}{2} g \Delta t n^2 \frac{A_{1,n+1} |Y_{1,n+1}| Y_{1,n+1}}{(B\mathcal{O})_{1,n} D_{1,n+1}} \quad (34)$$

(34)式の右辺第4項は $X_{1,n+1}$ の関数となっているが、上流端は一般に水位の時間的変化少なく、しかも場所的な断面変化も小さいように条件を設定することにすれば、(34)式の代りに(35)式を用いることができる。

$$X_{1,n+1} = X_S + \frac{Y_{1,n+1} - Y_S}{(B\mathcal{O})_{1,n}} + g \Delta t n^2 \frac{A_{1,n} |Y_{1,n}| Y_{1,n}}{(B\mathcal{O})_{1,n} D_{1,n}} \quad (35)$$

(4) 逐次近似による流量の計算

(23), (28)および(34)の諸式はいずれも右辺に未知量を含

んでおりこのままでは解式となっていない。しかも(23), (28)式は未知量が絶対値になっているから根の符号があらかじめ判っていないければ解くことはできない。そこでこれらの式を逐次近似で解く方法を考える。

(25)式を再記すれば

$$Y_{m,n+1} = Y_R + (B\mathcal{T})_{m,n} (X_{m,n+1} - X_R) - \frac{1}{2} g \Delta t n^2 \frac{A_R |Y_R| Y_R}{D_R} - \frac{1}{2} g \Delta t n^2 \frac{A_{m,n+1} |Y_{m,n+1}| Y_{m,n+1}}{D_{m,n+1}}$$

この式は $Y_{m,n+1}$ が未知量で他は既知量であるから次の形になっている。

$$Y = K - C |Y| Y \quad (36)$$

ただし K, Cは既知量

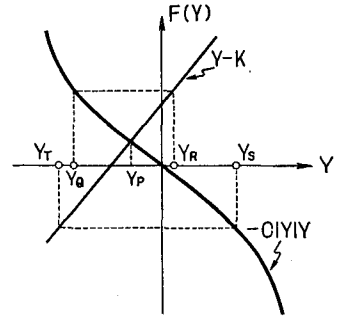


図-2

(36)式の解は図-2の Y_P で与えられる。もし(36)式で右辺のYに Y_Q を仮定すればそれから得られるYは Y_R になる。

またもし Y_S を仮定すればそれから得られるYは Y_T である。図からわかるように(Y_Q , Y_R)あるいは(Y_S , Y_T)なる仮定値と計算値との組は必ず真の値 Y_P をその区間の中に含んでいる。この事は仮定値と計算値を算術平均して近似を進めて行けば解は真値に収束する事を意味している。したがって計算を次の手順に進めればよい。

まず第0近似値 Y_Q を仮定し(36)式の右辺に代入して Y_R を得る。 $(Y_Q + Y_R)/2 = Y_1$ が第1近似値になる。 Y_1 を再び(36)式の右辺に代入して Y_R' を得れば $(Y_1 + Y_R')/2 = Y_2$ として第2近似値が得られる。(28)式を解く第0近似値としては

$$Y_{m,n+1} = Y_R + (B\mathcal{T})_{m,n} (X_{m,n+1} - X_R) - g \Delta t n^2 \frac{A_{m,n} |Y_{m,n}| Y_{m,n}}{D_{m,n}} \quad (37)$$

を用いれば、第2近似あるいは第3近似で計算値はほとんど収束する。

本節で扱った(28)式の形の式は開水路の流れに必ずあられるもので、ここに述べた逐次近似の手順は Computer

を利用する場合には非常に応用範囲の広いものである。

なお (23) 式の近似式として (37) 式を用いれば本節に述べたような繰返し計算は不要である。しかし図-2からも明らかに (37) 式は不安定な階差式であって、(37) 式を用いたのでは計算の進行とともに解は振動的に発散してしまうのである。

4. 分合流点の計算

分合流点の数学的取扱いは全く同一である。またここでは図-3-a のような二つの川の合流点を考えるが、以下に述べる方法は川の数にも別に制限はなくそのまま拡張できる。

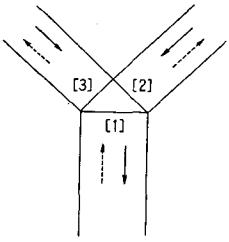


図-3-a

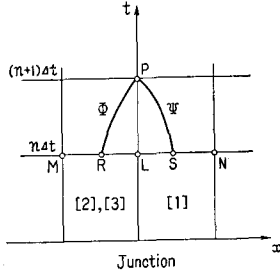


図-3-b

分合流点の計算は $x \sim t$ 平面では図-3-b のように行なわれる。図-3-b において河川 [2] においては ϕ -特性曲線が適用されるから (12) 式が成立する。すなわち図-3-b の記号を用いれば

$$(B\phi)_{L2}(X_{P2}-X_{R2})-(Y_{P2}-Y_{R2}) = \frac{1}{2}g\Delta t n^2 \left(\frac{A_{R2}|Y_{R2}|Y_{R2}}{D_{R2}} + \frac{A_{P2}|Y_{P2}|Y_{P2}}{D_{P2}} \right) \quad (38)$$

同様に河川 [3] においては (39) 式が成立する。

$$(B\phi)_{L3}(X_{P3}-X_{R3})-(Y_{P3}-Y_{R3}) = \frac{1}{2}g\Delta t n^2 \left(\frac{A_{R3}|Y_{R3}|Y_{R3}}{D_{R3}} + \frac{A_{P3}|Y_{P3}|Y_{P3}}{D_{P3}} \right) \quad (39)$$

河川 [1] においては ψ -特性曲線が適用されるから

$$(B\psi)_{L1}(X_{P1}-X_{S1})-(Y_{P1}-Y_{S1}) = \frac{1}{2}g\Delta t n^2 \left(\frac{A_{S1}|Y_{S1}|Y_{S1}}{D_{S1}} + \frac{A_{P1}|Y_{P1}|Y_{P1}}{D_{P1}} \right) \quad (40)$$

分合流点ではさらに水位と流量について (41), (42) 式が成立つ。

$$X_{P1} = X_{P2} = X_{P3} \quad (41)$$

$$Y_{P1} = Y_{P2} + Y_{P3} \quad (42)$$

(38)~(40) 式の右边を簡略化して (43)~(45) 式とする。

$$\frac{1}{a_2}(X_{P2}-X_{R2})-(Y_{P2}-Y_{R2}) = \alpha_2 g \Delta t n^2 \frac{A_{P2}|Y_{P2}|Y_{P2}}{D_{P2}} \quad (43)$$

$$\frac{1}{a_3}(X_{P3}-X_{R3})-(Y_{P3}-Y_{R3}) = \alpha_3 g \Delta t n^2 \frac{A_{P3}|Y_{P3}|Y_{P3}}{D_{P3}} \quad (44)$$

$$\frac{1}{a_1}(X_{P1}-X_{S1})-(Y_{P1}-Y_{S1}) = \alpha_1 g \Delta t n^2 \frac{A_{P1}|Y_{P1}|Y_{P1}}{D_{P1}} \quad (45)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 1/(B\psi)_{L1} \\ a_2 &= 1/(B\phi)_{L2} \\ a_3 &= 1/(B\phi)_{L3} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: (38)~(40) 式の右边を (43)~(45) 式の右边で近似するための補正係数

(43)~(45) 式によれば分合流点の計算に使用する断面量は分合流点を形成する三断面のものだけになるから、分合流点の計算を他の部分と分離して実行でき、全体の演算体系が非常に簡単になるのである。なお (43)~(45) 式における X_R, X_S, Y_R, Y_S などは前章で定義したものと同様で、図-2-b の記号を用いて (47)~(52) 式に与えられている

$$X_{S1} = X_{L1}(1-S_1|\phi_{L1}|)+X_{N1}|\phi_{L1}| \quad (47)$$

$$X_{R2} = X_{L2}(1-S_2\phi_{L2})+X_{M2}S_2\phi_{L2} \quad (48)$$

$$X_{R3} = X_{L3}(1-S_3\phi_{L3})+X_{M3}S_3\phi_{L3} \quad (49)$$

$$Y_{S1} = Y_{L1}(1-S_1|\phi_{L1}|)+Y_{N1}|\phi_{L1}| \quad (50)$$

$$Y_{R2} = Y_{L2}(1-S_2\phi_{L2})+Y_{M2}S_2\phi_{L2} \quad (51)$$

$$Y_{R3} = Y_{L3}(1-S_3\phi_{L3})+Y_{M3}S_3\phi_{L3} \quad (52)$$

(41)~(45) 式によって分合流点における X, Y すなわち 6 個の未知量が定まるが、(43)~(45) 式は逐次近似計算を必要とした (23) 式と同形であり簡単な連立一次方程式にはなっていない。この場合 (43)~(45) 式の右边で P 点の値を用いる代りに L 点の値を用いれば連立一次方程式になり容易に解が求められるが、前章 (4) で説明した通り、そのような近似では解は不安定で発散してしまうのである。(41)~(45) 式を連立に解くために次の解法を工夫した。

まず第 0 近似値を求めるため (53) 式の関係を用いて (43)~(45) 式を (54)~(56) 式で置きかえる。

$$\phi\psi \cong -\omega^2 = -gA/B \quad (53)$$

$$(X_{P2}-X_{R2})-a_2(Y_{P2}-Y_{R2}) = b_{20} \quad (54)$$

$$(X_{P3}-X_{R3})-a_3(Y_{P3}-Y_{R3}) = b_{30} \quad (55)$$

$$(X_{P1}-X_{S1})-a_1(Y_{P1}-Y_{S1}) = b_{10} \quad (56)$$

ここに

$$b_{10} = -a_1\phi_{L1}\Delta t n^2 \frac{|Y_{L1}|Y_{L1}}{D_{L1}} \quad (57)$$

$$b_{20} = -a_2\phi_{L2}\Delta t n^2 \frac{|Y_{L2}|Y_{L2}}{D_{L2}} \quad (58)$$

$$b_{30} = -\alpha_3 \phi_{L3} \Delta t n_2 \frac{|Y_{L3}| |Y_{L3}|}{D_{L3}} \quad (59)$$

(41), (42) 式および (54)~(56) 式を用いて X , Y を求めると第 0 近似値はそれぞれ次のようになる。

$$Y_{P20} = \left\{ X_{S1} + X_{R2} + \left(a_2 - \frac{a_1 a_2}{a_3} \right) Y_{R2} + a_1 (Y_{R3} - Y_{S1}) - b_{20} + b_{10} + \frac{a_1}{a_3} (X_{R2} - X_{R3} + b_{20} - b_{30}) \right\} / \left(a_2 - a_1 - \frac{a_1 a_2}{a_3} \right) \quad (60)$$

$$X_{P20} = X_{R2} + a_2 (Y_{P20} - Y_{R2}) + b_{20} \quad (61)$$

$$Y_{P30} = (X_{P20} - X_{R3} + a_3 Y_{R3} - b_{30}) / a_3 \quad (62)$$

$$Y_{P10} = (X_{P20} - X_{S1} + a_1 Y_{S1} - b_{10}) / a_1 \quad (63)$$

ただし

X_{P20} , Y_{P10} , Y_{P20} , Y_{P30} はそれぞれ X , Y の第 0 近似値をあらわす。

次に Y の第 1 近似値を (64)~(66) 式で求める。

$$Y_{P11} = (Y_{P10} + Y_{L1}) / 2 \quad (64)$$

$$Y_{P21} = (Y_{P20} + Y_{L2}) / 2 \quad (65)$$

$$Y_{P31} = (Y_{P30} + Y_{L3}) / 2 \quad (66)$$

(57)~(59) 式で右辺の Y に (64)~(66) 式を代入すると b の第 1 近似値は (67)~(69) 式となる。

$$b_{11} = -\alpha_1 \phi_{L1} \frac{\Delta t n^2 |Y_{P11}| |Y_{P11}|}{D_{L1}} \quad (67)$$

$$b_{21} = -\alpha_2 \phi_{L2} \frac{\Delta t n^2 |Y_{P21}| |Y_{P21}|}{D_{L2}} \quad (68)$$

$$b_{31} = -\alpha_3 \phi_{L3} \frac{\Delta t n^2 |Y_{P31}| |Y_{P31}|}{D_{L3}} \quad (69)$$

(67)~(69) 式の b を (60)~(63) 式の右辺に代入すれば次式を得る。

$$Y_{P2} = \left\{ X_{S1} + X_{R2} + \left(a_2 - \frac{a_1 a_2}{a_3} \right) Y_{R2} + a_1 (Y_{R3} - Y_{S1}) - b_{21} + b_{11} + \frac{a_1}{a_3} (X_{R2} - X_{R3} + b_{21} - b_{31}) \right\} / \left(a_2 - a_1 - \frac{a_1 a_2}{a_3} \right) \quad (70)$$

$$X_{P2} = X_{R2} + a_2 (Y_{P2} - Y_{R2}) + b_{21} \quad (71)$$

$$Y_{P3} = (X_{P2} - X_{R3} + a_3 Y_{R3} - b_{31}) / a_3 \quad (72)$$

$$Y_{P1} = (X_{P2} - X_{S1} + a_1 Y_{S1} - b_{11}) / a_1 \quad (73)$$

(70)~(73) 式を用いれば Y の第 2 近似値は (74)~(76) 式で与えられる。

$$Y_{P12} = (Y_{P1} + Y_{P11}) / 2 \quad (74)$$

$$Y_{P22} = (Y_{P2} + Y_{P21}) / 2 \quad (75)$$

$$Y_{P32} = (Y_{P3} + Y_{P31}) / 2 \quad (76)$$

(75) 式の Y_{P22} を (68) 式の Y_{P21} に代入すれば b_2 の第 2 近似

値が得られる。

$$b_{22} = -\alpha_2 \phi_{L2} \frac{\Delta t n^2 |Y_{P22}| |Y_{P22}|}{D_{L2}} \quad (77)$$

(75) 式および (77) 式を (61) 式の Y , b に代入し, (41) 式を考慮すれば X_P の第 2 近似値は (78) 式で求められる。

$$X_{P12} = X_{P22} = X_{P32} = X_{R2} + a_2 (Y_{P22} - Y_{R2}) + b_{22} \quad (78)$$

ここで X_P , Y_P の第 2 近似値を (43)~(45) 式の右辺に代入し, 連立一次方程式を解きながら近似を進めてゆけば第 3 近似以上の近似解を得ることができる。しかし後に述べる計算の実施例では第 2 近似解でも計算は安定であった。

5. 旧鉾路川における計算の実例

前章までに述べた計算方法を旧鉾路川の流に適用した実例を述べる。旧鉾路川は河口から約 5 km 上流の地点で雪裡川が合流し, 模式的に書けば図-4 のようになっている。河口からはほぼ 1 km 間隔に 30 断面を設け, 図-4 の配置で計算を行なった。計算の目的は図-4 で断面 23~29 間の本流河床をしゃんせつした場合旧鉾路川の流れがどのような状態になるかを調べることであった。

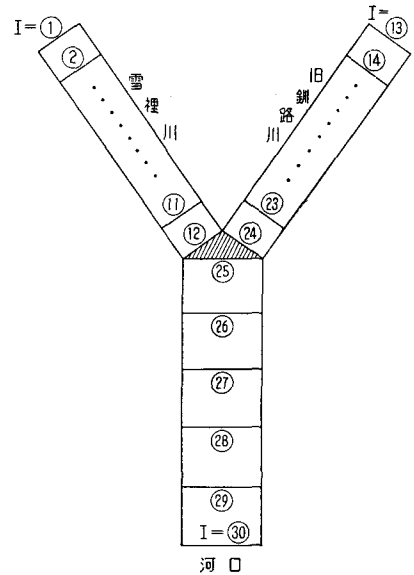


図-4 計算断面配置図

(1) 計算の Flow chart

前章までに述べた計算方法によれば, 計算は断面 ①, ⑬, ⑳ の上下流端断面; ⑫, ⑭, ㉕ の合流点; その他の中間断面の 3 グループで方式が別であり, また計算に用いる諸量のうち A と D は A_R , D_R , A_S , D_S などを計算する必要上各時刻の演算に先立ってあらかじめ求めておかねばならない

以上の点を考慮すれば計算の Flow chart は図-5-a, b

FLOW CHART (1)

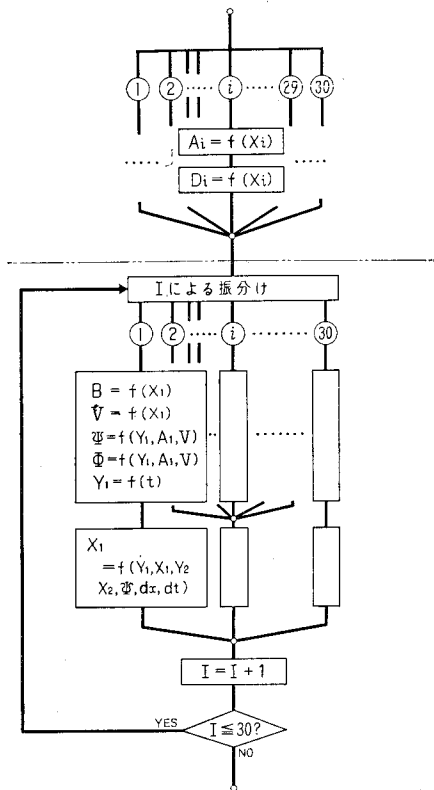


図-5-a

FLOW CHART (2)

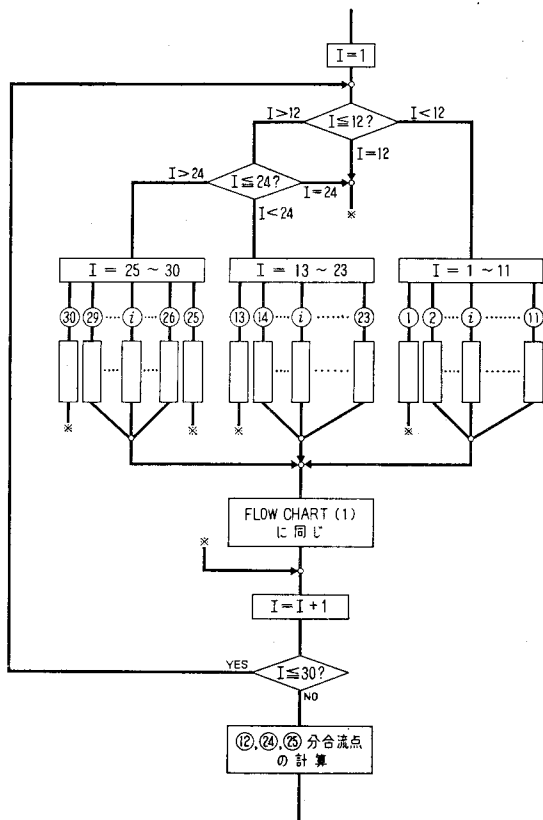


図-5-b

のようになる。

(2) 断面特性曲線

計算に当っては、30 個の断面について $X \sim A$ (水位—断面積)、 $X \sim D$ 、 $X \sim B$ 、 $X \sim w$ など断面の特性をあらわす諸曲線の近似式を求めねばならない。ほとんどの Computer は最小自乗法のサブルーチンを備えているから、断面特性曲線の近似多項式を作る計算そのものは容易である。しかし近似式特に $X \sim D$ 、 $X \sim B$ 曲線は他の曲線にくらべて多項式の次数が高くなる場合が多く、これを近似の精度を失わぬ範囲ででき得る限り次数の低い式であらわす様に種々

の近似方式を検討することは演算時間の短縮の上から重要なことである。

例として断面 25 (図-4 参照) の断面特性曲線を図-6 に示す。横断形状を図-6-a に示したが長方形断面とはみなし難い。図-6-b~e は断面曲線の実測値と近似多項式を比較して示したものである。断面近似式は精度約 5% で作製

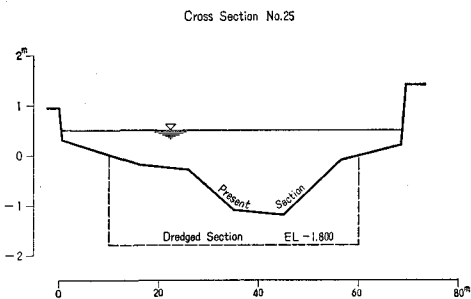


図-6-a

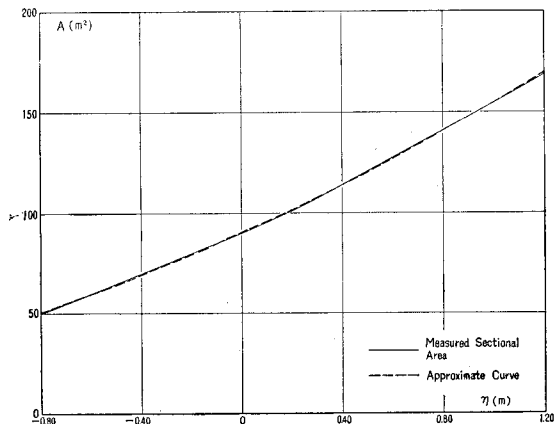


図-6-b

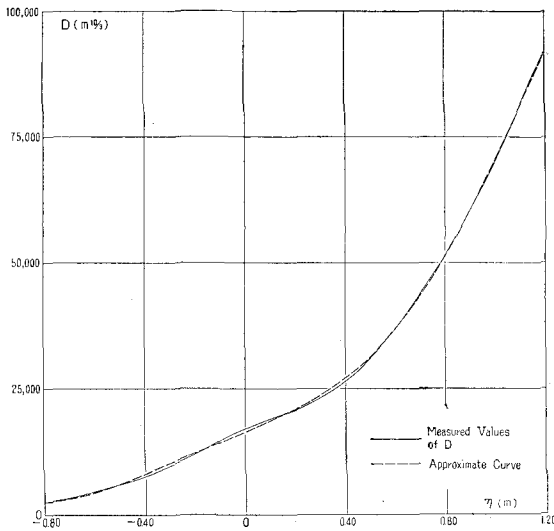


図-6-c

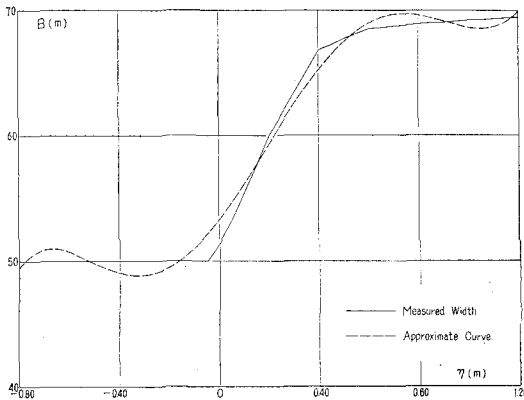


図-6-d

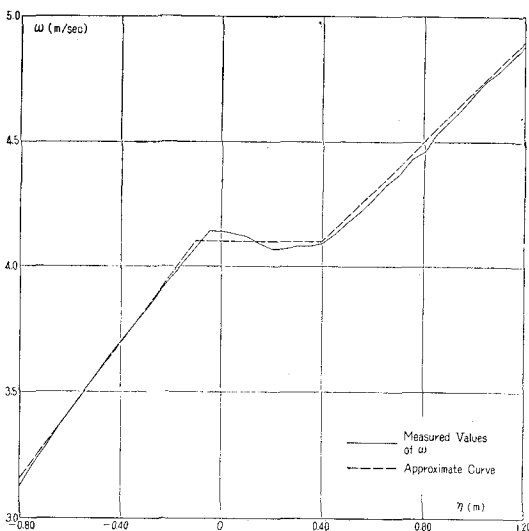


図-6-e

した。参考までに断面㊸における断面曲線の近似式を次に示しておく。

$$\left. \begin{aligned} A_{25} &= 50.746 + 43.376X + 7.9212X^2 \\ B_{25} &= 49.346 + 29.585X - 166.16X^2 + 296.02X^3 \\ &\quad - 197.29X^4 + 51.475X^5 - 3.6347X^6 \\ w_{25} &= 3.126 + 2.1837X - 7.1955X^2 \\ &\quad + 25.533X^3 - 41.658X^4 + 32.432X^5 \\ &\quad - 11.969X^6 + 1.6922X^7 \\ D_{25} &= 2700.7 - 138.84X + 49931.0X^2 \\ &\quad - 42445.0X^3 - 5361.4X^4 + 22598.0X^5 \\ &\quad - 6379.1X^6 \end{aligned} \right\} (79)$$

ただし $X = \eta + 0.8$

(3) 計算の安定条件

ここに述べた特性曲線法に基く数値計算法の利点は、計算の安定条件が明確な事である。これに対し基礎方程式(1),(2)式を直接階差式に直して数値計算する方法は安定条件が必ずしも明確でない。

計算の安定条件は図-1-aで点PがA, Cの従属域にあること、すなわちR, SがAまたはCの外に出ないことである。この条件は(80)式で示される。

$$|dx| \leq \Delta x \quad (80)$$

あるいは $|dx| = \phi \Delta t$, $|F| \Delta t$ を代入すると(81)式となる。

$$S\phi \leq 1 \quad \text{および} \quad S|F| \leq 1 \quad (81)$$

旧釧路川の例では $\Delta x \cong 1 \text{ km}$, $\phi_{\max}$, $|F_{\max}| \cong 7 \text{ m/sec}$ であるから $\Delta t \leq 143 \text{ sec}$ となり, $\Delta t = 120 \text{ sec}$ ときめた。

(4) 計算結果

計算結果の一例として図-4の断面㊸における水位曲線, 流量曲線を図-7, 8に示した。計算の目的は前述のとおり, 旧釧路川の河床をしゅんせつしたときの流況変化を

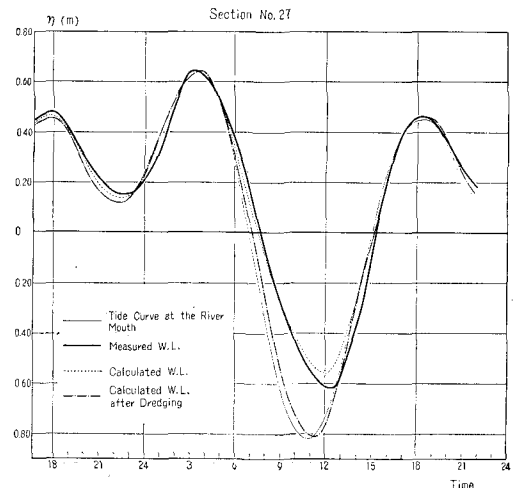


図-7

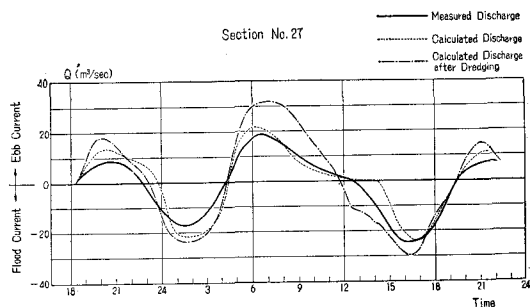


図-8

調べる事であったから、図でしゅんせつ前あるいは後として流況を比較してある。計算に用いたしゅんせつ断面は図-6-aに破線で記入したもので、旧釧路川の本流に沿って断面②③～②④の間をしゅんせつするものとした。図-7, 8で実測値とあるのは去る7月北電土木部が行なった現地観測の結果である。

しゅんせつ前後の流況変化については河川水理学上興味ある諸問題が含まれているが、それを詳述することはこの研究の主題ではないので別の機会に譲る。

なおこの計算には北大計算センターのHIPAC 103を使

用しプログラムはHARP 103によった。計算の所要時間は1週期約25時間に対して約6時間であった。計算に用いたプログラムを文末にAppendixとして示した。

6. あとがき

この研究では計算理論を岸が、機械計算のプログラムを村田が、断面特性曲線の作製を小山田、板倉がそれぞれ担当した。

またこの計算を行なうに当っては北電土木部の援助を得た。関係各位に厚く謝意を表します。

参 考 文 献

- 佐藤, 吉川, 山根: 土木研究所報告, 88号, 昭29.
- 岸 力: 土木研究所報告, 85号, 昭28.
- 王 方一: 土木技術資料, Vol. 5, No. 5, 1963.
- Stoker, J. J.: Water Waves, 1959.
- Ralston, A. and Wilf, H. S.: Mathematical Methods for Digital Computers, 1959.
- Forsythe G. E. and Wassow, W. R.: Finite Difference Methods for Partial Differential Equations, 1960.
- Richtmyer, R. D.: Differential Methods for Initial Value Problems, 1962.

Appendix. 旧釧路川における計算プログラム (HARP 103 による)

釧路川潮汐プログラム

No. 12, No. 24, No. 25 No. 26, No. 27, No. 28 浚渫断面

$h^2 = 0.0005$ 潮位差 = “最大”

```
# TIDE ANALYSIS AT KUSHIRŌ RIVER (1-30)
DIMENSION X (30), Y (30), S (29), D (30), A (30), R (4), C (4), XA (30), YA (30), X8 (30), DX (29)
READ 1, X, Y, DX, DT, T
DŌ 151 I = 1, 29
151 S(I) = DT/DX(I)
K = 0
152 T = T+DT
T1 = T*0.00007028
K = K+1
DŌ 150 I = 1, 30
X8(I) = X(I)+0.8
A(I) = ((-2.03 * X8(1)+16.637) * X8(1)-19.1) * X8(1)+5.965
IF(X8(1)-1.1) 801, 801, 101
101 D(1) = ((-137.53 * X8(1)+1212.192) * X8(1)-4062.302) * X8(1)+6874.844
D(1) = ((D(1) * X8(1)-6254.604) * X8(1)+2905.423) * X8(1)-538.363
GŌ TŌ 2102
801 D(1) = 0.98
```

2102 $A(2) = ((-2.03 * X8(2) + 16.028) * X8(2) - 15.833) * X8(2) + 4.22$
 IF $(X8(2) - 1.0)$ 802, 802, 102
 102 $D(2) = ((-137.53 * X8(2) + 1129.674) * X8(2) - 3476.8355) * X8(2) + 5368.392$
 $D(2) = ((D(2) * X8(2) - 4423.973) * X8(2) + 1845.097) * X8(2) - 303.886$
 GÖ TÖ 2103
 802 $D(2) = 0.98$
 2103 $A(3) = ((-2.03 * X8(3) + 15.419) * X8(3) - 12.688) * X8(3) + 2.795$
 IF $(X8(3) - 0.9)$ 803, 803, 103
 103 $D(3) = ((-137.53 * X8(3) + 1047.056) * X8(3) - 2932.678) * X8(3) + 4087.865$
 $D(3) = ((D(3) * X8(3) - 3010.976) * X8(3) + 1108.003) * X8(3) - 158.584$
 GÖ TÖ 2104
 803 $D(3) = 0.98$
 2104 $A(4) = ((-2.03 * X8(4) + 14.81) * X8(4) - 9.665) * X8(4) + 1.678$
 IF $(X8(4) - 0.8)$ 804, 804, 104
 104 $D(4) = ((-137.53 * X8(4) + 964.538) * X8(4) - 2429.88) * X8(4) + 3016.709$
 $D(4) = ((D(4) * X8(4) - 1950.319) * X8(4) + 617.23) * X8(4) - 74.09$
 GÖ TÖ 2105
 804 $D(4) = 0.98$
 2105 $A(5) = ((-2.03 * X8(5) + 14.201) * X8(5) - 6.764) * X8(5) + 0.858$
 IF $(X8(5) - 0.7)$ 805, 805, 105
 105 $D(5) = ((-137.53 * X8(5) + 882.02) * X8(5) - 1968.24) * X8(5) + 2138.46$
 $D(5) = ((D(5) * X8(5) - 1181.66) * X8(5) + 308.42) * X8(5) - 29.086$
 GÖ TÖ 2106
 805 $D(5) = 0.98$
 2106 $A(6) = ((2.3923 * X8(6) - 15.0992) * X8(6) + 32.3475) * X8(6) - 19.5652$
 $A(6) = (A(6) * X8(6) + 7.2835) * X8(6) - 0.8835$
 IF $(X8(6) - 0.8)$ 806, 806, 106
 106 $D(6) = (((1212.599 * X8(6) - 4316.491) * X8(6) + 5401.16) * X8(6) - 2595.708) * X8(6) + 335.688$
 GÖ TÖ 2107
 806 $D(6) = 2.12$
 2107 $A(7) = ((0.846 * X8(7) - 1.7378) * X8(7) - 3.5214) * X8(7) + 16.9458$
 $A(7) = (A(7) * X8(7) + 1.3276) * X8(7) - 0.4805$
 IF $(X8(7) - 0.5)$ 807, 807, 107
 107 $D(7) = ((869.879 * X8(7) - 1736.881) * X8(7) + 1283.575) * X8(7) - 313.492$
 GÖ TÖ 2108
 807 $D(7) = 2.81$
 2108 $A(8) = ((-0.5863 * X8(8) + 5.3863) * X8(8) + 13.0121) * X8(8) - 1.4194$
 IF $(X8(8) - 0.51)$ 808, 808, 108
 108 $D(8) = ((1043.237 * X8(8) - 2004.183) * X8(8) + 1554.665) * X8(8) - 406.615$
 GÖ TÖ 2109
 808 $D(8) = 3.36$
 2109 $A(9) = ((-2.9577 * X8(9) + 17.8361) * X8(9) - 40.6704) * X8(9) + 44.8646$
 $A(9) = (A(9) * X8(9) + 0.1694) * X8(9) + 0.3210$
 IF $(X8(9) - 0.2)$ 809, 809, 109
 109 $D(9) = ((946.654 * X8(9) - 1107.604) * X8(9) + 479.85) * X8(9) - 49.71$
 GÖ TÖ 2110
 809 $D(9) = 9.5$
 2110 $A(10) = (2.91 * X8(10) + 18.672) * X8(10) + 0.654$
 IF $(X8(10) - 0.2)$ 810, 810, 110

110 $D(10) = ((1020.128 * X8(10) - 1021.505) * X8(10) + 477.796) * X8(10) - 52.421$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 111$
810 $D(10) = 10.439$
111 $A(11) = (2.34 * X8(11) + 20.424) * X8(11) + 2.078$
 $D(11) = ((886.926 * X8(11) - 359.605) * X8(11) + 57.955) * X8(11) + 0.54$
112 $A(12) = ((0.9631 * X8(12) - 1.2664) * X8(12) + 24.685) * X8(12) + 24.29$
 $D(12) = (((2118.7 * X8(12) - 4093.7) * X8(12) + 3082.0) * X8(12) + 3565.9) * X8(12) + 368.61$
 $A(13) = (7.385 * X8(13) - 24.035) * X8(13) + 19.708$
 $IF(X8(13) - 2.0) \ 813, \ 813, \ 113$
113 $D(13) = ((7.0928 * X8(13) - 37.2957) * X8(13) + 65.3192) * X8(13) - 38.1007$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 2114$
813 $D(13) = 0.1$
2114 $A(14) = (9.936 * X8(14) - 29.72) * X8(14) + 22.223$
 $IF(X8(14) - 1.8) \ 814, \ 814, \ 114$
114 $D(14) = ((25.9 * X8(14) - 128.096) * X8(14) + 210.778) * X8(14) - 115.363$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 2115$
814 $D(14) = 0.06$
215 $A(15) = (21.533 * X8(15) - 66.713) * X8(15) + 51.453$
 $IF(X8(15) - 1.8) \ 815, \ 815, \ 115$
115 $D(15) = ((7.6967 * X8(15) - 19.5465) * X8(15) - 0.00014) * X8(15) + 18.6411$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 2116$
815 $D(15) = 0.2$
2116 $A(16) = (20.0 * X8(16) - 40.0) * X8(16) + 20.0$
 $IF(X8(16) - 1.5) \ 816, \ 816, \ 116$
116 $D(16) = (723.233 * X8(16) - 3655.265) * X8(16) + 6914.117$
 $D(16) = (D(16) * X8(16) - 5793.053) * X8(16) + 1810.968$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 2117$
816 $D(16) = 6.0 * X8(16) - 6.0$
2117 $A(17) = (((4.1130 * X8(17) - 27.4341) * X8(17) + 70.5782) * X8(17) - 55.8436) * X8(17) + 13.5474$
 $IF(X8(17) - 0.8) \ 817, \ 817, \ 117$
117 $D(17) = (((86.579 * X8(17) + 414.9) * X8(17) - 1623.751) * X8(17) + 1685.328) * X8(17) - 556.833$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 2118$
817 $D(17) = 0.12$
2118 $A(18) = (((-1.7256 * X8(18) + 6.1444) * X8(18) + 1.7811) * X8(18) + 7.8983) * X8(18) - 2.4610$
 $IF(X8(18) - 0.45) \ 818, \ 818, \ 118$
118 $D(18) = (((394.887 * X8(18) - 725.406) * X8(18) + 521.166) * X8(18) - 151.061) * X8(18) + 13.354$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 2119$
818 $D(18) = 1.003$
2119 $IF(X8(19) - 0.9) \ 819, \ 819, \ 119$
819 $A(19) = 0.327$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 2120$
119 $A(19) = ((-5.634 * X8(19) + 35.406) * X8(19) - 38.455) * X8(19) + 10.365$
2120 $D(19) = (((255.958 * X8(19) - 614.231) * X8(19) + 326.509) * X8(19) + 155.869) * X(19) - 123.254$
120 $A(20) = (((-1.6869 * X8(20) + 4.7432) * X8(20) + 4.3979) * X8(20) + 18.5027) * X8(20) - 8.2454$
 $D(20) = ((-93.115 * X8(20) + 1031.881) * X8(20) - 1546.693) * X8(20) + 1150.500$
 $D(20) = (D(20) - 506.517) * X8(20) + 95.172$
121 $A(21) = ((-6.3054 * X8(21) + 34.2334) * X8(21) - 68.9979) * X8(21) + 67.1983$
 $A(21) = (A(21) * X8(21) - 2.4827) * X8(21) + 2.2422$

- $D(21) = ((752.9754 * X8(21) - 6048.590) * X8(21) + 18518.53) * X(21) - 26967.35$
 $D(21) = (((D(21) * X8(21) + 20280.15) * X8(21) - 6840.922) * X8(21) + 821.8652) * X8(21)$
- 122 $A(22) = ((-1.19929 * X8(22) + 8.2226) * X8(22) - 22.19877) * X8(22) + 33.67666$
 $A(22) = (A(22) * X8(22) - 0.27186) * X8(22) + 0.10706$
 $D(22) = ((170.043 * X8(22) - 1417.621) * X8(22) + 4448.246) * X8(22) - 6371.325$
 $D(22) = (((D(22) * X8(22) + 4881.843) * X8(22) - 1740.147) * X8(22) + 223.6980) * X8(22) - 3.16681$
- 123 $A(23) = ((-2.0244 * X8(23) + 12.549) * X8(23) + 20.5412) * X8(23) + 2.7979$
 $D(23) = ((-1620.855 * X8(23) + 10495.88) * X8(23) - 20960.15) * X8(23) - 2448.857$
 $D(23) = ((D(23) * X8(23) + 66371.90) * X8(23) - 97607.13) * X8(23) + 60182.51$
 $D(23) = (((D(23) * X8(23) - 14074.56) * X8(23) + 350.4881) * X8(23) + 226.6720) * X8(23) - 3.561033$
- 124 $A(24) = ((0.72522 * X8(24) + 1.6784) * X8(24) + 43.296) * X8(24) + 45.426$
 $D(24) = ((-3862.5 * X8(24) + 22245.0) * X8(24) - 37707.0) * X8(24) + 34420.0$
 $D(24) = (D(24) * X8(24) + 1559.8) * X8(24) + 2174.0$
- 125 $A(25) = (7.9212 * X8(25) + 43.376) * X8(25) + 50.746$
 $D(25) = ((-6379.1 * X8(25) + 22598.0) * X8(25) - 5361.4) * X8(25) - 42445.0$
 $D(25) = ((D(25) * X8(25) + 49931.0) * X8(25) - 138.84) * X8(25) + 2700.7$
- 126 $A(26) = 115.0 + 90.0 * X8(26)$
 $D(26) = ((14901.19 * X8(26) - 45680.47) * X8(26) + 55184.26) * X8(26) + 29681.46$
 $D(26) = (D(26) * X8(26) + 43929.85) * X8(26) + 25077.37$
- 127 $A(27) = (18.045 * X8(27) + 67.44) * X8(27) + 89.524$
 $D(27) = ((31343.0 * X8(27) - 578.0) * X8(27) + 17754.0) * X8(27) + 13411.0$
- 128 $A(28) = 97.0 + 146.5 * X8(28)$
 $D(28) = ((-27456.83 * X8(28) + 141180.9) * X8(28) - 205695.0) * X8(28) + 201912.7$
 $D(28) = (D(28) * X8(28) - 13804.28) * X8(28) + 11936.10$
- 129 $A(29) = 156.0 + 126.0 * X8(29)$
 $D(29) = ((8445.545 * X8(29) - 46175.58) * X8(29) + 92751.2) * X8(29) - 49148.19$
 $D(29) = ((D(29) * X8(29) + 111723.1) * X8(29) + 82949.82) * X8(29) + 32473.43$
- 130 $A(30) = 790.0 + 200.0 * X8(30)$
 $D(30) = (((-34279.31 * X8(30) + 249201.8) * X8(30) + 789877.2) * X8(30) + 3411727.0) * X8(30) + 3915580.0$
- 132 $I = 1$
- 298 $IF(I-12) \ 133, \ 500, \ 134$
- 133 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ (201, \ 202, \ 203, \ 204, \ 205, \ 206, \ 207, \ 208, \ 209, \ 210, \ 211), \ I$
- 201 $B = ((4.936 * X8(1) - 34.811) * X8(1) + 89.75) * X8(1) - 108.454$
 $B = (B * X8(1) + 81.722) * X8(1) - 25.408$
 $V = (((-0.784 * X8(1) + 5.231) * X8(1) - 12.657) * X8(1) + 14.455) * X8(1) - 4.805$
 $P = Y(1)/A(1) - V$
 $Q = Y(1)/A(1) + V$
 $Y(1) = 0.0$
 $YR = Y(1) * (1.0 - S(1) * ABSF(P)) + Y(2) * S(1) * ABSF(P)$
 $XR = X(1) * (1.0 - S(1) * ABSF(P)) + X(2) * S(1) * ABSF(P)$
 $XA(1) = XR - (YR - Y(1))/(B * Q) - DT * P/D(1) * Y(1) * ABSF(Y(1)) * 0.0005$
 $YA(1) = Y(1)$
 $G\bar{O} \ G\bar{O} \ 500$
- 202 $B = ((4.936 * X8(2) - 32.343) * X8(2) + 76.32) * X8(2) - 83.57$
 $B = (B * X8(2) + 62.587) * X8(2) - 18.234$
 $V = (((-0.784 * X8(2) + 4.918) * X8(2) - 11.135) * X8(2) + 12.077) * X8(2) - 3.481$
 $P = Y(2)/A(2) - V$
 $Q = Y(2)/A(2) + V$

GÖ TÖ 200

203 $B = ((4.936 * X8(3) - 29.876) * X8(3) + 63.876) * X8(3) - 62.564$
 $B = (B * X8(3) + 48.036) * X8(3) - 12.738$
 $V = (((-0.784 * X8(3) + 4.604) * X8(3) - 9.707) * X8(3) + 9.995) * X8(3) - 2.38$
 $P = Y(3)/A(3) - V$
 $Q = Y(3)/A(3) + V$

GÖ TÖ 200

204 $B = ((4.936 * X8(4) - 27.408) * X8(4) + 52.419) * X8(4) - 45.145$
 $B = (B * X8(4) + 37.322) * X8(4) - 8.499$
 $V = (((-0.784 * X8(4) + 4.291) * X8(4) - 8.373) * X8(4) + 8.189) * X8(4) - 1.4726$
 $P = Y(4)/A(4) - V$
 $Q = Y(4)/A(4) + V$

GÖ TÖ 200

205 $B = ((4.936 * X8(5) - 24.94) * X8(5) + 41.95) * X8(5) - 31.014$
 $B = (B * X8(5) + 29.759) * X8(5) - 5.168$
 $V = (((-0.784 * X8(5) + 3.977) * X8(5) - 7.132) * X8(5) + 6.6395) * X8(5) - 0.733$
 $P = Y(5)/A(5) - V$
 $Q = Y(5)/A(5) + V$

GÖ TÖ 200

206 $B = (((9.5649 * X8(6) - 75.6623) * X8(6) + 194.171) * X8(6) - 34.9595) * X8(6) - 762.2754$
 $B = (B * X8(6) + 1623.342) * X8(6) - 1565.995) * X8(6) + 795.1715$
 $B = ((B * X8(6) - 199.12) * X8(6) + 34.7339) * X8(6) - 2.5504$
 $V = (((-6.5789 * X8(6) + 64.0808) * X8(6) - 261.6624) * X8(6) + 580.9473) * X8(6) - 760.9842$
 $V = ((V * X8(6) + 597.034) * X8(6) - 271.4724) * X8(6) + 66.0433) * X8(6) - 5.4366$
 $P = Y(6)/A(6) - V$
 $Q = Y(6)/A(6) + V$

GÖ TÖ 200

207 $B = (((15.8089 * X8(7) - 107.2304) * X8(7) + 278.9673) * X8(7) - 338.4639) * X8(7) + 171.7652$
 $B = (B * X8(7) + 2.9684) * X8(7) - 2.03755$
 $V = ((1.8118 * X8(7) - 10.6123) * X8(7) + 23.1546) * X8(7) - 23.332$
 $V = (V * X8(7) + 12.2681) * X8(7) - 0.8889$
 $P = Y(7)/A(7) - V$
 $Q = Y(7)/A(7) + V$

GÖ TÖ 200

208 $B = (((75.2792 * X8(8) - 600.17) * X8(8) + 1945.617) * X8(8) - 3292.207) * X8(8) + 3103.53$
 $B = ((B * X8(8) - 1610.66) * X8(8) + 430.799) * X8(8) - 29.3313$
 $V = ((-3.03667 * X8(8) + 20.80725) * X8(8) - 55.9614) * X8(8) + 74.8254$
 $V = ((V * X8(8) - 52.151) * X8(8) + 19.5288) * X8(8) - 1.31105$
 $P = Y(8)/A(8) - V$
 $Q = Y(8)/A(8) + V$

GÖ TÖ 200

209 $B = ((1.582 * X8(9) - 13.909) * X8(9) + 47.0395) * X8(9) - 76.7672$
 $B = (B * X8(9) + 63.628) * X8(9) + 2.89614$
 $V = (((3.87102 * X8(9) - 27.6395) * X8(9) + 77.421) * X8(9) - 106.86) * X8(9) + 74.2493$
 $V = ((V * X8(9) - 23.48) * X8(9) + 4.444) * X8(9) + 0.8275$
 $P = Y(9)/A(9) - V$
 $Q = Y(9)/A(9) + V$

GÖ TÖ 200

210 $B = ((4.086 * X8(10) - 14.647) * X8(10) + 20.632) * X8(10) + 15.037$

$V = ((0.158 * X8(10) - 0.89) * X8(10) + 2.694) * X8(10) + 1.015$
 $P = Y(10)/A(10) - V$
 $Q = Y(10)/A(10) + V$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 200$

211 $B = ((3.001 * X8(11) - 10.938) * X8(11) + 16.233) * X8(11) + 17.099$
 $V = ((0.193 * X8(11) - 1.097) * X8(11) + 2.988) * X8(11) + 1.035$
 $P = Y(11)/A(11) - V$
 $Q = Y(11)/A(11) + V$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 200$

200 $IX = 1$
 $AX = A(I-1)$
 $AY = A(I)$
 $AZ = A(I+1)$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 1000$

1001 $IX = 2$
 $AX = D(I-1)$
 $AY = D(I)$
 $AZ = D(I+1)$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 1000$

1002 $IX = 3$
 $AX = X(I-1)$
 $AY = X(I)$
 $AZ = X(I+1)$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 1000$

1003 $IX = 4$
 $AX = Y(I-1)$
 $AY = Y(I)$
 $AZ = Y(I+1)$

1000 $R(IX) = AX * S(I-1) * Q + AY * (1.0 - S(I-1) * Q)$
 $C(IX) = AZ * S(I) * ABSF(P) + AY * (1.0 - S(I) * ABSF(P))$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ (1001, 1002, 1003, 1004), IX$

1004 $XA(I) = B * (P * R(3) - Q * C(3)) - R(4) + C(4)$
 $XA(I) = XA(I) + 4.9 * 0.0005 * DT * (R(4)/R(2) * ABSF(R(4)) * R(1) - C(4)/C(2) * ABSF(C(4)) * C(1))$
 $XA(I) = XA(I)/(B * (P - Q))$
 $YB = B * P * (XA(I) - R(3)) + R(4) - 4.9 * 0.0005 * DT * R(1)/R(2) * ABSF(R(4)) * R(4)$
 $YC = YB - 4.9 * 0.0005 * DT * A(I)/D(I) * Y(I) * ABSF(Y(I))$
 $YD = 0.5 * (YC + Y(I))$
 $YA(I) = YB - 4.9 * 0.0005 * DT * A(I)/D(I) * YD * ABSF(YD)$
 $YA(I) = 0.5 * (YD + YA(I))$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ 500$

134 $IF(I-24) \ 135, 500, 136$
135 $L = I-12$
 $G\bar{O} \ T\bar{O} \ (213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223), L$

213 $B = 16.28 * X8(13) - 26.86$
 $V = ((30.625 * X8(13) - 177.094) * X8(13) + 342.907) * X8(13) - 221.156$
 $P = Y(13)/A(13) - V$
 $Q = Y(13)/A(13) + V$
 $Y(13) = 0.3$
 $YR = Y(13) * (1.0 - S(13) * ABSF(P)) + Y(14) * S(13) * ABSF(P)$
 $XR = X(13) * (1.0 - S(13) * ABSF(P)) + X(14) * S(13) * ABSF(P)$

$XA(13) = XR - (YR - Y(13)/(B * Q) - DT * P/D(13 * Y(13)) * ABSF(Y(13)) * 0.0005$
 $YA(13) = Y(13)$
 $G\ddot{O} \ T\ddot{O} \ 500$

214 $B = 20.4 * X8(14) - 30.6$
 $V = ((17.344 * X8(14) - 95.2) * X8(14) + 175.756) * X8(14) - 107.849$
 $P = Y(14)/A(14) - V$
 $Q = Y(14)/A(14) + V$
 $G\ddot{O} \ T\ddot{O} \ 200$

215 $B = (-58.28 * X8(15) + 262.8) * X8(15) - 274.65$
 $V = ((-387.5825 * X8(15) + 2072.7) * X8(15) - 2054.04) * X8(15) - 6584.05$
 $V = (V * X8(15) + 15657.6) * X8(15) - 9305.72$
 $P = Y(15)/A(15) - V$
 $Q = Y(15)/A(15) + V$
 $G\ddot{O} \ T\ddot{O} \ 200$

216 $B = ((440.55 * X8(16) - 3236.06) * X8(16) + 9314.19) * X8(16) - 13146.72$
 $B = (B * X8(16) + 9156.76) * X8(16) - 2528.8$
 $V = ((-27.2405 * X8(16) + 303.096) * X8(16) - 1362.9) * X8(16) + 3181.5$
 $V = ((V * X8(16) - 4074.69) * X8(16) + 2719.57) * X8(16) - 739.2$
 $P = Y(16)/A(16) - V$
 $Q = Y(16)/A(16) + V$
 $G\ddot{O} \ T\ddot{O} \ 200$

217 $B = ((24.946 * X8(17) - 119.023) * X8(17) + 191.036) * X8(17) - 76.433$
 $V = ((-27.4006 * X8(17) + 222.82) * X8(17) - 736.56) * X8(17) + 1263.81$
 $V = ((V * X8(17) - 1184.42) * X8(17) + 575.6) * X8(17) - 112.36$
 $P = Y(17)/A(17) - V$
 $Q = Y(17)/A(17) + V$
 $G\ddot{O} \ T\ddot{O} \ 200$

218 $B = ((-5.03113 * X8(18) + 59.1542) * X8(18) - 248.94) * X8(18) + 499.33$
 $B = (B * X8(18) - 516.508) * X8(18) + 281.845) * X8(18) - 45.6955$
 $V = ((1.0996 * X8(18) - 7.38445) * X8(18) + 19.3214) * X8(18) - 24.5747$
 $V = (V * X8(18) + 16.4776) * X8(18) - 2.7882$
 $P = Y(18)/A(18) - V$
 $Q = Y(18)/A(18) + V$
 $G\ddot{O} \ T\ddot{O} \ 200$

219 $IF(X8(19) - 0.85) \ 3001, \ 3001, \ 3000$
3000 $B = ((70.945 * X8(19) - 320.403) * X8(19) + 488.01) * X8(19) - 221.486$
 $G\ddot{O} \ T\ddot{O} \ 3002$

3001 $B = 0.263$
3002 $V = ((1.742 * X8(19) - 8.829) * X8(19) + 16.296) * X8(19) - 8.327$
 $P = Y(19)/A(19) - V$
 $Q = Y(19)/A(19) + V$
 $G\ddot{O} \ T\ddot{O} \ 200$

220 $B = ((-23.9178 * X8(20) + 220.73) * X8(20) - 835.258) * X8(20) + 1660.09$
 $B = (B * X8(20) - 1830.11) * X8(20) + 1067.55) * X8(20) - 221.61$
 $V = (((-2.5001 * X8(20) + 12.979) * X8(20) - 24.356) * X8(20) + 21.104) * X8(20) - 5.03$
 $P = Y(20)/A(20) - V$
 $Q = Y(20)/A(20) + V$
 $G\ddot{O} \ T\ddot{O} \ 200$

221 $B = ((36.2782 * X8(21) - 227.265) * X8(21) + 536.32) * X8(21) - 578.36$

$B = ((B * X8 \{21\} + 257.68) * X8 \{21\} - 3.3573) * X8 \{21\} + 9.8505$
 $V = (((0.3153 * X8 \{21\} - 1.5173) * X8 \{21\} + 2.247) * X8 \{21\} + 0.327) * X8 \{21\} + 1.4508$
 $P = Y \{21\} / A \{21\} - V$
 $Q = Y \{21\} / A \{21\} + V$
 GÖ TÖ 200

222 $B = ((3.41508 * X8 \{22\} - 17.277) * X8 \{22\} + 25.336) * X8 \{22\} + 8.3419$
 $B = ((B * X8 \{22\} - 59.135) * X8 \{22\} + 66.822) * X8 \{22\} + 0.0781$
 $V = (((-0.30485 * X8 \{22\} + 1.4102) * X8 \{22\} - 2.5617) * X8 \{22\} + 3.5563) * X8 \{22\} + 0.4441$
 $P = Y \{22\} / A \{22\} - V$
 $Q = Y \{22\} / A \{22\} + V$
 GÖ TÖ 200

223 $B = ((-10.1575 * X8 \{23\} + 76.9833) * X8 \{23\} - 222.873) * X8 \{23\} + 309.715$
 $B = ((B * X8 \{23\} - 215.96) * X8 \{23\} + 86.028) * X8 \{23\} + 15.544$
 $V = ((0.4874 * X8 \{23\} - 3.4783) * X8 \{23\} + 9.4826) * X8 \{23\} - 12.137$
 $V = ((V * X8 \{23\} + 6.8612) * X8 \{23\} + 0.3161) * X8 \{23\} + 1.3813$
 $P = Y \{23\} / A \{23\} - V$
 $Q = Y \{23\} / A \{23\} + V$
 GÖ TÖ 200

136 $L = I - 24$
 GÖ TÖ (500, 226, 227, 228, 229, 230), L

230 $B = 198.0$
 $V = 0.705 * X8 \{30\} + 6.27$
 $P = Y \{30\} / A \{30\} - V$
 $Q = Y \{30\} / A \{30\} + V$
 $X \{30\} = 0.063 + 0.4613 * \text{COSF} \{T1\} - 0.2255 * \text{COSF} \{2. * T1\} - 0.0114 * \text{COSF} \{3. * T1\}$
 $X \{30\} = X \{30\} + 0.003 * \text{COSF} \{4. * T1\} - 0.0004 * \text{COSF} \{6. * T1\} + 0.0013 * \text{COSF} \{8. * T1\}$
 $X \{30\} = X \{30\} - 0.1516 * \text{SINF} \{T1\} + 0.3433 * \text{SINF} \{2. * T1\} + 0.0061 * \text{SINF} \{3. * T1\}$
 $X \{30\} = X \{30\} + 0.0025 * \text{SINF} \{4. * T1\} - 0.0001 * \text{SINF} \{6. * T1\} + 0.0084 * \text{SINF} \{8. * T1\}$
 $XR = X \{29\} * S \{29\} * Q + X \{30\} * (1.0 - S \{29\}) * Q$
 $YR = Y \{29\} * S \{29\} * Q + Y \{30\} * (1.0 - S \{29\}) * Q$
 $YA \{30\} = YR + (X \{30\} - XR) * B * P - 9.8 * DT/D \{30\} * A \{30\} * Y \{30\} * \text{ABSF} \{Y \{30\}\} * 0.0005$
 $XA \{30\} = X \{30\}$
 GÖ TÖ 500

226 $B = (((-3.5469 * X8 \{26\} + 13.74) * X8 \{26\} - 19.5833) * X8 \{26\} + 21.066) * X8 \{26\} + 77.2873$
 $V = 0.82 * X8 \{26\} + 3.9$
 $P = Y \{26\} / A \{26\} - V$
 $Q = Y \{26\} / A \{26\} + V$
 GÖ TÖ 200

227 $B = (((31.61 * X8 \{27\} - 124.67) * X8 \{27\} + 134.93) * X8 \{27\} - 1.02) * X8 \{27\} + 68.66$
 $V = (((-0.67 * X8 \{27\} + 2.89) * X8 \{27\} - 3.764) * X8 \{27\} + 2.086) * X8 \{27\} + 3.506$
 $P = Y \{27\} / A \{27\} - V$
 $Q = Y \{27\} / A \{27\} + V$
 GÖ TÖ 200

228 $B = (((-16.737 * X8 \{28\} + 83.451) * X8 \{28\} - 151.644) * X8 \{28\} + 133.08) * X8 \{28\} + 100.662$
 $V = 0.965 * X8 \{28\} + 3.0$
 $P = Y \{28\} / A \{28\} - V$
 $Q = Y \{28\} / A \{28\} + V$
 GÖ TÖ 200

229 $B = 126.0$

$$\begin{aligned}
V &= ((-0.0752 * X8(29) + 0.4826) * X8(29) - 1.0314) * X8(29) + 0.6932 \\
V &= (V * X8(29) + 1.0825) * X8(29) + 3.631 \\
P &= Y(29)/A(29) - V \\
Q &= Y(29)/A(29) + V \\
G\ddot{O} \ T\ddot{O} \ 200
\end{aligned}$$

$$500 \quad I = I + 1$$

$$IF(I - 30) \ 298, \ 298, \ 501$$

$$501 \quad B12 = ((-0.88914 * X8(12) + 4.8071) * X8(12) - 3.2657) * X8(12) + 24.62$$

$$B24 = ((9.3279 * X8(24) - 49.068) * X8(24) + 85.636) * X8(24) - 51.762$$

$$B24 = (B24 * X8(24) + 9.576) * X8(24) + 44.99$$

$$B25 = ((-3.6347 * X8(25) + 51.475) * X8(25) - 197.29) * X8(25) + 296.02$$

$$B25 = ((B25 * X8(25) - 166.16) * X8(25) + 29.585) * X8(25) + 49.364$$

$$V12 = (((0.14763 * X8(12) - 0.4554) * X8(12) + 0.04039) * X8(12) + 1.4969 * X8(12) + 3.1291$$

$$V24 = ((-0.38699 * X8(24) + 2.0056) * X8(24) - 3.3737) * X8(24) + 1.7037$$

$$V24 = (V24 * X8(24) + 1.1906) * X8(24) + 3.1369$$

$$V25 = (((1.6922 * X8(25) - 11.969) * X8(25) + 32.432) * X8(25) - 41.658) * X8(25) + 25.533$$

$$V25 = ((V25 * X8(25) - 7.1955) * X8(25) + 2.1837) * X8(25) + 3.126$$

$$P12 = Y(12)/A(12) - V12$$

$$P24 = Y(24)/A(24) - V24$$

$$P25 = Y(25)/A(25) - V25$$

$$Q12 = Y(12)/A(12) + V12$$

$$Q24 = Y(24)/A(24) + V24$$

$$Q25 = Y(25)/A(25) + V25$$

$$A1 = 1.0/(B25 * Q25)$$

$$A2 = 1.0/(B24 * Q24)$$

$$A3 = 1.0/(B12 * Q12)$$

$$W1 = -DT * P25 * Y(25) * ABSF(Y(25)/D(25)) * 0.0005$$

$$W2 = -DT * Q24 * Y(24) * ABSF(Y(24)/D(24)) * 0.0005 * 2.2$$

$$W3 = -DT * Q12 * Y(12) * ABSF(Y(12)/D(12)) * 0.0005 * 1.3$$

$$X1 = X(25) * (1.0 - S(25) * ABSF(P25)) + X(26) * S(25) * ABSF(P25)$$

$$X2 = X(24) * (1.0 - S(23) * Q24) + X(23) * S(23) * Q24$$

$$X3 = X(12) * (1.0 - S(11) * Q12) + X(11) * S(11) * Q12$$

$$Y1 = Y(25) * (1.0 - S(25) * ABSF(P25)) + Y(26) * S(25) * ABSF(P25)$$

$$Y2 = Y(24) * (1.0 - S(23) * Q24) + Y(23) * S(23) * Q24$$

$$Y3 = Y(12) * (1.0 - S(11) * Q12) + Y(11) * S(11) * Q12$$

$$7777 \quad H124 = (X1 - X2 + (A2 - A1 * A2/A3) * Y2 + A1 * (Y3 - Y1) - W2 + W1 + A1/A3 * (X2 - X3 + W2 - W3))/((A2 - A1 - A1 * A2/A3)$$

$$E25 = X2 + A2 * (H124 - Y2) + W2$$

$$H112 = (E25 - X3 + A3 * Y3 - W3)/A3$$

$$H125 = (E25 - X1 + A1 * Y1 - W1)/A1$$

$$G25 = 0.5 * (H125 + Y(25))$$

$$G24 = 0.5 * (H114 + Y(24))$$

$$G12 = 0.5 * (H112 + Y(12))$$

$$W11 = -DT * P25 * G25 * ABSF(G25/D(25)) * 0.0005$$

$$W12 = -DT * Q24 * G24 * ABSF(G24/D(24)) * 0.0005 * 2.2$$

$$W13 = -DT * Q12 * G12 * ABSF(G12/D(12)) * 0.0005 * 1.3$$

$$YA(24) = (X1 - X2 + (A2 - A1 * A2/A3) * Y2 + A1 * (Y3 - Y1) - W12 + W11 + A1/A3 * (X2 - X3 + W12 - W13))/((A2 - A1 - A1 * A2/A3)$$

```

E35 = X2+A2*(YA(24)-Y2)+W12
YA(12) = (E35-X3+A3*Y3-W13)/A3
YA(25) = (E35-X1+A1*Y1-W11)/A1
YA(25) = 0.5*(G25+YA(25))
YA(24) = 0.5*(G24+YA(24))
YA(12) = 0.5*(G12+YA(12))

W22 = -DT*Q24*YA(24)*ABSF(YA(24))/D(24)*0.0005*2.2

XA(25) = X2+A2*(YA(24)-Y2)+W22
XA(24) = XA(25)
XA(12) = XA(25)

300 DÖ 301 I = 1, 30
    X(I) = XA(I)
301 Y(I) = YA(I)

    IF (SENSE LIGHT 3) 8001, 8000
8000 IF (K-K/15*15) 153, 153, 152
8001 SENSE LIGHT 3
153 KT = K/15

    PAUSE 2

    TYPE 600, KT
    TYPE 601
    TYPE 604, (X(I) I = 1, 10)
    TYPE 605, (Y(I) I = 1, 10)
    TYPE 602
    TYPE 604, (X(I) I = 11, 20)
    TYPE 605, (Y(I) I = 11, 20)
    TYPE 603
    TYPE 604, (X(I) I = 21, 30)
    TYPE 605, (Y(I) I = 21, 30)

600 FÖRMAT (/3HKT = 14)
601 FÖRMAT (/71H I      1      2      3      4      5      6      7      8      9      10)
602 FÖRMAT (/71H I      11     12     13     14     15     16     17     18     19     20)
603 FÖRMAT (/71H I      21     22     23     24     25     26     27     28     29     30)
604 FÖRMAT (4H X, 10F7.3)
605 FÖRMAT (3H Y, 10F7.2)

    PAUSE 1

    IF (KT-100) 152, 160, 160

160 STÖP

    END (2, 2, 2)

0.262 0.262 0.262 0.262 0.262 0.262 0.262 0.262 0.262 0.262 0.262 0.262 1.415 1.372 1.000
0.503 0.372 0.371 0.361 0.352 0.321 0.300 0.275 0.262 0.262 0.248 0.228 0.192 0.186 0.178

0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3
0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3

1000. 1000. 1000. 1000. 1000. 1000. 1000. 1000. 1000. 1000. 1000. 1000. 1. 1000. 793. 1086.
1052. 825. 842 1131. 1481. 1033. 1210. 628. 1. 634. 984. 1730. 1524. 1266.

120.0

86400.0

```