

横荷重をうけるクイに関する2,3の考察

正員 北海道開発局 竹 下 淳

軟弱地盤上の基礎工法として従来の井筒またはケーソン工法に代わり、最近鋼ゲイや鉄筋コンクリートゲイによる長尺ゲイ工法が盛んに行なわれているが、この場合特にわが国のような地震国において常に考えなければならないのは水平力に対する安定性の問題である。このような地盤においてはそれを従来のクイ基礎におけるようにクイ上構造物と基礎地盤との摩擦力に頼ることはできないのが普通であり、ここに横荷重をうけるクイの問題が生ずることとなる。

横荷重に抵抗するクイとしては、クイ頭を結合した斜め組み合わせゲイがきわめて有効であることはよく知られているが、クイの所要本数など工費的な面から、あるいは斜めゲイが垂直変位において鉛直ゲイより劣る¹⁾というようなことから必ずしも採用しうる工法ではないので、自然鉛直ゲイに水平抵抗を期待する必要が生ずるわけで、以下にはこのことにつき2,3の考察を試みることにしたい。

§1 序 論

横荷重を受けるクイの挙動は弾性床上のハリの理論でかなり良く説明できるということは従来の多くの実験により立証されている。

その基本となる方程式は

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = -P = -K(x) \cdot y \quad (1)$$

EI : クイの曲げ剛性

$K(x)$: 反力係数 (Soil Reaction Modulus)

y : クイの水平変位

x : 深さの座標

で、林博士²⁾は $K=Const.$ として(1)式の解を与えており、Y.L. Changによる同様な研究もきわめて有名である。これに対し猪瀬博士³⁾は K を深さの関数と考え $K=K_0+\alpha x^n$ として(1)式の解を求め実験的に各種の土質に対し n の値を示し、特に $K_0=0, n=1$ の場合が通常最も合理的であることを示している。米国においても L. A. Palmer らは $K=kx$ とすべきことを主張している。

EI や K が x の任意の関数であるような場合の解は解析的に求めることは困難で、この場合の実用的解法として Zusse Levinton⁴⁾ の反力載荷法が有名であるが、これによ

れは精度をあげるためには相当な多元連立方程式を解くことが必要である。筆者はこのような多元連立方程式を解く必要のない数値解法を行なったので、第4節にそれを示すことにしたい。

$K=Const.$ とみなすことの致命的な欠点はこの場合地表面においてきわめて大きな土反力を期待することになることで、これは工学的に判断した場合ほとんど0となるべきことと相反している点である。 $K=kx^n$ と仮定すればそのむじゅんはなくなってくる点は注目し値しよう。今まで行なわれた数多くの実験によれば $K=Const.$ としても比較的实际に合致しているようであるが、これは曲げモーメントの値や分布に対して後述するように K の値の影響が比較的少ないためと考えることができる。また一方、たとえば $K=kx$ と仮定した場合深部において著しく K の値が大きくなることについては、深部の影響がほとんどないということがこの方法を正当化する一因となっているわけで、この点についても後でふれる。

これらの2つの方法のいずれが正しい方法であるかということとは、土質によっても異なってくることは当然であるが、根本的な問題として基本方程式(1)自体がすでに多くの仮定を含んでいる近似式であるという点は見のがせない。レールの問題を解く場合にも(1)式が用いられ有効な結論が導かれているが、この場合と比較してクイの場合本質的に異なる点は、(1)前者は土の変位がきわめて小さい間で問題を処理できるため弾性床とみなすこと自体に無理がないのに対し、後者は部分的にきわめて大きな変位を生じ(特に地表付近で)この部分の土が塑性域に入ってしまうことがあることと、(2)土を完全な等方性弾性体と考えたとしてもレールの場合は基礎表面のいずれの部分でもその弾性的な性質が等しいのに対し、クイの場合は反力と変位との関係自体に深さの要素が入ってくるほかクイの幅の影響も浅い位置と深い位置とは異なるというようなことがある。

$K=Const.$ と考える方法は以上の複雑な要素を近似的に処理するため適当な K の値を選ぶことによって問題を解決する方法であり、変位の少ない間は比較的妥当な結果を示しているようである。

これに対し K が深さと共に増大すると考える主な理由

は、(1) 過載荷重による応力や自然の圧縮あるいは圧密などの過程により深くなるほど土の強度特性が増加することが多い。(2) 深くなるほどクイの変位が減少するため相当する K が増加することになる

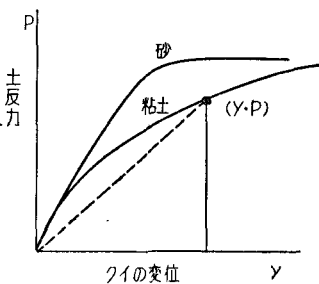


図-1

るなどであるが、この後者は土の弾塑性的な性質によるものである。すなわち土の反力とクイの変位の関係は、通常図-1のような傾向を示すため $K=P/y$ で定義される K の値は変位が少ないほど大きくなるわけである。R. D. Gaulの実験⁵⁾によれば $K=Const.$ とすることが実験と合致することが報告されているが、この場合でも最大水平荷重による実験結果は $K=kx$ と仮定したほうが正しいことが指摘されている⁶⁾。

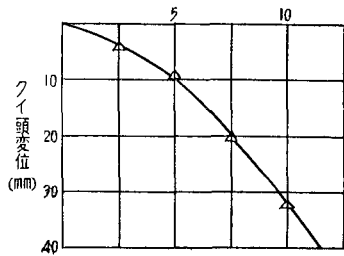


図-2 鯉川橋(函館開発建設部)鋼管基礎グイ水平荷重試験記録
クイ頭水平荷重 (ton)

このことは荷重が大きくなれば土の塑性的な性質が顕著になるためと考えることができる。クイ頭に作用させた水平荷重とクイ頭変位の関係は図-2のように比例関係を示さない

のが通常で荷重が増加するにつれクイ頭変位の増大は著しくなる傾向にあるが、これによっても土のある部分、特に地表付近が塑性域に入っていることがうかがわれる。

以上のような考察から筆者は土の反力-変位の関係を図-3のような完全塑性とみなす方法を提案したい。この図で弾性域における反力係数および p_{max} の値は Empirical な

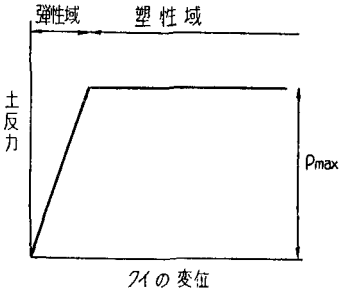


図-3 土反特性の理想化

値で、 p_{max} は矢板などの場合の受動土圧に相当するもので深さと共に増大するわけであるが三次元的な要素が加味されるのでそれと同等には考えられない。この関係を用いれば変位の小さい間は弾性的な挙動が支配的であり、変位が大きくなれば K の値が深さと共に増大する傾向を示す

ようになり図-2のような水平荷重-クイ頭変位の関係も説明できることとなる。これによる解法および計算例は第5節に示すことにする。

§2 $K=Const.$ の場合について

$K=Const.$ の場合、(1) 式の解は

$$y = e^{\lambda x} (A \cos \lambda x + B \sin \lambda x) + e^{-\lambda x} (C \cos \lambda x + D \sin \lambda x) \quad (2)$$

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4EI}} \quad (3)$$

与えられるが、クイ長がある程度以上長い場合はクイ長を半無限と考えても大差がない。そのような場合は (2) 式の積分定数は $A=B=0$ となり C と D はクイの地表面における境界条件から決定することになるが、以下のようにして (1) 式の non-dimension 化⁷⁾を行なうことによってこの場合に対する一般数値解を求めることができる。すなわち

$$z = x/T, \quad T = \sqrt[4]{\frac{EI}{K}} \quad (4)$$

によって変数を z に変換すれば (1) 式はつぎのように表わされる。

$$\frac{d^4 y}{dz^4} + y = 0 \quad (5)$$

T は relative stiffness factor と呼ばれる長さの次元を持った数である。

(5) 式は K および EI を含まないから、これによって $K=Const.$ の場合に対する一般的な考察を行なうのに都合がよい。この場合タワミ勾配 ϕ 、曲げモーメント M 、せん断力 S はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{dy}{dx} = \frac{1}{T} \frac{dy}{dz} \\ M &= EI \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{EI}{T^2} \frac{d^2 y}{dz^2} \\ S &= EI \frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{EI}{T^3} \frac{d^3 y}{dz^3} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

数値解を求めるに当たりクイの地表面における境界条件としてはつぎの3つのものを対象とするが、一般的な場合

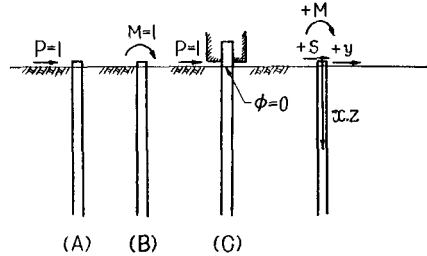


図-4

についてはこれらの重ね合わせによって解決することができる。(図-4)

A) $M_0 = 0, \quad S_0 = 1 \}$
 B) $M_0 = 1, \quad S_0 = 0 \}$
 C) $\phi_0 = 0, \quad S_0 = 7 \}$

(7)

これらの各々の場合に対する解を求めれば表-1に与えた数値が得られ、これらを用いて数値解はつぎにより計算できる。

表-1 $K = \text{Const.}$ の場合の恒数表

z	A_y	A_m	B_y	B_m	C_y	C_m
0.00	1.414	0	1.000	1.000	0.707	-0.707
0.25	1.167	0.208	0.678	0.972	0.688	-0.479
0.50	0.932	0.344	0.416	0.902	0.638	-0.294
0.75	0.718	0.421	0.210	0.805	0.569	-0.148
1.00	0.530	0.453	0.055	0.695	0.492	-0.039
1.25	0.371	0.452	-0.057	0.581	0.411	0.041
1.50	0.239	0.427	-0.133	0.471	0.333	0.094
1.75	0.134	0.388	-0.179	0.369	0.261	0.127
2.00	0.054	0.340	-0.202	0.278	0.197	0.143
2.25	-0.006	0.288	-0.208	0.200	0.141	0.147
2.50	-0.047	0.237	-0.201	0.134	0.095	0.137
2.75	-0.074	0.188	-0.185	0.081	0.057	0.131
3.00	-0.089	0.144	-0.165	0.039	0.028	0.117
3.25	-0.094	0.106	-0.142	0.008	-0.006	0.100
3.50	-0.094	0.074	-0.118	-0.014	-0.010	0.084
3.75	-0.089	0.047	-0.095	-0.029	-0.021	0.067
4.00	-0.080	0.026	-0.074	-0.038	-0.027	0.053
4.25	-0.069	0.010	-0.056	-0.042	-0.030	0.039
4.50	-0.054	-0.002	-0.040	-0.043	-0.028	0.026
	$A_\phi(z=0)=-1.000$ $A_s(z=0)=1.000$		$B_\phi(z=0)=-1.414$ $B_s(z=0)=0$		$C_\phi(z=0)=0$ $C_s(z=0)=1.000$	

A) $y_A = \frac{T^3}{EI} A_y, \quad \phi_A = \frac{T^2}{EI} A_\phi \}$
 $M_A = T A_m, \quad S_A = A_s$
 B) $y_B = \frac{T^2}{EI} B_y, \quad \phi_B = \frac{T}{EI} B_\phi \}$
 $M_B = B_m, \quad S_B = \frac{1}{T} B_s$
 C) $y_C = \frac{T^3}{EI} C_y, \quad \phi_C = \frac{T^2}{EI} C_\phi \}$
 $M_C = T C_m, \quad S_C = C_s$

(8)

以上はタイ長を無限大として解析を行なったが、実際にタイ長がどの程度以上になってから無限大とみなしてさしつかえないかということについて考察を行なってみる。そ

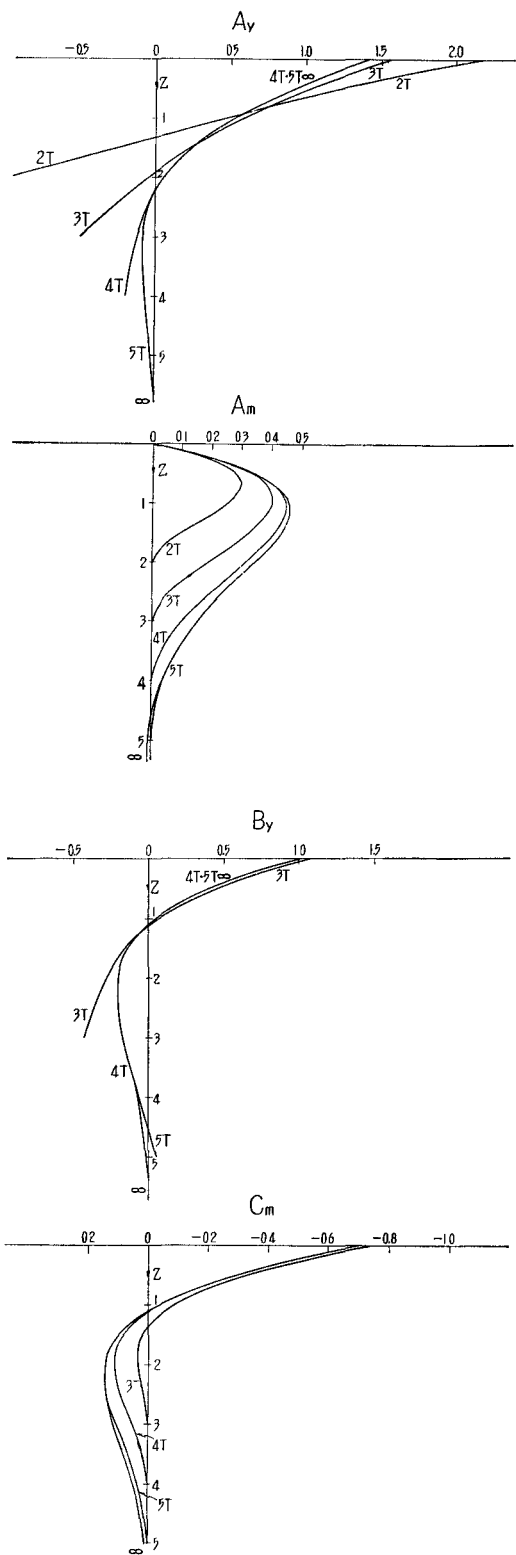


図-5

のためクイ長 L が $2T, 3T, 4T, 5T, \infty$ の各場合について non-dimensional な解析を行なった結果を図-5に示したが、この図から判断してクイ長が $5T$ 以上の場合にはほとんど無限大の場合に一致することが知られる。実際に用いられるクイを調べてみると長さが $5T$ 以下の場合にはほとんどないようであり、ほとんどの場合ここに掲げた表を利用できるわけである。

§3 $K=kx^n$ の場合について

$K=kx^n$ の場合の解法は猪瀬博士によって示されている³⁾。H. Matlock ら⁷⁾はこの場合について第2節におけるような考察を行ない一般解を求めて図示しているが、ここでは実用上の目的から表の形で $n=1$ および $n=0.5$ の場合についての数値解を示すことにする。(表-2, 3) これらの表の数値から数値解を計算するには前節同様 (8) 式によればよいがこの場合の relative stiffness factor は次式によって定義される。

$$T = \sqrt[4+n]{\frac{EI}{k}} \quad (9)$$

これらの表はクイ長が $5T$ の場合について計算を行なったものであるが、H. Matlock らの研究によればこの場合

表-2 $K(x)=kx$ の場合の恒数表

z	A_y	A_m	B_y	B_m	C_y	C_m
0.00	2.445	0	1.639	1.000	0.928	-0.925
0.25	2.043	0.242	1.232	0.995	0.903	-0.679
0.50	1.655	0.455	0.886	0.974	0.835	-0.446
0.75	1.296	0.619	0.601	0.927	0.739	-0.238
1.00	0.974	0.725	0.374	0.853	0.628	-0.064
1.25	0.696	0.771	0.199	0.756	0.512	0.071
1.50	0.466	0.764	0.071	0.645	0.400	0.168
1.75	0.283	0.714	-0.016	0.526	0.298	0.228
2.00	0.144	0.633	-0.071	0.409	0.209	0.255
2.25	0.044	0.534	-0.100	0.300	0.136	0.257
2.50	-0.023	0.428	-0.110	0.205	0.079	0.239
2.75	-0.062	0.325	-0.107	0.126	0.036	0.209
3.00	-0.081	0.233	-0.095	0.067	0.007	0.172
3.25	-0.086	0.154	-0.080	0.022	-0.012	0.134
3.50	-0.080	0.093	-0.062	-0.005	-0.023	0.097
3.75	-0.068	0.049	-0.045	-0.019	-0.027	0.066
4.00	-0.054	0.020	-0.029	-0.022	-0.027	0.040
4.25	-0.037	0.005	-0.014	-0.018	-0.024	0.021
4.50	-0.020	-0.001	0	-0.011	-0.021	0.009
	$A_\phi(z=0)=1.624$ $A_s(z=0)=-1.000$		$B_\phi(z=0)=1.755$ $B_s(z=0)=0$		$C_\phi(z=0)=0$ $C_s(z=0)=-1.000$	

表-3 $K(x)=k\sqrt{x}$ の場合の恒数表

z	A_y	A_m	B_y	B_m	C_y	C_m
0.00	2.110	0	1.438	1.000	0.877	-0.858
0.25	1.758	0.236	1.055	0.992	0.853	-0.615
0.50	1.420	0.429	0.733	0.959	0.792	-0.393
0.75	1.109	0.562	0.465	0.895	0.705	-0.206
1.00	0.831	0.637	0.264	0.807	0.605	-0.056
1.25	0.592	0.660	0.108	0.702	0.500	0.058
1.50	0.395	0.641	-0.005	0.589	0.399	0.136
1.75	0.236	0.593	-0.081	0.476	0.306	0.184
2.00	0.144	0.524	-0.127	0.369	0.223	0.208
2.25	0.025	0.445	-0.150	0.273	0.154	0.211
2.50	-0.036	0.364	-0.155	0.191	0.097	0.200
2.75	-0.074	0.285	-0.149	0.124	0.053	0.178
3.00	-0.095	0.214	-0.134	0.072	0.020	0.152
3.25	-0.102	0.152	-0.115	0.035	-0.004	0.123
3.50	-0.098	0.102	-0.093	0.010	-0.020	0.094
3.75	-0.090	0.063	-0.070	-0.004	-0.030	0.067
4.00	-0.077	0.035	-0.048	-0.010	-0.036	0.044
4.25	-0.061	0.017	-0.026	-0.010	-0.039	0.025
4.50	-0.044	0.006	-0.005	-0.006	-0.040	0.011
	$A_\phi(z=0)=1.422$ $A_s(z=0)=-1.000$		$B_\phi(z=0)=1.657$ $B_s(z=0)=0$		$C_\phi(z=0)=0$ $C_s(z=0)=-1.000$	

もクイ長が $5T$ 以上の場合にはほとんど差異がないと報告されている。クイ長が $3T$ 程度以下の場合にはこの表によることはできない。

§4 反力係数およびクイ断面が深さの任意な関数である場合の解法

ここに述べる解法は (1) 式で与えられる 4 階常微分方程式の境界値問題を 2 つの初期値問題に還元してそれぞれの数値解を求め、これらをクイの上端に与えられる 2 つの境界条件に適合するように線型に結合させる方法である。すなわちクイに与えられる境界条件は全部で 4 つあるがそのうちの 2 つはクイの上端に与えられ通常 (7) 式に示されるものが基本的である。他の 2 つはクイの下端に与える自由線の条件でつぎのようなものである。

$$\left. \begin{aligned} M &= EI \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \\ S &= \frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

今、座標系を図-6 のようにとることとし、 $x=0$ におけるつぎのような初期条件

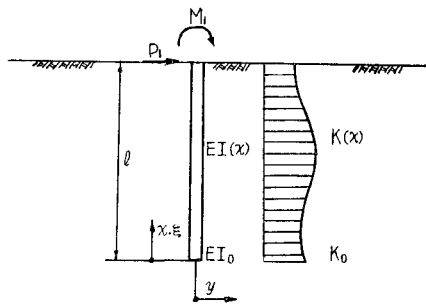


図-6

$$(1) \text{ for } y_1 \left\{ \begin{array}{l} [y]_{x=0} = 1 \\ \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=0} = 0 \\ \left[EI \frac{d^2y}{dx^2} \right]_{x=0} = 0 \\ \left[\frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2y}{dx^2} \right) \right]_{x=0} = 0 \end{array} \right. \quad (11)$$

$$(2) \text{ for } y_2 \left\{ \begin{array}{l} [y]_{x=0} = 0 \\ \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=0} = 1 \\ \left[EI \frac{d^2y}{dx^2} \right]_{x=0} = 0 \\ \left[\frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2y}{dx^2} \right) \right]_{x=0} = 0 \end{array} \right. \quad (12)$$

を満足する2つの(1)式に属する関数 y_1, y_2 を考えればこれらの線型結合

$$y = Ay_1 + By_2 \quad (13)$$

はクイの下端における境界条件を満足する(1)式の一般解となるので、常数 A および B をクイの上端の境界条件を満足するように選ぶことによって解が求まることとなる。 y_1 および y_2 は数値解法によって求めるが、その解法⁹⁾にはいろいろあり、どれによってもよいのであるが以下には筆者の用いた方法について説明を行なう。

積分の進行は饋還型によることとし梯形則を用いることにする。今(1)式をつぎのように書きかえれば、

$$\frac{d}{d\xi^2} \left(\frac{1}{g} \frac{d^2y}{d\xi^2} \right) + ak y = 0 \quad (14)$$

ただし(図-6参照)

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = x/l \quad (l: \text{クイ長}) \\ g = g(\xi) = \frac{EI_0}{EI(x)}; g_0 = 1 \\ k = k(\xi) = \frac{K(x)}{K_0}; k_0 = 1 \\ \alpha = \frac{l^4 K_0}{EI_0} \end{array} \right. \quad (15)$$

(1)式はさらにつぎの連立1階微分方程式で表わされる。

$$\left. \begin{array}{l} y' = \varphi \\ \varphi' = gm \\ m' = s \\ s' = -aky \end{array} \right\} \quad (16)$$

この場合、クイのタワミ角、曲げモーメントおよびせん断力はつぎのようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \phi = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{l} \varphi \\ M = EI \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{EI_0}{l^2} m \\ S = \frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2y}{dx^2} \right) = \frac{EI_0}{l^3} s \end{array} \right\} \quad (17)$$

クイ上端の荷重条件として図-6に示されるような曲げモーメントおよび水平力を考えれば境界条件は次式で表わされる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = 0; m = 0 \\ \xi = 0; s = 0 \\ \xi = 1; m = \frac{l^2 M_1}{EI_0} \\ \xi = 1; s = -\frac{l^3 P_1}{EI_0} \end{array} \right. \quad (18)$$

この場合、 y_1 および y_2 に対する初期条件はつぎのようになる。

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad y_1: \xi = 0 \quad y = 1, \quad \varphi = m = s = 0 \\ (2) \quad y_2: \xi = 0 \quad y = 0, \quad \varphi = 1, \quad m = s = 0 \end{array} \right. \quad (19)$$

梯形則による場合は初期値の他もう1つ最初の点における関数値が積分の出発値として必要である。クイの全長を N 個の区間に分割し、きざみの長さを h とすれば求めるべき初期値 f_1 は $\xi=0$ におけるテイロー展開によってつぎのように求められる。

$$f_1 = f_0 + f_0' h + f_0'' \frac{h^2}{2!} + f_0''' \frac{h^3}{3!} + \quad (20)$$

今、 $N=20$ とすれば $h=0.05$ となり、この場合の出発値を求めれば表-4, 5のようになる。ただし $\xi=0$ の近傍で g および k は常数と仮定した。

表-4 y_1 の出発値

f	$f_0 (\xi = 0)$	$f_1 (\xi = 0.05)$
y	1	$1 - 2.604 \times 10^{-7} \alpha$
φ	0	$-2.083 \times 10^{-5} \alpha + 1.550 \times 10^{-13} \alpha^2$
m	0	$-1.250 \times 10^{-3} \alpha + 2.170 \times 10^{-11} \alpha^2$
s	0	$-5 \times 10^{-2} \alpha + 2.604 \times 10^{-9} \alpha^2$

表-5 y_2 の出発値

f	$f_0 (\xi = 0)$	$f_1 (\xi = 0.05)$
y	0	$5 \times 10^{-2} - 2.604 \times 10^{-9} \alpha$
φ	1	$1 - 2.604 \times 10^{-7} \alpha$
m	0	$-2.083 \times 10^{-5} \alpha + 1.550 \times 10^{-13} \alpha^2$
s	0	$-1.250 \times 10^{-3} \alpha + 2.170 \times 10^{-11} \alpha^2$

梯形則によれば予測子 Pr. および修正子 Co. はつぎのとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \text{Pr. } f_{n+1} &= f_n + 2hf'_n + \frac{h^3}{3} f'''(S_1) \\ \text{Co. } f_{n+1} &= f_n + \frac{h}{2} (f'_n + f'_{n+1}) - \frac{h^3}{12} y'''(S_2) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

各式の右辺の第3項はいずれも打切誤差を代表する。積分の進行は (16) 式の各式共併行して行なうが予測子は y の予測にのみ用いることにすれば、図-7 のフローチャートによって計算が進められる。

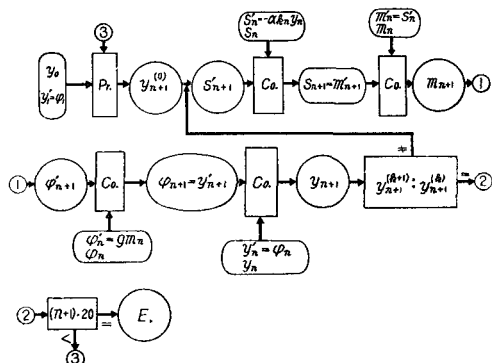


図-7 (16) 式の数値解法を示すフローチャート

このようにして求められた数値解の上端における値を用いて A および B の値は境界条件に応じて決定できる。

以上の方法による利点をあげれば、

- (1) 多元連立方程式を解く必要がない。
- (2) クイの変位の他にタワミ勾配、曲げモーメントおよびせん断力の値が一度に求められる。
- (3) いろいろな荷重条件に対する解を求める場合でも、それに応じた A および B を求めるのみで積分をやり直す必要がない。

などであるが、Digital Computer を利用すればこのような計算はいとも簡単にやることができるわけである。

つぎに実際に Digital Computer (FACOM 128 B) によって行なった計算例を示す。これは豊幌跨線橋 (札幌開発建設部) の基礎グイ水平荷重試験の結果から想定した K の分布 (図-8) を用いて曲げモーメントの分布を計算したもの

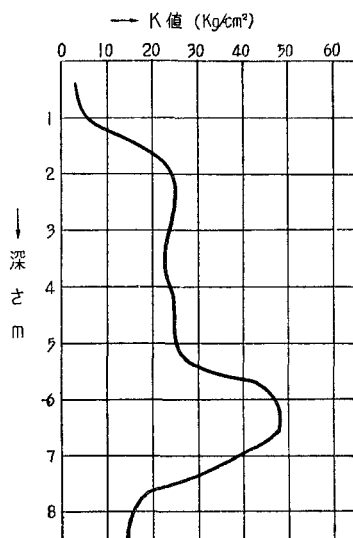


図-8 反力係数の推定値
(札幌開発建設部豊幌跨線橋)

である。作成したプログラムの内容を示すと、クイ長、クイ材の曲げ剛性および地盤の K 値の分布を入力とし、計算の過程はつぎのようにになっている。

- (1) 関数 g, k および常数 α の計算
- (2) 出発値の計算
- (3) 初期条件 (1) および (2) に対する数値解 (図-7 のフローチャートによる)。
- (4) クイ上端の境界条件が次の2組の場合に対する解

$$A \quad M = 0, \quad S = 1$$

$$B \quad M = 1, \quad S = 1$$

ここではクイ上端の境界条件として回転不能、水平力 20 ton の場合について計算を行なう。したがって境界条件は次式で示される。

$$\varphi = 0 \quad s = -\frac{l^2 P}{EI} = -\frac{1400^2 \times 20,000}{15 \times 10^{10}} = -0.261$$

実際のクイ長は 36 m であるが便宜上 14 m として計算を行なったが、この程度の長さで計算しておけば結果的にはほとんど違いはない。

Digital Computer による計算の結果、初期条件 (1) および (2) に対する数値解は表-6 のように得られた。したがって A および B はクイ上端における値を用いつぎの連立方程式から求められる。

$$\left. \begin{aligned} -21.56 A - 20.38 B &= 0 \\ 1493 A + 76.18 B &= -0.261 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

これから求められる A および B を用いて曲げモーメントは次式で計算される。

$$M = \{A m_1 + B m_2\} \frac{EI_0}{l^2} \quad (23)$$

表-6

x	m_1	m_2
14.0	197.2	-46.92
13.3	124.3	-50.29
12.6	58.14	-52.16
11.9	3.994	-51.66
11.2	-35.81	-48.76
10.5	-62.26	-44.04
9.8	-77.72	-38.23
9.1	-84.51	-31.91
8.4	-84.81	-25.54
7.7	-80.12	-19.54
7.0	-71.46	-14.33
6.3	-60.47	-10.14
5.6	-48.98	-6.940
4.9	-38.11	-4.589
4.2	-28.34	-2.893
3.5	-19.85	-1.689
2.8	-12.77	-0.873
2.1	-7.202	-0.374
1.4	-3.205	-0.114
0.7	-0.802	-0.013
0.0	0	0
	$\varphi_1(x=14.0) = -21.56$ $S_1(x=14.0) = 1493$	$\varphi_2(x=14.0) = -20.38$ $S_2(x=14.0) = 76.18$

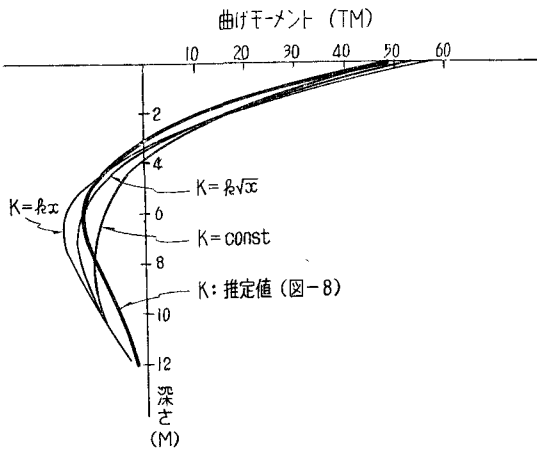


図-9 曲げモーメント計算値

実際に計算を行なった結果を示せば図-9のようになる。
この図には K が定数の場合および深さの Power function
の場合についての計算結果も比較図示した。

§5 反力係数がクイの水平変位量によって 変化する場合についての一考察

土の反力係数は実際にはクイの水平変位量の関数である
ことが多く、そのような場合クイの弾性曲線の方程式はつ
ぎのような非線型微分方程式で示される。

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right) + K(x, y) \cdot y = 0 \quad (24)$$

(24) 式は K の値すなわち土の各深さにあける反力一変
位量の関係が既知であればつぎのような過程を経て解くこ
とができる。

1. 適当な K の値を仮定し、その値が変位に無関係と
考えて (1) 式の形から解を求める。

2. 1 で求まった解からその変位に応じた K の値
 $K = P/y$ を各深さについて求め、その K の値を用いて第
4 節に示した方法などにより新しい解を求める。

3. 新しく求まった変位が仮定した K に対応する変位
と異なる場合には2つの過程を繰り返しそれらが一致した
時が (24) 式の解となる。

以上の過程をフローチャートで示せば図-10 のように
なる。

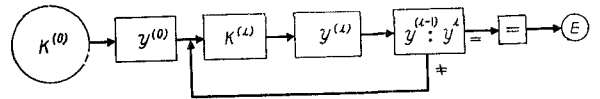


図-10 (24) 式を解くフローチャート

以上は一般的な場合の解法であるが第1節に述べたところ
により土の反力一変位の関係を図-3のように仮定すれば、
解析はつぎのように少しく簡易化される。図-11 (a)
に示すような荷重状態について考察すれば、

1. 土の弾性域の反力係数 K を用いて普通の方法で解
く。

2. 1 の解より土反力を計算し $p_{\max}$ Line と交わる点
 Q の位置を求める (図-11 (b))。

3. Q 点において図-11 (c) のような荷重状態を考え、

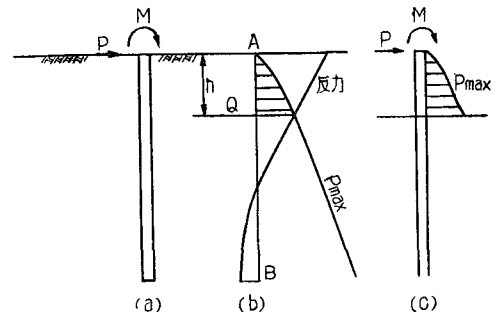


図-11

1と同様な解を求める。

4. 3の結果より再び新たな Q を求め、これにより3の過程を繰り返す。

5. 4により Q の位置がある点に収斂すればその時の解が求める解となる。

6. Q の位置が収斂しない時はクイは不安定となる。
この方法によれば、土の弾性域の K の値が深さに応じて変化する場合でも上記の過程において第4節に示した2組の数値解を1度求めておくだけで、以後は Q 点における常数 A, B の決定のみで2以降の過程を進めることができる。

さらに土およびクイに対しつぎのような仮定

1. 土の弾性域の反力係数 K は深さに関係なく一定である。

2. $p_{\max}$ の値は深さに比例する。すなわち

$$p_{\max} = Cx, \quad C: \text{Const.}$$

3. クイは十分長い。

を設ければ Q 点の深さ h は図-11 (a) の載荷状態に対しつぎのように求めることができる。

すなわち、 Q 点における土反力はその点の $p_{\max}$ に等しいから、 Q 点におけるクイの変位を y_Q とすれば、

$$Ky_Q = Ch \quad (25)$$

Q 点におけるクイの曲げモーメント M_Q およびせん断力 S_Q は

$$M_Q = M_0 + Ph - \frac{1}{6} Ch^3, \quad S_Q = P - \frac{1}{2} Ch^2 \quad (26)$$

となるから、第2節により y_Q は

$$y_Q = S_Q \frac{T^3}{EI} A_y + M_Q \frac{T^2}{EI} B_y = \frac{T^2}{EI} (\sqrt{2} TS_Q + M_Q) \quad (27)$$

(26), (27) 式を (25) 式に代入すればつぎの3次方程式が得られる。

$$h^3 + \sqrt{18} Th^2 + 6 \left(T^2 - \frac{P}{C} \right) h - \frac{6}{C} (\sqrt{2} TP + M_0) = 0 \quad (28)$$

h はこの式を解くことによって求められるが、 Q 点より下の部分については Q 点を地表面とする弾性床ハリと考え、 Q 点より上の部分については片持バリと考えて解くことができる。ただし Q 点におけるタワミ勾配 ϕ_Q は

$$\phi_Q = S_Q \frac{T^2}{EI} A_\phi + M_Q \frac{T}{EI} B_\phi = -\frac{T}{EI} (TS_Q + \sqrt{2} M_Q) \quad (29)$$

で与えられる。

以上の理論を栄石橋 (函館開発建設部) の基礎グイ試験に対して適用してみればつぎのようになる。使用したクイは長27 m、外径508 mm、肉厚12 mmの鋼管グイで基礎地盤

は標準量入試験値15程度の砂層である。ここで述べたような理論に従うときは K の値は当然通常考えているより大きくとてよく、この場合 $K=400 \text{ kg/cm/cm}$ と仮定し、 $p_{\max}$ については砂層の抵抗土圧の2倍位を期待し $C=0.48 \text{ kg/cm/cm}$ と仮定して計算してみる。したがって T は

$$T = \sqrt[4]{\frac{EI}{K}} = \sqrt[4]{\frac{12.08 \times 10^{10}}{400}} \approx 132 \text{ cm}$$

横荷重としてはクイの上端自由の状態で地表面のすぐ近くで水平荷重をかけたので $M_0=0$ となるが、今 $P=5,000 \text{ kg}$ として計算を行なえば h を求める3次方程式は(28)式により

$$h^3 + 560 h^2 + 41,900 h - 11,660,000 = 0$$

これにより $h=105 \text{ cm}$ を得る。 M_Q および S_Q は (25) 式より

$$M_Q = 5,000 \times 105 - \frac{1}{6} \times 0.48 \times 105^3 = 432,400 \text{ kg-cm}$$

$$S_Q = 5,000 - \frac{1}{2} \times 0.48 \times 105^2 = 2354 \text{ kg}$$

y_Q および ϕ_Q は (27), (29) 式より

$$y_Q = \frac{132^3}{12.08 \times 10^{10}} \times (\sqrt{2} \times 132 \times 2354 + 432,400) = 0.130 \text{ cm}$$

$$\phi_Q = -\frac{132}{12.08 \times 10^{10}} \times (132 \times 3130 + \sqrt{2} \times 315,000) = -1.007 \times 10^{-3}$$

Q 点における土反力 q_Q は

$$q_Q = Ch = 0.48 \times 105 \approx 50 \text{ kg/cm} (=Ky_Q)$$

クイ頭変位 y_0 は図-12を参照して

$$y_0 = y_Q - h\phi_Q + \frac{Ph^3}{3EI} - \frac{q_Q h^4}{30EI} = 0.246 \text{ cm}$$

同様に $P=10,000 \text{ kg}$, $15,000 \text{ kg}$ についても同様の計算を行なえばクイ頭における水平荷重と変位との関係として図-13に示したような試験結果とほぼ一致した曲線を得た。

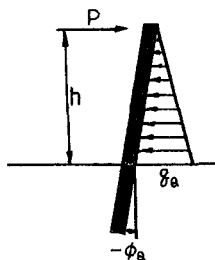


図-12

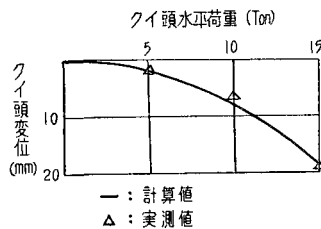


図-13 栄石橋水平荷重試験

§6 あとがき

第2節～第5節に示した方法によって横荷重をうけるクイの問題に対する解を求めるに際し最も重要な要素は土の

反力係数の評価であり、この問題が解決されなければいかなる解析も無意味なものとなってしまう。土の反力係数あるいは土反力ークイ変位の関係はその土質によるだけでなくクイの断面形状寸法その他第1節で述べたようなさまざまな要素に支配されるため、小規模な模型実験や土質に関する室内実験などから求めることはきわめてむずかしい。この方面の研究としては土の3軸圧縮試験結果と反力係数との関係を調べた J. A. Focht の研究⁹⁾があるが、まだ一般的な結論とはなっておらず、今後の大きな研究課題として期待される問題である。結局土の反力係数はその現場と使用するクイに応じた値を示すと考えねばならず、正確には各現場で実物実験を行なって求めなければならないというのが現状であろう。しかしすべての現場でクイの地中における状態までを把握できるような実験の準備を行なうことは実験上困難であるから、たとえば鋼管クイを対象として考えればその標準的な断面寸法を有し、長さ5m程度の応力測定装置を施した試験クイを準備してこれを実際の現場に打ち込んで水平荷重試験を行ない、反力係数を求めるのが有効な方法と考えられる。第2節、第3節において調べた結果を用いれば、通常深さ5m以内の土の性質が支配的であり、またこの程度の長さのクイは横荷重を受けてもほとんど剛体的な変位を行なうだけであるから、変位の実測が容易である。また、小さな水平荷重で大きな変位を生じさせることができるから、実験上都合がよく、また打ち込みにも運搬にも便利である。このクイは試験終了後引き抜いて他の現場で何回も利用できるから多くの現場の資料を得るのに好都合であり、多くの資料から将来反力係数の値に対する目安を得ることができれば設計施工上きわめて有益である。

最後に現在考えられている反力係数の値を示せば表-7のようなものが常識的とされている。

表一7 土 の 反 力 係 数

土	質	クイの単位幅当たりの反力係数 (kg/cm ³)
きわめて軟らかいシルトまたは粘土		0.3～ 1.5
軟らかいシルトまたは粘土		1.5～ 3.
普 通 粘 土		3. ～15.
固 い 粘 土		15. ～
砂		3 ～ 8

おわりにのぞみ、本稿作成にあたり北海道開発局土木試験所土質研究室長宮川勇技官にいろいろ有益な助言をいただいたことおよび北海道開発局建設部道路建設課奈良平技官の協力を得たことを付記し、厚く感謝の意を表する次第である。

References

- 1) 玉野治光：「変位が制限される基礎の設計について」；第6回日本道路会議特定課題論文。
- 2) 林 桂一：Theorie des Trägers auf Elastischer Unterlager；Julius Springer Berlin (1921).
- 3) 猪瀬寧雄：井筒基礎および杭の水平力は対する安定性と耐荷力に関する実験的研究；札幌開発建設部 (1957).
- 4) Zusse Levinton：Elastic Foundation Analyzed by the Method of Redundant Reaction；Proc. ASCE Vol. 73, Decem. 1947.
- 5) Roy D. Gaul：Model Study of a Dynamically Laterally Loaded Pile；Proc. ASCE Vol. 84, No. SM 1 Paper 1535, Feb. 1958.
- 6) L. C. Reese, H. Matlock and John A. Focht：Discussion of 5)；Proc. ASCE Vol. 84, No. SM 4 Oct. 1958.
- 7) H. Matlock and L. C. Reese：Generalized Solution for Laterally Loaded Piles；Proc. ASCE Vol. 86, No. SM 5, Oct. 1960.
- 8) 森口繁一・高田勝：岩波講座現代応用数学 B. 13. II 「数値計算法 II」；岩波書店。
- 9) John A. Focht：Soil Modulus for Laterally Loaded Piles；Proc. ASCE Vol. 82, No. SM 4, Oct. 1956.