土木学会北海道支部　技術資料　第十八号

個々の堤体を延長方向に連結した場合の防波堤の安定

——堤体の水平微小変位をも考慮するとき——

正員　室蘭工業大学教授　工博　能町純雄
○正員　北海道土木部港湾課　石倉建治

§1　まえがき

著者らは，さきにケーソンを1箇1箇並べて防波堤を築造するとき，その上部場所詰コンクリートは各ケーソンごとに必ず目地を入れることとされているが，基礎の状態，連絡方法などによっては，かえって相互に連絡した方が構造としてきわめて有利であることを示した[1]が，今回はさらに任意のケーソンが波力により，rocking のみならず，基礎底面において水平微小変位することも考慮に入れてその解析を試みた。

§2　防波堤の rocking と水平微小変位

混成堤の堤体に波力が作用すると rocking 現象が生ずることはすでに知られている[2]。しかしそれと同時に底面摩擦力も存在すると考えられるが，このことは水平方向の微小変位が生ずるということに外ならない。

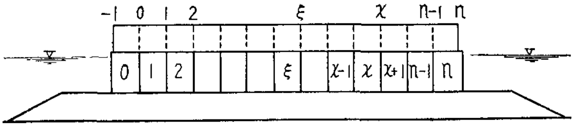
すなわち，堤体は基礎部に比し，その変形が無視されるほど剛なもので，これが弾性基礎上にあると考えれば，防波堤に外力が作用すると，堤体の基礎部は外力に応じてまず弾性変形をし，応力を発生してこれに抵抗する。外力が弾性変形の状態をこえない程度であれば，外力が去ったとき堤体はもとの状態に復する。もし外力がこの基礎の弾性限界をこえて作用すれば，堤体は滑動または転倒し永久的な変動をして破かいすることとなる。構造物としては外力による変動が弾性的であることが望ましい。

そこで波力に対し，防波堤を形成する個々のケーソンの弾性的変動を水平変位と回転とに分け，それぞれの抵抗力が波力に釣り合うものとして，ジベル結合された防波堤のような構造物の理論的な力の伝達を明らかにしようとするものである。

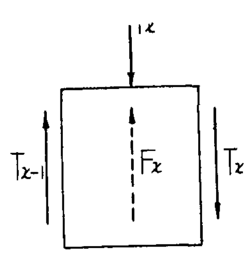
したがって，第8回海岸工学講演会において発表した論文[1]と異なる点は，基本式に上述の水平微小変位の項を加えたことである。なお，セン断力 T_x の方向については，力学の一般慣習にしたがい，今回改めた。また波力については静力学的に取り扱うものとする。

§3　基本式の誘導

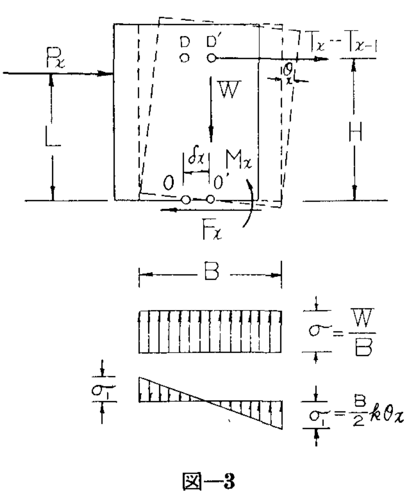
防波堤が $n+1$ 箇のケーソンで形成されているものとしケーソンの番号とケーソン相互の間の接合点（以下「ジベル点」と称す）の番号を図-1のようにとる。いま x 番目のケーソンを取り出して力の釣り合いを考えると，P_x なる外力に対し，セン断力と底面摩擦力との関係は図-2のようになり，これを断面でみると，図-3においてケーソン



図—1



図—2



図—3

はまず δ_x だけ移動し，しかる後ケーソン底面の中心点 O' を中心として回転する。

いま波力の方向を正にとると，図-2 より，水平方向の力の釣り合いから

$$P_x+(T_x-T_{x-1})-F_x=0 \tag{1}$$

図-3 より，O' 点のまわりのモーメントの釣り合いから

$$P_x\cdot L+(T_x-T_{x-1})\cdot H-M_x=0 \tag{2}$$

B：堤　体　幅

H：ジベル点の高さ

L：波力 P の作用点の高さ

θ_x：ケーソン x 底面の弾性変角（すなわち堤体の傾き）

δ_x：堤体の水平微小変位

k：基礎の支持力係数 (kg/cm³)

M_x：基礎部の弾性反力が底部中央点 O' のまわりにつくる抵抗モーメント

とすれば

$$M_x=\frac{1}{12}kB^3\theta_x \tag{a}$$

ゆえに

$$K=\frac{1}{12}kB^3 \tag{b}$$

とおけば

$$M_x=K\theta_x \tag{3}$$

セン断力 T_x は，ケーソン $x+1$ と x の間における相対的なずれに比例すると考えられるから

$$T_x\propto H(\theta_{x+1}-\theta_x)+(\delta_{x+1}-\delta_x) \tag{4}$$

比例常数（以下「ジベル常数」と称す）を C (kg/cm) とすれば

$$T_x=CH(\theta_{x+1}-\theta_x)+C(\delta_{x+1}-\delta_x) \tag{5}$$

基礎底面の摩擦抵抗力 F_x は，堤体底面における変位量に比例すると考えられるから

$$F_x\propto\delta_x \tag{6}$$

比例常数を D (kg/cm) とすれば

$$F_x=D\delta_x \tag{7}$$

いま任意の関数 θ_x（x は自然数である）についての差分をとり

$$\theta_{x+1}-2\theta_x+\theta_{x-1}=\Delta^2\theta_x \tag{c}$$

とおくと，(5) 式より

$$T_x-T_{x-1}=CH\Delta^2\theta_x+C\Delta^2\delta_x \tag{d}$$

以上の関係を (1)，(2) 式に代入すれば

$$P_x+CH\Delta^2\theta_x+C\Delta^2\delta_x-D\delta_x=0 \tag{8}$$

$$P_xL+CH^2\Delta^2\theta_x+CH\Delta^2\delta_x-K\theta_x=0 \tag{9}$$

(8)×H−(9) を作れば

$$(H-L)P_x-DH\delta_x+K\theta_x=0$$

$$\therefore\quad \delta_x=\frac{H-L}{DH}P_x+\frac{K}{DH}\theta_x \tag{10}$$

これを (9) 式に代入して整理すれば

$$\Delta^2\theta_x-\alpha\theta_x=-\beta P_x-\gamma\Delta^2P_x \tag{11}$$

$$\left.\begin{aligned}\alpha&=\frac{DK}{C(DH^2+K)}\\ \beta&=\frac{DL}{C(DH^2+K)}\\ \gamma&=\frac{H-L}{DH^2+K}\end{aligned}\right\} \tag{e}$$

これが弾性基礎上にジベル結合された連鎖状構造物の水平微小変位をも考慮した場合の基本差分方程式である。

§4　基本差分方程式の解

(11) 式の一般解は

$$\theta_x=A\frac{\sinh x\eta}{\sinh n\eta}+B\frac{\sinh(n-x)\eta}{\sinh n\eta} \tag{12}$$

ここに η は

$$\cosh\eta=1+\frac{\alpha}{2} \tag{f}$$

を満足する値である。

つぎに相似荷重群 (Affinlasten)[3] によれば

$$P_x=\sum_{i=1}^{n-1}\bar{P}_i\sin\frac{i\pi x}{n} \tag{13}$$

$$\bar{P}_i=\sum_{x=1}^{n-1}P_x\sin\frac{i\pi x}{n} \tag{14}$$

の関係がある。そこで (11) 式は

$$\Delta^2\theta_x-\alpha\theta_x=-\beta\sum_{i=1}^{n-1}\bar{P}_i\sin\frac{i\pi x}{n}-\gamma\Delta^2P_x \tag{15}$$

とかかれ，その特殊解はここで

$$\theta_x=\sum_{i=1}^{n-1}\nu_i\sin\frac{i\pi x}{n} \tag{16}$$

とおけば

$$\Delta^2\theta_x=2\sum_{i=1}^{n-1}\nu_i\left(\cos\frac{i\pi}{n}-1\right)\sin\frac{i\pi x}{n}$$

$$\alpha\theta_x=\alpha\sum_{i=1}^{n-1}\nu_i\sin\frac{i\pi x}{n}$$

$$\therefore\quad \Delta^2\theta_x-\alpha\theta_x=\sum_{i=1}^{n-1}\nu_i\left\{2\left(\cos\frac{i\pi}{n}-1\right)-\alpha\right\}\sin\frac{i\pi x}{n} \tag{g}$$

また (15) 式右辺第 2 項は

$$\begin{aligned}\Delta^2P_x&=P_{x+1}-2P_x+P_{x-1}=\sum_{i=1}^{n-1}\bar{P}_i\sin\frac{i\pi(x+1)}{n}\\ &\quad-2\sum_{i=1}^{n-1}\bar{P}_i\sin\frac{i\pi x}{n}+\sum_{i=1}^{n-1}\bar{P}_i\sin\frac{i\pi(x-1)}{n}\\ &=2\sum_{i=1}^{n-1}\bar{P}_i\sin\frac{i\pi x}{n}\left(\cos\frac{i\pi}{n}-1\right)\end{aligned} \tag{h}$$

ゆえに (15) 式は

$$\sum_{i=1}^{n-1}\nu_i\left\{2\left(\cos\frac{i\pi}{n}-1\right)-\alpha\right\}\sin\frac{i\pi x}{n}$$

$$=-\beta\sum_{i=1}^{n-1}\bar{P}_i\sin\frac{i\pi x}{n}-2\gamma\sum_{i=1}^{n-1}\bar{P}_i\sin\frac{i\pi x}{n}\left(\cos\frac{i\pi}{n}-1\right)$$

$$\therefore\quad \nu_i=\frac{(\alpha\gamma+\beta)\bar{P}_i}{\alpha-2\left(\cos\frac{i\pi}{n}-1\right)}-\gamma\bar{P}_i \tag{17}$$

$$\therefore\quad \theta_x^{(2)}=(\alpha\gamma+\beta)\sum_{i=1}^{n-1}\frac{\bar{P}_i}{\left\{\alpha-2\left(\cos\frac{i\pi}{n}-1\right)\right\}}\sin\frac{i\pi x}{n}-\gamma\sum_{i=1}^{n-1}\bar{P}_i\sin\frac{i\pi x}{n} \tag{18}$$

よって θ_x は

$$\theta_x=\theta_x^{(1)}+\theta_x^{(2)}=A\frac{\sinh x\eta}{\sinh n\eta}+B\frac{\sinh(n-x)\eta}{\sinh n\eta}+(\alpha\gamma+\beta)\sum_{i=1}^{n-1}\frac{\bar{P}_i}{\left\{\alpha-2\left(\cos\frac{i\pi}{n}-1\right)\right\}}\sin\frac{i\pi x}{n}-\gamma\sum_{i=1}^{n-1}\bar{P}_i\sin\frac{i\pi x}{n} \tag{19}$$

いま波力が $x=\xi$ にのみ作用しているものとすれば，(19) 式の Affinlasten の級数和は連続関係に対する Fourier 級数和のように求められるので，このとき (19) 式はつぎのようになる。

$$\theta_x=A\frac{\sinh x\eta}{\sinh n\eta}+B\frac{\sinh(n-x)\eta}{\sinh n\eta}+(\alpha\gamma+\beta)P_\xi G_{\eta(\xi,x)}-\gamma P_x \tag{20}$$

上式中 $G_{\eta(\xi,x)}$ と P_x は

$$G_{\eta(\xi,x)}=\begin{cases}\dfrac{\sinh(n-\xi)\eta\sinh x\eta}{\sinh n\eta\sinh\eta} & (x\leqq\xi)\\[2ex] \dfrac{\sinh(n-x)\eta\sinh\xi\eta}{\sinh n\eta\sinh\eta} & (x\geqq\xi)\end{cases} \tag{i}$$

$P_x=P_\xi,\quad x=\xi$ で $\xi\neq\begin{cases}n\\0\end{cases}$ のとき

$P_x=0,\quad x\neq\xi$ のとき

§5 境界条件と未定係数 A, B の決定

(1) 両端自由

$\xi=n$ のとき

$x=n$ では $P_\xi=P_n,\quad T_n=0$

$\xi\neq n$ では $P_x=0$ であるから (2) 式より

$$P_nL-T_{n-1}\cdot H-K\theta_n=0 \tag{21}$$

(21) 式に (5) 式を代入して整理すれば

$$\left\{L-\frac{C(H-L)}{D}\right\}P_n-\left(CH^2+\frac{CK}{D}+K\right)\theta_n+C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\theta_{n-1}=0 \tag{22}$$

いま $\xi=n$ の場合であるから (19) 式から明らかなように (20) 式の第3,4項は存在しない。それを (22) 式に代入すると

$$\left\{L-\frac{C(H-L)}{D}\right\}P_n-\left[C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\frac{\{\sinh n\eta-\sinh(n-1)\eta\}}{\sinh n\eta}+K\right]A+C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\frac{\sinh\eta}{\sinh n\eta}B=0 \tag{23}$$

$x=0$ では $P_0=0$，$T_{-1}=0$ ゆえ (2) 式より

$$T_0H-K\theta_0=0 \tag{24}$$

$$\therefore\quad C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\theta_1-\left(CH^2+\frac{CK}{D}+K\right)\theta_0=0 \tag{25}$$

前と同様に (20) 式を (25) 式に代入して

$$C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\frac{\sinh\eta}{\sinh n\eta}A-\left[C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\frac{\{\sinh n\eta-\sinh(n-1)\eta\}}{\sinh n\eta}+K\right]B=0 \tag{26}$$

(23), (26) 式の係数を

$$\left.\begin{aligned}M&=L-\frac{C(H-L)}{D}\\ N&=\left[C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\frac{\{\sinh n\eta-\sinh(n-1)\eta\}}{\sinh n\eta}+K\right]\\ &=\frac{K}{\alpha}\cdot\frac{\sinh(n+1)\eta-\sinh n\eta}{\sinh n\eta}\\ T&=C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\frac{\sinh\eta}{\sinh n\eta}=\frac{K}{\alpha}\cdot\frac{\sinh\eta}{\sinh n\eta}\end{aligned}\right\} \tag{j}$$

とおき，A, B を求めれば

$$\left.\begin{aligned}A&=P_n\frac{MN}{N^2-T^2}\\ &=P_n(\beta-\gamma)\frac{\{\sinh(n+1)\eta-\sinh n\eta\}\sinh n\eta}{\{\sinh(n+1)\eta-\sinh n\eta\}^2-\sinh^2\eta}\\ B&=P_n\frac{N^2-T^2}{MT}\\ &=P_n(\beta-\gamma)\frac{\sinh\eta\cdot\sinh n\eta}{\{\sinh(n+1)\eta-\sinh n\eta\}^2-\sinh^2\eta}\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

(27) 式を (20) 式に代入して整理すれば

$$\theta_x=P_n(\beta-\gamma)\frac{\cosh\left(x+\frac{1}{2}\right)\eta}{\cosh\left(n+\frac{3}{2}\right)\eta-\cosh\left(n+\frac{1}{2}\right)\eta} \tag{28}$$

<u>$\xi\neq n,\quad 1\leqq\xi\leqq n-1$ のとき</u>

$x=n$ では $P_n=0$，$T_n=0$ ゆえ (2) 式より

$$-T_{n-1}H-K\theta_n=0 \tag{29}$$

(29) 式に (5) 式を代入して整理すれば

$$\left(CH^2+\frac{CK}{D}+K\right)\theta_n-C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\theta_{n-1}-\frac{C(H-L)}{D}P_{n-1}=0 \tag{30}$$

上式に (20) 式を代入して

$$\left[C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\frac{\{\sinh n\eta-\sinh(n+1)\eta\}}{\sinh n\eta}+K\right]A$$
$$-C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\frac{\sinh\eta}{\sinh n\eta}B$$
$$-C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)(\alpha\gamma+\beta)\,G_{\eta(\xi,n-1)}\cdot P_\xi=0 \tag{31}$$

$x=0$ では $P_0=0$, $T_{-1}=0$ ゆえ (2) 式より (24) 式を得る。(20) 式を (24) 式に代入すると

$$C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\frac{\sinh\eta}{\sinh n\eta}A$$
$$-\left[C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)\frac{\{\sinh n\eta-\sinh(n-)\eta\}}{\sinh n\eta}+K\right]B$$
$$+C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)(\alpha\gamma+\beta)\,G_{\eta(\xi,1)}P_\xi=0 \tag{32}$$

いま (31), (32) 式の P_ξ の係数をそれぞれ U, U' とおけば

$$\left.\begin{aligned}
U&=C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)(\alpha\gamma+\beta)\,G_{\eta(\xi,n-1)}\\
&=K\left(\gamma+\frac{\beta}{\alpha}\right)\frac{\sinh\xi\eta}{\sinh n\eta}\\
U'&=C\left(H^2+\frac{K}{D}\right)(\alpha\gamma+\beta)\,G_{\eta(\xi,1)}\\
&=K\left(\gamma+\frac{\beta}{\alpha}\right)\frac{\sinh(n-\xi)\eta}{\sinh n\eta}
\end{aligned}\right\} \tag{k}$$

すなわち上式で

$$\left.\begin{aligned}
G_{\eta(\xi,n-1)}&=\frac{\sinh\xi\eta}{\sinh n\eta} \qquad (\because\ x=n-1\geqq\xi)\\
G_{\eta(\xi,1)}&=\frac{\sinh(n-\xi)\eta}{\sinh n\eta} \qquad (\because\ x=1\leqq\xi)
\end{aligned}\right\} \tag{l}$$

ゆえに (31), (32) 式より A, B を求めると

$$\left.\begin{aligned}
A&=\frac{NU+TU'}{N^2-T^2}P_\xi\\
B&=\frac{NU'+TU}{N^2-T^2}P_\xi
\end{aligned}\right\} \tag{33}$$

(33) 式を (20) 式に代入して

$$\theta_x=P_\xi\frac{NU+TU'}{N^2-T^2}\cdot\frac{\sinh x\eta}{\sinh n\eta}+P_\xi\frac{NU'+TU}{N^2-T^2}$$
$$\cdot\frac{\sinh(n-x)\eta}{\sinh n\eta}+(\alpha\gamma+\beta)\,G_{\eta(\xi,x)}P_\xi-\gamma P_x$$

上式に

$$\left.\begin{aligned}
NU+TU'&=\left(\frac{K}{\alpha}\right)^2(\alpha\gamma+\beta)\frac{\sinh(n+\xi)\eta}{\sinh n\eta}\\
NU'+TU&=\left(\frac{K}{\alpha}\right)^2(\alpha\gamma+\beta)\\
&\quad\times\frac{\{\sinh(n-\xi+1)\eta-\sinh(n-\xi)\eta\}}{\sinh^2 n\eta}\\
N^2-T^2&=\left(\frac{K}{\alpha}\right)^2\\
&\quad\times\frac{\{\sinh(n+1)\eta-\sinh\eta\}^2-\sinh^2\eta}{\sinh^2 n\eta}
\end{aligned}\right\} \tag{m}$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{NU+TU'}{N^2-T^2}&=\left(\gamma+\frac{L}{K}\right)\frac{\sinh(n+\xi)\eta}{\sinh(n+1)\eta}\\
\frac{NU'+TU}{N^2-T^2}&=\left(\gamma+\frac{L}{K}\right)\\
&\quad\times\frac{\{\sinh(n-\xi+1)\eta-\sinh(n-\xi)\eta\}}{\sinh(n+1)\eta}
\end{aligned}\right\} \tag{n}$$

を代入すれば

$$\theta_x=P_\xi\left(\gamma+\frac{L}{K}\right)\frac{1}{\sinh(n+1)\eta\sinh n\eta}$$
$$\times[\sinh(n+\xi)\eta\sinh x\eta$$
$$+\{\sinh(n-\xi+1)\eta-\sinh(n-\xi)\eta\}\sinh(n-x)\eta]$$
$$+P_\xi\alpha\left(\gamma+\frac{L}{K}\right)G_{\eta(\xi,x)}-\gamma P_x \tag{34}$$

(2) 一端固定他端自由

図-1 でケーソン 0 を陸岸とみなし，ケーソン 1 が 0 に固定され，n が自由とする。

$\xi=n$ のとき

$x=n$ では $P_\xi=P_n$ ただし，(20) 式の第 3，4 項は存在しない。

$x=0$ では $\theta_0=0$ ゆえに (20) 式より

$$B=0 \tag{35}$$

$$\therefore\quad \theta_x=A\frac{\sinh x\eta}{\sinh n\eta} \tag{36}$$

さらに自由端 $x=n$ において $T_n=0$ であることから，(2) 式より (21) 式を得，つづいて (22) 式が得られる。(22) 式に (36) 式を代入すれば (23) 式において $B=0$ とし，次式を得る。

$$M\cdot P_n-N\cdot A=0 \tag{37}$$

$$\therefore\quad A=\frac{M}{N}P_n=P_n(\beta-\gamma)\frac{\sinh n\eta}{\{\sinh(n+1)\eta-\sinh n\eta\}} \tag{38}$$

上式を (36) 式に代入し

$$\theta_x=P_n(\beta-\gamma)\frac{\sinh n\eta}{\{\sinh(n+1)\eta-\sinh n\eta\}} \tag{39}$$

$\xi\neq n$, $1\leqq\xi\leqq n-1$ のとき

前と同様に $\theta_0=0$ ゆえ $B=0$ であるから (20) 式より

$$\theta_x=A\frac{\sinh x\eta}{\sinh n\eta}+P_\xi(\alpha\gamma+\beta)\,G_{\eta(\xi,x)}-\gamma P_x \tag{40}$$

$x=n$ では $P_n=0$, $T_n=0$ ゆえ (2) 式より (29) 式を得，つづいて (30) 式を得る。(30) 式に (20) 式を代入すれば，(31) 式において $B=0$ とし，次式を得る。

$$N\cdot A-U\cdot P_\xi=0 \tag{41}$$

$$\therefore\quad A=P_\xi\frac{U}{N}$$
$$=P_\xi(\alpha\gamma+\beta)\frac{\sinh\xi\eta}{\{\sinh(n+1)\eta-\sinh n\eta\}} \tag{42}$$

(42) 式を (40) 式に代入し

$$\theta_x=P_\xi(\alpha\gamma+\beta)\left[\frac{\sinh\xi\eta}{\{\sinh(n+1)\eta-\sinh n\eta\}}\right.$$
$$\left.\cdot\frac{\sinh x\eta}{\sinh n\eta}+G_{\eta(\xi,x)}\right]-\gamma P_x \tag{43}$$

(3) 両 端 固 定

図-1 でケーソン 0，n を陸岸とみなし，それに隣接するケーソン 1，$n-1$ がそれぞれに固定されているものとすれ

ば，θ_0，θ_n ともに0である。したがって (20) 式よりただちに

$$A=0\,,\qquad B=0 \tag{44}$$

よって θ_x の一般解は荷重項のみにより

$$\theta_x = P_\xi(\alpha\gamma+\beta)\cdot G_{\eta(\xi,x)}-\gamma P_x \tag{45}$$

§6　ジベル点に働くセン断力 T_x

(5) 式に (10)，(e) 式を代入して

$$T_x=\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{K}{H}(\theta_{x+1}-\theta_x)+\frac{C(H-L)}{DH}(P_{x+1}-P_x) \tag{46}$$

(1)　両　端　自　由

$\xi=n$ のとき

(46) 式に (28) 式を代入して

$$\begin{aligned}T_x=&P_n\frac{K}{H}\cdot\frac{\beta-\gamma}{\alpha}\\&\cdot\frac{\cosh\left(x+\frac{3}{2}\right)\eta-\cosh\left(x+\frac{1}{2}\right)\eta}{\cosh\left(n+\frac{3}{2}\right)\eta-\cosh\left(n+\frac{1}{2}\right)\eta}\\&+\frac{C(H-L)}{DH}(P_{x+1}-P_x)\end{aligned} \tag{47}$$

ただし　$0\leqq x\leqq n-1$

<u>$\xi\neq n$，$1\leqq\xi\leqq n-1$ のとき</u>

(46) 式に (34) 式を代入して

$$\begin{aligned}T_x=&P_\xi\cdot\frac{K}{H}\,\frac{1}{\alpha}\left(\gamma+\frac{L}{K}\right)\frac{1}{\sinh(n+1)\eta\sinh n\eta}\\&\times[\sinh(n+\xi)\eta\{\sinh(x+1)\eta-\sinh x\eta\}\\&-\{\sinh(n-\xi+1)\eta-\sinh(n-\xi)\eta\}\\&\times\{\sinh(n-x)\eta-\sinh(n-x+1)\eta\}]\\&+P_\xi\frac{K}{H}\left(\gamma+\frac{L}{K}\right)\left\{G_{\eta(\xi,x+1)}-G_{\eta(\xi,x)}\right\}\end{aligned} \tag{48}$$

ただし　$0\leqq x\leqq n-1$

(2)　一端固定他端自由

<u>$\xi=n$ のとき</u>

(46) 式に (39) 式を代入して

$$\begin{aligned}T_x=&P_n\cdot\frac{K}{H}\cdot\frac{\beta-\gamma}{\alpha}\cdot\frac{\cosh\left(x+\frac{1}{2}\right)\eta}{\cosh\left(n+\frac{1}{2}\right)\eta}\\&+\frac{C(H-L)}{DH}(P_{x+1}-P_x)\end{aligned} \tag{49}$$

ただし　$0\leqq x\leqq n-1$

<u>$\xi\neq n$，$1\leqq\xi\leqq n-1$ のとき</u>

(46) 式に (43) 式を代入して

$$\begin{aligned}T_x=&P_\xi\cdot\frac{K}{H}\left(\gamma+\frac{L}{K}\right)\\&\times\left[\frac{\sinh\xi\eta\cdot\cosh\left(x+\frac{1}{2}\right)\eta}{\sinh n\eta\cdot\cosh\left(n+\frac{1}{2}\right)\eta}+G_{\eta(\xi,x+1)}-G_{\eta(\xi,x)}\right]\end{aligned} \tag{50}$$

ただし　$0\leqq x\leqq n-1$

(3)　両　端　固　定

(46) 式に (45) 式を代入して

$$T_x=P_\xi\frac{K}{H}\left(\gamma+\frac{L}{K}\right)\left\{G_{\eta(\xi,x+1)}-G_{\eta(\xi,x)}\right\} \tag{51}$$

ただし　$0\leqq x\leqq n-1$

§7　基礎底面に働く摩擦抵抗力 F_x

(7) 式に (10) 式を代入して

$$F_x=\frac{K}{H}\theta_x+\left(1-\frac{L}{H}\right)P_x \tag{52}$$

(1)　両　端　自　由

<u>$\xi=n$ のとき</u>

(52) 式に (28) 式を代入して

$$\begin{aligned}F_x=&P_n\frac{K}{H}(\beta-\gamma)\frac{\cosh\left(x+\frac{1}{2}\right)\eta}{\cosh\left(n+\frac{3}{2}\right)\eta-\cosh\left(n+\frac{1}{2}\right)\eta}\\&+\left(1-\frac{L}{H}\right)P_x\end{aligned} \tag{53}$$

<u>$\xi\neq n$，$1\leqq\xi\leqq n-1$ のとき</u>

(52) 式に (34) 式を代入して

$$\begin{aligned}F_x=&P_\xi\frac{K}{H}\left(\gamma+\frac{L}{K}\right)\\&\times\frac{\sinh(n+\xi)\eta\cdot\sinh x\eta+\{\sinh(n-\xi+1)\eta-\sinh(n-\xi)\eta\}\sinh(n-x)\eta}{\sinh(n+1)\eta\sinh n\eta}\\&+P_\xi\frac{K}{H}\alpha\left(\gamma+\frac{L}{K}\right)G_{\gamma(\xi,x)}+\gamma DHP_x\end{aligned} \tag{54}$$

(2)　一端固定他端自由

<u>$\xi=n$ のとき</u>

(52) 式に (39) 式を代入して

$$\begin{aligned}F_x=&P_n\frac{K}{H}(\beta-\gamma)\frac{\sinh n\eta}{\{\sinh(x+1)\eta-\sinh n\eta\}}\\&+\left(1-\frac{L}{H}\right)P_x\end{aligned} \tag{55}$$

<u>$\xi\neq n$，$1\leqq\xi\leqq n-1$ のとき</u>

(52) 式に (43) 式を代入して

$$\begin{aligned}F_x=&P_\xi\frac{K}{H}(\alpha\gamma+\beta)\left[\frac{\sinh\xi\eta}{\{\sinh(n+1)\eta-\sinh n\eta\}}\right.\\&\left.\cdot\frac{\sinh x\eta}{\sinh n\eta}+G_{\eta(\xi,x)}\right]+\gamma DHP_x\end{aligned} \tag{56}$$

(3)　両　端　固　定

(52) 式に (45) 式を代入して

$$F_x=P_\xi\frac{K}{H}(\alpha\gamma+\beta)G_{\eta(\xi,x)}+\gamma DHP_x \tag{57}$$

§8 ジベル常数 C の極限状態

(1) C が 0 のとき

(e) 式より $\alpha\to\infty$ ゆえ (f) 式より $\eta\to\infty$ ゆえにセン断力 T_x の (47)～(51) 式はいずれも

$$\lim_{C\to 0} T_x = 0 \tag{58}$$

となる。すなわち個々のケーソンが相互に連結されていない場合であるから，セン断力は当然 0 となるわけである。

(2) C が他の常数に比しきわめて大なるとき

(e) 式より $\alpha\to 0$, $\beta\to 0$ したがって (11) 式より

$$\Delta^2\theta_x = -\gamma\Delta^2 P_x \tag{59}$$

上式を解けば

$$\theta_x = -\gamma P_x \tag{60}$$

これを (10) 式に代入して

$$\delta_x = H\gamma P_x = -H\theta_x \tag{61}$$

$$\therefore\quad \delta_x + H\theta_x = 0 \tag{62}$$

ゆえにジベル点に変位は生じない。また (60) 式より

$$\left.\begin{aligned} \theta_\xi &= -\gamma P_\xi \quad & x=\xi \text{ のとき} \\ \theta_x &= 0 \quad & x\neq\xi \text{ のとき} \end{aligned}\right\} \tag{63}$$

したがって

$$\left.\begin{aligned} \delta_\xi &= H\gamma P_\xi \quad & x=\xi \text{ のとき} \\ \delta_x &= 0 \quad & x\neq\xi \text{ のとき} \end{aligned}\right\} \tag{64}$$

いま一例として，「両端自由」と「一端固定他端自由」の場合で，自由端にのみ波力が作用するときについて述べれば $\xi=n$ で $T_n=0$ ゆえ (1) 式より

$$T_{n-1} = P_n + D\delta_n \tag{65}$$

また (1) 式に $x\neq\xi$ で $P_x=0$ および (64) 式の関係を用い

$$T_x - T_{x-1} = 0 \tag{66}$$

$$\therefore\quad T_x = T_{x-1} = \cdots = T_{n-1} \tag{67}$$

さて，T_{n-1} に対する (47), (49) 式の極限値はいずれも

$$\lim_{C\to\infty} T_{n-1} = P_n\frac{L}{H} \tag{68}$$

となる。なお，詳細は別の機会にゆずりたい。

§9 堤体の安定

図-3 において，O' 点のまわりの基礎部抵抗モーメントは (3) 式より

$$M_x = K\theta_x$$

基礎部を弾性体とみなすとき，堤体端部において生ずる基礎部の内部応力は，地盤の抵抗モーメント係数を $\frac{B^2}{6}$ とし

$$\sigma_1 = \frac{M_x}{\frac{B^2}{6}} = \frac{6K\theta_x}{B^2} = \frac{B}{2}k\theta_x \tag{69}$$

ところが，σ_1 は堤体が外力をうけず静止しているときの自重の反力 σ に対し，$\sigma_1>\sigma$ ならば堤体底面は基礎部から離れることとなり，始めの仮定と相反し，したがって前述の式は成立しない。したがって

$$\sigma_1 \leqq \sigma \tag{70}$$

でなければならない。上式はまた堤体の自重を W とするとつぎのようにかけるが

$$\frac{6K\theta_x}{B_2} \leqq \frac{W}{B} \text{ or } \frac{B}{2}k\theta_x \leqq \frac{W}{B}$$

$$\therefore\quad \theta_x \leqq \frac{BW}{6K} = \frac{2W}{kB^2} \tag{71}$$

これは従来考えられている転倒の安全限界に相当する。

つぎに底面摩擦力は $F_f=\mu\cdot W$ (μ: 摩擦係数) であるから， 堤体の背後に根固めなどがないときは，(7) 式の F_x は上式の F_x より大とはなりえない。したがってまったく同じ考えで，

$$F_x \leqq F_f \tag{72}$$

$$\therefore\quad \delta_x D \leqq \mu\cdot W$$

これに (10) 式を代入して

$$\frac{H-L}{H}P_x + \frac{K}{H}\theta_x \leqq \mu\cdot W$$

$$\therefore\quad \theta_x \leqq \mu\cdot\frac{H}{K}W + \left(\frac{L}{H}-1\right)P_x \tag{73}$$

ゆえにさきに求めた各種の境界条件に対する θ_x は，堤体の回転に対しては (71) 式を，滑動に対しては (73) 式を満足するとき安全である。

ただし，堤体の背後に根固めがある場合は

$$F_x \geqq F_f \tag{74}$$

となりうるので，滑動に対する安全性は急激に増加するものと考えられる。なお，このことは実験的には確められている[4]。

§10 む す び

C, D および K の各常数のうち，C は断面がきまれば計算でき，D, K は実験により求めることができる。

参 考 文 献

1) 能町・石倉：個々の堤体を延長方向に連結した場合の防波堤の安定，第 8 回海岸工学講演会集，1961.
2) 林泰造・服部昌太郎・林憲吉：砕波の圧力と壁体の滑動，第 7 回海岸工学講演会講演集，1960.
3) 倉西正嗣：一般構造力学，応用力学講座 9-A，共立出版社，p. 49.
4) 永井荘七郎・玉井佐一・久保直：混成防波堤の直立部の滑動と直立部底面に働く揚圧力について，第 7 回海岸工学講演会講演集，1960.