

節点剛性の影響を考慮せるトラス橋の 厳密タワミ計算法について

○正員 室蘭工業大学 助教授 中村 作 太 郎
正員 " 助手 番 匠 勲

1. 緒 言

鉸結トラス橋の節点は、完全な鉸構造ではなくある程度の固定度を有するものであり、剛節と鉸節との中間の構造であるとみなしうる。そして垂直荷重を受けるトラス橋のタワミは、節点の剛性にかなり影響されるものであり、実験結果よりみてもこれを無視することはまことに不合理であると思う。しかしながら、従来用いられているトラスのタワミ計算法は、この節点剛性の影響を全然無視し、完全な鉸節として取り扱っているの、その計算結果における実際との相違はかなり大きく、まことに妥当性を欠いている。ことに節点の溶接化が研究課題とされている現在においては、なおさらのことであると思う。いま試みに、各種の既設トラス橋の計算タワミを、実物実験によるタワミ測定値と比較調査してみたところ、ほぼ実測値のほうが、15～20%程度小さくなっているのは、これを如実に物語っているものであり、また筆者などの行なった模型実験結果よりみても、節点剛性の影響は無視できないほどであった。そこで、従来の計算方法の不精密さを是正する目的にて、節点剛性の影響を加味したトラス橋の厳密タワミ計算方法なるものを提案し、二、三の橋梁について計算を試みた。

2. 節点剛性の影響を考慮せる トラスのタワミ解式

いま可能変形法則¹⁾において、仮想荷重、 $P_i=1$ および実際変位状態をとれば、任意の点 i におけるトラスのタワミの一般式は、図-1を参照し、

$$\begin{aligned} 1 \cdot \delta_i = & \sum \bar{S} \cdot S \cdot \mu \cdot \frac{s}{E \cdot A} + \sum \bar{M} \cdot M \cdot \nu \cdot \frac{s}{E \cdot I} \\ & + \kappa \sum \bar{Q} \cdot Q \cdot \lambda \cdot \frac{s}{G \cdot A} + \sum \bar{S} \cdot \varepsilon \cdot t \cdot \mu \cdot s \\ & + \sum \bar{M} \cdot \varepsilon \cdot \frac{dt}{h} \cdot \nu \cdot s \end{aligned} \quad (1)$$

によって示されるが、温度変化を無視すれば、(1)式はつぎのとおりとなる。

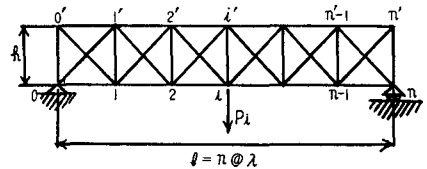


図-1 一般トラス橋の図

$$\begin{aligned} 1 \cdot \delta_i = & \sum \bar{S} \cdot S \cdot \mu \cdot \frac{s}{E \cdot A} \\ & + \sum \bar{M} \cdot M \cdot \nu \cdot \frac{s}{E \cdot I} + \kappa \sum \bar{Q} \cdot Q \cdot \lambda \cdot \frac{s}{G \cdot A} \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 式において

- δ_i : 任意の点 i における垂直タワミ (cm)
- s : 全部材長 (節点間距離) (cm)
- E : 弾性係数 (kg/cm² または t/cm²)
- A : 部材の断面積 (cm²)
- I : 断面の慣性モーメント (cm⁴)
- S : 部材の実軸力 (kg または t)
- $\bar{S}$: i 点に $P=1$ kg (または t) が作用するときの部材の仮想軸力 (kg または t)
- M_{mn}, M_{nm} : 部材の左、右節点における材端実モーメント (kg-cm または t-cm)
- $\bar{M}$: 部材における左、右材端実モーメントの平均の値 (kg-cm または t-cm)
- $\bar{M}$: i 点に $P=1$ kg (または t) が作用するときの部材における左、右材端仮想モーメントの平均の値 (kg-cm または t-cm)
- Q : 部材の実せん断力 (kg または t)
- $\bar{Q}$: i 点に $P=1$ kg (または t) が作用するときの部材の仮想せん断力 (kg または t)
- G : せん断弾性係数 (kg/cm² または t/m²)
- μ, ν, λ : 部材の軸力、曲げモーメント、せん断力に関する節点剛度による係数
- κ : せん断弾性補正係数の逆数
- s_e : 有効部材長 (cm)

また係数 μ, ν, λ は、節点剛度によるから、実験によっ

て決定すべきであるが、理論的にこれを算定するには、つぎのような簡易計算式を用いるのも一方法であると考え
る。

(a) 部材に軸力のみ作用する場合の節点剛度による係数

$$\mu$$

i) 軸圧縮力を受けるとき

全部材長

$$s = \sqrt{2.5} \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{EI}{S_k}} = 1.58\pi \sqrt{\frac{EI}{S_k}} \quad (\text{cm})$$

部材有効長

$$s_e = \pi \sqrt{\frac{EI}{S_k}} = 0.633 s \quad (\text{cm})$$

$$\mu = \frac{s_e}{s} = 0.633 \quad (\text{仮定})$$

ここに、
 S_k : 部材の軸圧縮弾性坐屈荷重²⁾(kg または t)

ii) 軸引張力を受けるとき

部材有効長

$$s_e = \frac{1}{2} \left(s + \pi \sqrt{\frac{EI}{S_k}} \right) = 0.817 s \quad (\text{cm})$$

$$\mu = \frac{s_e}{s} = 0.817 \quad (\text{仮定})$$

(b) 部材に、材端モーメント、せん断力などが作用する場合の節点剛度による係数 ν, λ

部材有効長

$$s_e = \pi \sqrt{\frac{s \cdot G \cdot I_{\min}}{M_k}} \quad (\text{cm})$$

ここに

$I_{\min}$: 断面の最小慣性モーメント (cm⁴)

M_k : 部材の両端に曲げモーメントを受ける場合の弾性横坐屈曲げモーメント²⁾(kg-cm)

$$\nu, \lambda = \frac{s_e}{s} = \frac{\pi}{s} \sqrt{\frac{s G I_{\min}}{M_k}}$$

$$= \pi \sqrt{\frac{G I_{\min}}{s M_k}} \approx 0.75 \sim 0.90 \quad (\text{仮定})$$

3. 模型実験³⁾による係数 μ, ν, λ の算定

図-2のような、鋼鉄製ワーレントラスの型模5種類について、部材応力と、中央点のタワミを実験し、理論計算値と比較した結果(図-3~7参照)より、溶接節点、鉚結節点、鉸節点、すなわち模型1, 模型4, 模型3, における節点剛性による係数 μ, ν, λ を、鉸節トラスの部材応力を標準に

表-1 係数, μ, ν, λ の表

種 別	μ	ν	λ
模 型 1 (溶 接)	0.63	0.85	0.85
模 型 1 (鉚)	0.815	0.90	0.90
模 型 3 (鉸)	1.0	—	—

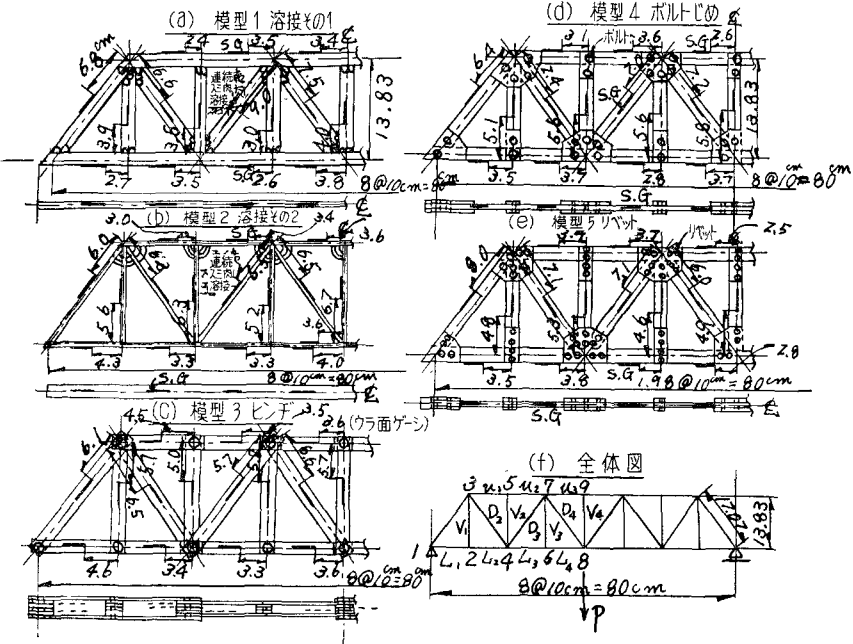


図-2 実験用のワーレントラス橋の模型図

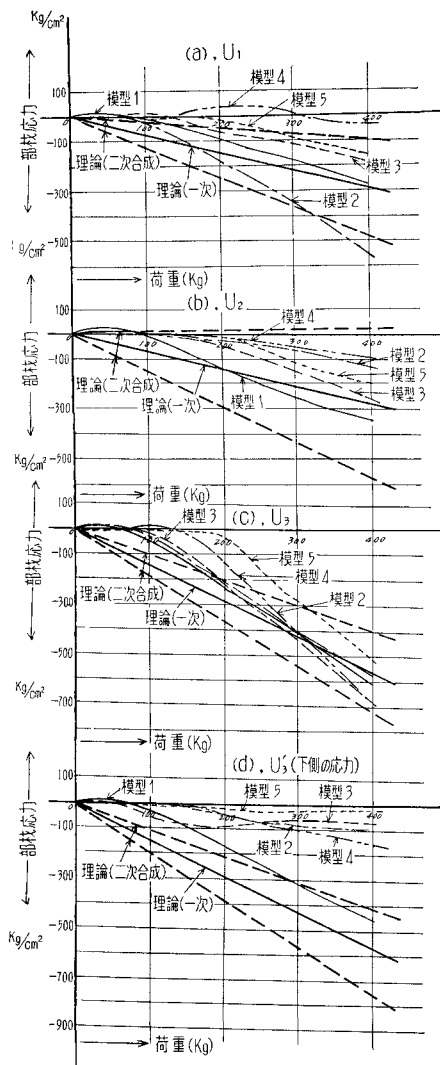


図-3 上弦材の応力荷重曲線(各模型の比較) $U_1 \sim U_3$ および U'_3 (下側の応力)

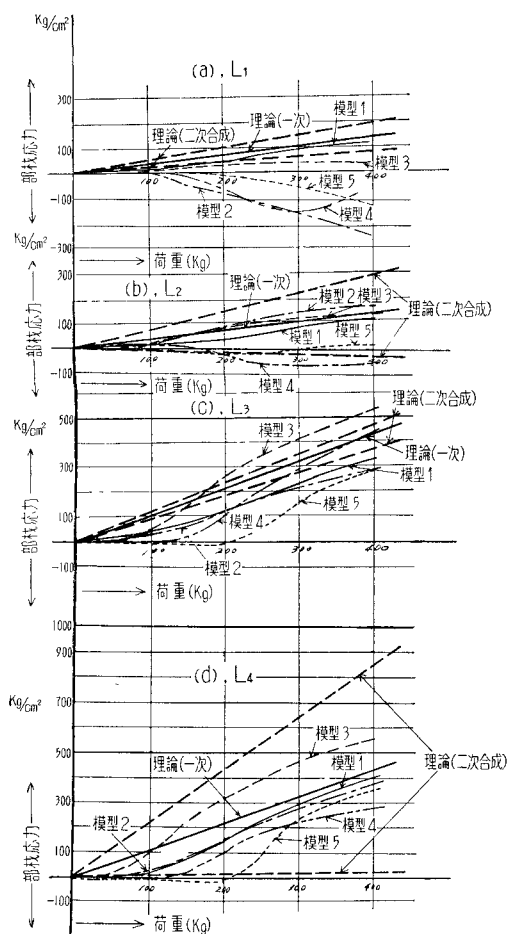


図-4 下弦材の応力荷重曲線(各模型の比較) $L_1 \sim L_4$

表-2 各種模型の部材断面寸法表

種 別	部 材 断 面 寸 法 (cm×cm)				
	上 弦 材	下 弦 材	鉛 直 材	斜 材	
				中 間 材	端 材
模型 1 (溶接 No. 1)	0.60×1.80	0.60×1.80	0.30×1.80	0.30×1.80	0.60×1.80
模型 2 (溶接 No. 2)	1.80×0.60	1.80×0.60	1.80×0.30	1.80×0.30	1.80×0.60
模型 3 (ヒンジ)	2 枚 (0.30×1.80)×2	2 枚 (0.30×1.80)×2	0.30×1.80	0.30×1.80	2 枚 (0.30×1.80)×2
模型 4 (ボルト)	0.60×1.80	0.60×1.80	0.30×1.80	0.30×1.80	0.60×1.80
模型 5 (リベット)	"	"	"	"	"

(注) 各部材は、矩形断面またはその組み合わせよりなっている。

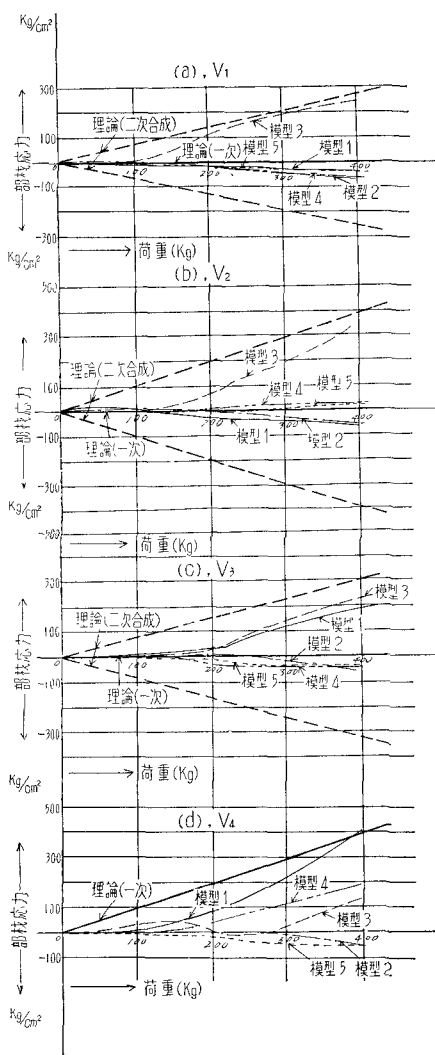


図-5 鉛直材の応力荷重曲線
(各模型の比較) $V_1 \sim V_4$

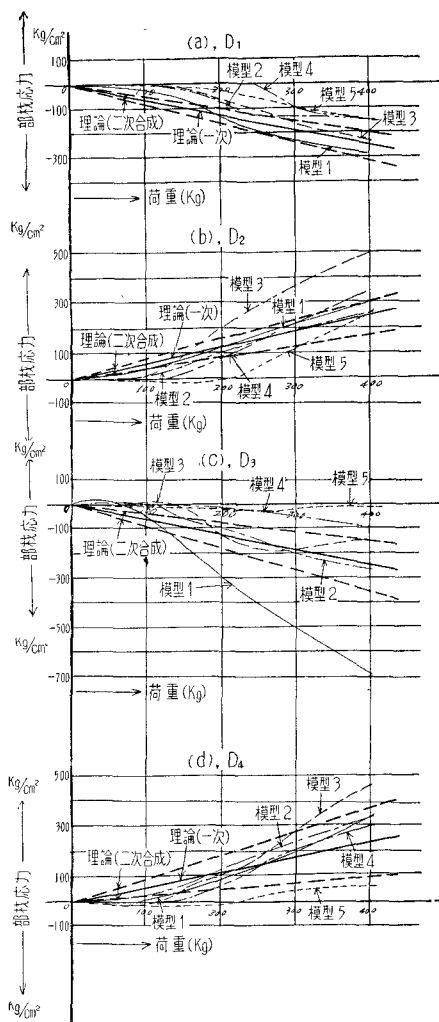


図-6 斜材の応力荷重曲線
(各模型の比較) $D_1 \sim D_4$

として各部材ごとに比率を求め、全部材の平均値より算定すれば、表-1のとおりである。ただし、実験に用いた模型各部材の断面は表-2のとおりであり、载荷には20tの万能試験機を用い、支間の中央点8(下弦材)に、集中荷重0~1,000 kgの範囲で、挫屈するまで载荷した。また、 μ , ν , λ の算定には、荷重300 kgのときについて行なった。

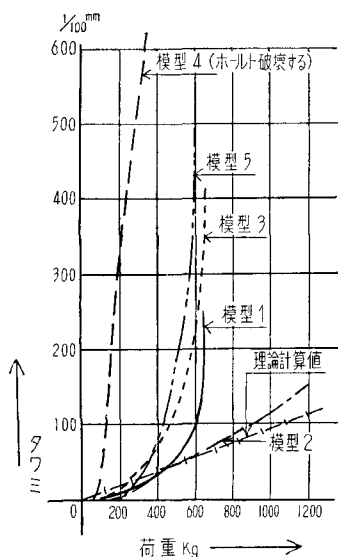
4. 各種トラス橋のタワミ計算例

(1) 実験に用いた模型・ワーレントラス鋼橋³⁾のタワミ計算(図-2参照)

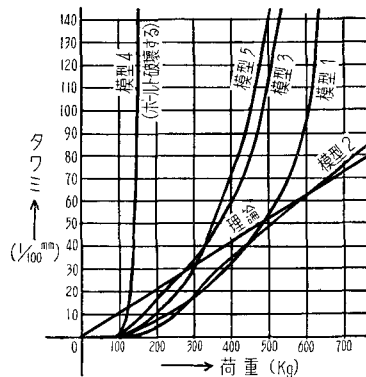
(a) 節点が溶接の場合($\mu=0.63$, $\nu=0.85$)

表-3 模型1(節点溶接)の S によるタワミ表

種別	部材名	断面積 A (cm^2)	部材長 s (cm)	$\frac{s}{A}$ (1/cm)	$\bar{S}$ (kg)	$\bar{S} \cdot \frac{s}{A}$ (kg/cm)	S (kg)	$S \cdot \mu$ (kg)	$\bar{S} \cdot S \cdot \mu \cdot \frac{s}{A}$ (kg^2/cm)
上弦材	3-5	1.080	10.000	9.259	-0.723	-6.694	-216.960	-136.685	+ 914.969
	5-7	"	"	"	-0.723	-6.694	-216.960	-136.685	+ 914.969
	7-9	"	"	"	-1.446	-13.389	-433.830	-273.313	+3,659.388



(a) 荷重範囲 0~破壊荷重



(b) 荷重範囲 0~500 kg 付近の拡大図

図-7 荷重-タワミ (下弦材中央点) 曲線図

(表-3 つづき)

種別	部材名	断面積 A (cm^2)	部材長 s (cm)	$\frac{s}{A}$ ($1/\text{cm}$)	$\bar{S}$ (kg)	$\bar{S} \cdot \frac{s}{A}$ (kg/cm)	S (kg)	$S \cdot \mu$ (kg)	$\bar{S} \cdot S \cdot \mu \cdot \frac{s}{A}$ (kg^2/cm)
下 弦 材	1-2	1.080	10.000	9.259	+0.362	+ 3.352	+108.480	+ 68.342	+ 229.082
	2-4	"	"	"	+0.362	+ 3.352	+108.480	+ 68.342	+ 229.082
	4-6	"	"	"	+1.085	+10.046	+325.410	+205.008	+2,059.510
	6-8	"	"	"	+1.085	+10.046	+325.410	+205.008	+2,059.510
鉛 直 材	2-3	0.540	13.830	25.611	0	0	0	0	0
	4-5	"	"	"	0	0	0	0	0
	6-7	"	"	"	0	0	0	0	0
	8-9	"	"	"	+1.000	+25.611	+300.000	+189.000	+4,840.479
斜 材	1-3	1.080	17.067	15.803	-0.617	- 9.750	-185.160	-116.651	+1,137.347
	3-4	0.540	"	31.604	+0.617	+19.501	+185.160	+116.651	+2,274.811
	4-7	"	"	"	-0.617	-19.501	-185.160	-116.651	+2,274.811
	7-8	"	"	"	+0.617	+19.501	+185.160	+116.651	+2,274.811

$\Sigma +22,868.769$

$$\Sigma \bar{S} \cdot S \cdot \mu \cdot \frac{s}{A} = 22,868.769 \times 2 - 4,840.479 \\ = 40,897.059 \text{ kg}^2/\text{cm}$$

ゆえに,

$$\delta_m = \Sigma \bar{S} \cdot S \cdot \mu \cdot \frac{s}{AE} = \frac{40,897.059}{2,100,000} = 0.01948 \text{ cm}$$

表-4 模型1 (節点溶接) の M によるタワミ表

種別	部材名	断面の 慣性モーメント I (cm^4)	部材長 (cm)	$\frac{s}{I}$ ($1/\text{cm}^3$)	$\bar{M} = \frac{1}{2} (\bar{M}_{mn} \pm \dot{M}_{nm})$ (kg-cm)	$\bar{M} \cdot \frac{s}{I}$ (kg/cm^2)	$M = \frac{1}{2} (M_{mn} \pm M_{nm})$ (kg-cm)	$M \cdot \nu$ (kg-cm)	$\bar{M} \cdot M \cdot \nu \cdot \frac{s}{I}$ (kg^2/cm)
上 弦 材	3-5	0.807	10.000	12.392	-0.353	- 4.374	-106.041	- 90.135	+394.250
	5-7	"	"	"	-0.379	- 4.697	-113.667	- 96.617	+453.810
	7-9	"	"	"	+0.196	+ 2.429	+ 58.830	+ 50.006	+121.465

種別	部材名	断面の 慣性モーメント I (cm^4)	部材長 s (cm)	$\frac{s}{I}$ ($1/\text{cm}^3$)	$\bar{M} = \frac{1}{2}(\bar{M}_{mn} \pm \bar{M}_{nm})$ (kg-cm)	$\bar{M} \cdot \frac{s}{I}$ (kg/cm ²)	$M = \frac{1}{2}(M_{mn} \pm M_{nm})$ (kg-cm)	$M \cdot \nu$ (kg-cm)	$\bar{M} \cdot M \cdot \nu \cdot \frac{s}{I}$ (kg ² /cm)
下 弦 材	1-2	0.807	10.000	12.392	-0.068	- 0.843	- 20.337	- 17.286	+ 14.572
	2-4	"	"	"	-0.362	- 4.486	-108.582	- 92.295	+ 414.035
	4-6	"	"	"	-0.137	- 1.698	- 41.037	- 34.881	+ 59.228
	6-8	"	"	"	-0.583	- 7.225	-175.038	-148.782	+1,074.950
鉛 直 材	2-3	0.404	13.830	34.233	+0.268	+ 9.174	+ 80.286	+ 68.243	+ 626.061
	4-5	"	"	"	+0.395	+13.522	+118.524	+100.745	+1,362.274
	6-7	"	"	"	+0.314	+10.749	+ 94.083	+ 79.971	+ 859.608
	8-9	"	"	"	0	0	0	0	0
斜 材	1-3	0.807	17.067	21.149	+0.116	+ 2.453	+ 34.695	+ 29.491	+ 72.341
	3-4	0.404	"	42.245	+0.074	+ 3.126	+ 22.185	+ 18.857	+ 58.947
	4-7	"	"	"	+0.062	+ 2.619	+ 18.627	+ 15.833	+ 41.467
	7-8	"	"	"	-0.109	- 4.605	- 32.704	- 27.800	+ 128.019

$\Sigma +5,681.027$

$$\Sigma \bar{M} \cdot M \cdot \nu \cdot \frac{s}{I} = 2 \times 5,681.027 = 11,362.054 \text{ kg}^2/\text{cm}$$

ゆえに

$$\delta_m = \Sigma \bar{M} \cdot M \cdot \nu \cdot \frac{s}{IE} = \frac{11,362.054}{2,100,000} = 0.00541 \text{ cm}$$

セン断力によるタワミは、軸力、材端モーメントによるタ

ワミに比べ、はるかに小さく無視できると考えられるから、

総合タワミ

$$\delta_m = 0.01948 + 0.00541 = 0.02489 \div 0.0249 \text{ cm}$$

これに対し実験タワミは、

$$\delta_m = 0.019 \text{ cm}$$

(b) 節点が鉸結の場合 ($\mu=0.815$, $\nu=0.90$)

表-5 模型5 (節点鉸結) の S によるタワミ表

種別	部材名	断面積 A (cm^2)	部材長 s (cm)	$\frac{s}{A}$ ($1/\text{cm}$)	$\bar{S}$ (kg)	$\bar{S} \cdot \frac{s}{A}$ (kg/cm)	S (kg)	$S \cdot \mu$ (kg)	$\bar{S} \cdot S \cdot \mu \cdot \frac{s}{A}$ (kg ² /cm)
上 弦 材	3-5	1.080	10.000	9.259	-0.723	- 6.694	-216.960	-176.822	+1,183.646
	5-7	"	"	"	-0.723	- 6.694	-216.960	-176.822	+1,183.646
	7-9	"	"	"	-1.446	-13.389	-433.830	-353.571	+4,733.962
下 弦 材	1-2	1.080	10.000	9.259	+0.362	+ 3.352	+108.480	+ 88.411	+ 296.354
	2-4	"	"	"	+0.362	+ 3.352	+108.480	+ 88.411	+ 296.354
	4-6	"	"	"	+1.085	+10.046	+325.410	+265.209	+2,664.290
	6-8	"	"	"	+1.085	+10.046	+325.410	+265.209	+2,664.290
鉛 直 材	2-3	0.540	13.830	25.611	0	0	0	0	0
	4-5	"	"	"	0	0	0	0	0
	6-7	"	"	"	0	0	0	0	0
	8-9	"	"	"	+1.000	+25.611	+300.00	+244.500	+6,261.890
斜 材	1-3	1.080	17.067	15.803	-0.617	- 9.750	-185.160	-150.905	+1,471.324
	3-4	0.540	"	31.604	+0.617	+19.501	+185.160	+150.905	+2,942.798
	4-7	"	"	"	-0.617	-19.501	-185.160	-150.905	+2,942.798
	7-8	"	"	"	+0.617	+19.501	+185.160	+150.905	+2,942.798

$\Sigma +29,584.150$

$$\sum \bar{S} \cdot S \cdot \mu \cdot \frac{s}{A} = 2 \times 29,584.150 \\ - 6,261.890 = 52,906.410 \text{ kg}^2/\text{cm}$$

ゆえに

$$\delta_m = \sum \bar{S} \cdot S \cdot \mu \cdot \frac{s}{AE} = \frac{52,960.410}{2,100,000} = 0.02519 \text{ cm}$$

模型3 (節点鉸結) の M によるタワミ

節点溶接のタワミ表 (表-4) における $\bar{M} \cdot M$ の代わりに

$0.64 \bar{M} \cdot M$, $\nu=0.85$ の代わりに $\nu=0.90$ を用いれば

$$\delta_m = \sum \bar{M} \cdot M \cdot \nu \cdot \frac{s}{IE} = 0.00541 \times 0.64 \\ \times \frac{0.90}{0.85} = 0.00367 \text{ cm}$$

セン断力によるタワミは、きわめて小さいので省略すれば、総合タワミはつぎのとおりになる。

$$\varepsilon_m = 0.02519 + 0.00367 = 0.02886 \div 0.0289 \text{ cm}$$

これに対し実験タワミは、

$$\delta_m = 0.029 \text{ cm}$$

(c) 節点が鉸の場合 ($\mu=1.0$)

表-6 模型3 (節点鉸) の S によるタワミ表

種別	部材名	断面積 A (cm^2)	部材長 s (cm)	$\frac{s}{A}$ ($1/\text{cm}$)	$\bar{S}$ (kg)	$\bar{S} \cdot \frac{s}{A}$ (kg/cm)	S (kg)	$\bar{S} \cdot S \cdot \frac{s}{A}$ (kg^2/cm)
上弦材	3-5	1.080	10.000	9.259	-0.723	- 6.694	-216.960	+1,452.330
	5-7	"	"	"	-0.723	- 6.694	-216.960	+1,452.330
	7-9	"	"	"	-1.446	-13.389	-433.830	+5,808.550
下弦材	1-2	1.080	10.000	9.259	+0.362	+ 3.352	+108.480	+ 363.625
	2-4	"	"	"	+0.362	+ 3.352	+108.480	+ 363.625
	4-6	"	"	"	+1.085	+10.046	+325.410	+3,269.069
	6-8	"	"	"	+1.085	+10.046	+325.410	+3,269.069
鉛直材	2-3	0.540	13.830	25.611	0	0	0	0
	4-5	"	"	"	0	0	0	0
	6-7	"	"	"	0	0	0	0
	8-9	"	"	"	+1.000	+25.911	+300.000	+7,683.300
斜材	1-3	1.080	17.067	15.803	-0.617	- 9.750	-185.160	+1,805.310
	3-4	0.540	"	31.606	+0.617	+19.501	+185.160	+3,610.805
	4-7	"	"	"	-0.617	-19.501	-185.160	+3,610.805
	7-8	"	"	"	+0.617	+19.501	+185.160	+3,610.805

$$\sum +36,299.623$$

$$\sum \bar{S} \cdot S \cdot \mu \cdot \frac{s}{A} = \sum \bar{S} \cdot S \cdot \frac{s}{A} \\ = 36,299.623 \times 2 - 7,683.300 = 64,915.946 \text{ kg}^2/\text{cm}$$

ゆえに

$$\varepsilon_m = \sum \bar{S} \cdot S \cdot \frac{s}{A \cdot E} = \frac{64,915.946}{2,100,000} = 0.03091 \text{ cm}$$

これに対し実験タワミは

$$\delta_m = 0.033 \text{ cm}$$

(2) 死・活荷重を受ける平行弦二重ワーレントラス鋼橋⁴⁾のタワミ計算 (図-8 参照)

図-8 のような支間 62.0 m の平行弦の二重ワーレントラス橋が、死荷重 25 kg/cm、活荷重 75 kg/cm (衝撃を含む) を受ける場合、支間中央点のタワミを節点剛性を考慮に入れて、部材の一次応力、二次応力をも加味し、厳密なる計

算方法によって求めてみる。

すなわちタワミ公式は (2) を使い、節点剛性の影響によって生ずる係数、 μ , ν , λ は、模型実験の結果得た値と、理

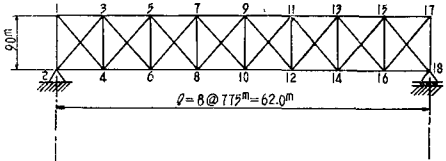


図-8 平行弦二重ワーレン・トラス鋼橋の図

表-7 二重ワーレントランス橋の μ , ν , λ

S の 係 数	M の 係 数	Q の 係 数
$\mu=0.815$	$\nu=0.90$	$\lambda=0.90$

論簡易式 (4), (5), (6) による値などを参照しつぎのとおり
に決定した (表-7)。

材端モーメント M とそのために生ずるせん断力 Q の値
をそのまま用いた。

節点は鉄結合であるが、タワミの計算には剛節としての

(a) 節点を鉸と仮定した場合

表-8 節点が鉸結の S によるタワミ表

種別	部材名	断面積 A (cm^2)	部材長 s (cm)	$\frac{s}{A}$ ($1/\text{cm}$)	$\bar{S}$ (kg)	合成最大応力 S (kg)	$\bar{S} \cdot S$ (kg^2)	$\bar{S} \cdot S \cdot \frac{s}{A}$ (kg^2/cm)
上 弦 材	1- 3	251.24	775.0	3.085	-0.19223	-111,600	+ 21,453	+ 66,183
	3- 5	340.84	"	2.274	-0.65768	-333,200	+219,139	+ 498,322
	5- 7	442.00	"	1.753	-1.05923	-459,100	+486,292	+ 852,470
	7- 9	506.44	"	1.530	-1.57547	-526,200	+829,012	+1,268,388
下 弦 材	2- 4	268.24	775.0	2.889	+0.23832	+122,000	+ 29,075	+ 83,998
	4- 6	306.64	"	2.527	+0.63399	+300,800	+190,704	+ 481,909
	6- 8	447.44	"	1.732	+1.09355	+441,800	+483,130	+ 836,781
	8-10	492.24	"	1.575	+1.43842	+508,200	+731,005	+1,151,333
斜 材	1- 4	207.42	1187.7	5.726	+0.29460	+171,000	+ 50,377	+ 288,459
	2- 3	"	"	"	-0.36523	-186,900	+ 68,261	+ 390,862
	3- 6	171.42	"	6.929	+0.34807	+152,400	+ 53,046	+ 367,556
	4- 5	"	"	"	-0.31177	-116,925	+ 36,454	+ 252,590
	5- 8	129.55	"	9.168	+0.30362	+102,500	+ 31,121	+ 285,317
	6- 7	"	"	"	-0.35622	- 85,663	+ 30,515	+ 279,762
	7-10	97.15	"	12.226	+0.43494	+ 70,125	+ 30,500	+ 372,893
	8- 9	"	"	"	-0.22490	- 56,475	+ 12,701	+ 155,282
鉛 直 材	1- 2	258.00	900.0	3.488	-0.22324	-129,600	+ 28,932	+ 100,915
	3- 4	72.00	"	12.500	+0.01301	+ 27,463	+ 357	+ 4,463
	5- 6	"	"	"	+0.00618	+ 19,225	+ 119	+ 1,488
	7- 8	"	"	"	-0.05965	+ 23,600	- 1,408	- 17,600
	9-10	"	"	"	+0.34084	+ 23,763	+ 8,099	+ 101,238

$\Sigma +7,822,609$

$$\Sigma \bar{S} \cdot S \cdot \frac{s}{A} = 7,822,609 \times 2$$

$$-101,238 = 15,543,980 \text{ kg}^2/\text{cm}$$

ゆえに

$$\delta_m = \Sigma \bar{S} \cdot S \cdot \frac{s}{A \cdot E} = \frac{15,543,980}{2,100,000} = 7.4019 \text{ cm}$$

(b) 節点が鉄結の場合 ($\mu=0.815$, $\nu=0.90$, $\lambda=0.90$)

i) 軸力 S によるタワミ

表-8 を参照し

$$\delta_m = \Sigma \bar{S} \cdot S \cdot \mu \cdot \frac{s}{A \cdot E} = 7.4019 \times 0.815 = 6.03254 \text{ cm}$$

ii) 材端モーメント M によるタワミ

これは二次応力に影響されるタワミであるから、二次的
タワミと名付けることができる。

表-9 節点が鉄結の M によるタワミ表

種別	部材名	断 面 の 慣 性 モーメント I (cm^4)	部材長 s (cm)	$\frac{s}{I}$ ($1/\text{cm}^3$)	$\bar{M} = \frac{1}{2} (\bar{M}_{mn} \pm M_{nm})$ ($\text{kg} \cdot \text{cm}$)	$M = \frac{1}{2} (M_{mn} \pm M_{nm})$ ($\text{kg} \cdot \text{cm}$)	$\bar{M} \cdot M$ ($\text{kg}^2 \cdot \text{cm}^2$)	$\bar{M} \cdot M \cdot \nu \frac{s}{I}$ (kg^2/cm)
上 弦 材	1- 3	100,869.41	775.0	0.00768	-0.05675	- 15,335	+ 870.26	+ 6.0156
	3- 5	154,489.85	"	0.00502	+0.34738	+303,595	+ 105,462.80	+ 476.4807
	5- 7	172,460.34	"	0.00449	+0.72244	+511,553	+ 369,566.00	+1,493.4159
	7- 9	217,399.97	"	0.00356	+2.98054	+733,329	+2,185,716.00	+7,003.0341

(表-9 つづき)

種別	部材名	断面の慣性 モーメント I (cm^4)	部材長 s (cm)	$\frac{s}{I}$ ($1/\text{cm}^3$)	$\bar{M} = \frac{1}{2} (\bar{M}_{mn} \pm M_{nm})$ ($\text{kg}\cdot\text{cm}$)	$M = \frac{1}{2} (M_{mn} \pm M_{nm})$ ($\text{kg}\cdot\text{cm}$)	$\bar{M} \cdot M$ ($\text{kg}^2\cdot\text{cm}^2$)	$\bar{M} \cdot M \cdot \frac{s}{I}$ (kg^2/cm)
下 弦 材	2—4	114,604.77	775.0	0.00676	+0.00875	+ 98,550	+ 861.82	+ 5.2434
	4—6	142,089.02	"	0.00545	+0.83602	+482,130	+ 403,070.00	+1,977.0588
	6—8	171,876.54	"	0.00451	-0.75905	+505,222	- 383,489.00	-1,556.5806
	8—10	204,534.00	"	0.00379	+4.02828	+310,188	+1,249,524.00	+4,262.1264
斜 材	1—4	48,747.41	1187.7	0.0244	-0.05022	- 17,084	+ 857.86	+ 18.8388
	2—3	48,747.41	"	"	+0.03475	+ 38,185	+ 1,326.93	+ 29.1393
	3—6	35,128.00	"	0.0338	+0.11159	+ 34,056	+ 3,800.31	+ 115.6050
	4—5	35,128.00	"	"	+0.07483	+ 56,290	+ 4,212.18	+ 128.1348
	5—8	20,630.02	"	0.0576	-0.02418	+ 22,265	- 538.37	- 27.9090
	6—7	20,630.02	"	"	+0.02113	+ 33,104	+ 699.31	+ 36.2520
	7—10	12,870.00	"	0.0923	+0.11514	+ 42,746	+ 4,921.81	+ 408.8547
	8—9	12,870.00	"	"	+0.16541	+ 41,098	+ 6,797.97	+ 564.7077
鉛 直 材	1—2	44,109.71	900.0	0.0204	-0.06286	- 51,393	+ 3,230.28	+ 59.3082
	3—4	1,529.62	"	0.588	-0.00134	- 423	+ 0.566	+ 0.2996
	5—6	"	"	"	+0.00345	+ 94	+ 0.325	+ 0.1720
	7—8	"	"	"	-0.00789	- 376	+ 2.968	+ 1.5706
	9—10	"	"	"	0	千 298	0	0

 $\Sigma +15,001.7680$

$$\Sigma \bar{M} \cdot M \cdot \nu \cdot \frac{s}{I} = 2 \times 15,001.7680 = 30,003.5360 \text{ kg}^2/\text{cm}$$

ゆえに

$$\delta_m = \Sigma \bar{M} \cdot M \cdot \nu \cdot \frac{s}{IE} = \frac{30,003.5360}{2,100,000} = 0.01429 \text{ cm}$$

iii) セン断力 Q によるタワミ

材端モーメント M_{mn} , M_{nm} の差によって生ずるセン断力によるタワミは、三次的の影響であるから、三次的タワミと名付けることができる。

表-10 節点が鉸結の Q によるタワミ表

種別	部材名	断面積 A (cm^2)	部材長 s (cm)	$\frac{s}{A}$ ($1/\text{cm}$)	$\bar{Q} = \frac{\bar{M}_{mn} - \bar{M}_{nm}}{s}$ (kg)	$Q = \frac{M_{mn} - M_{nm}}{s}$ (kg)	$\bar{Q} \cdot Q$ (kg^2)	$\bar{Q} \cdot Q \cdot \mu \cdot \frac{s}{A}$ (kg^2/cm)
上 弦 材	1—3	251.24	775.0	3.085	-0.0001465	- 39.5796	+ 0.0040	+ 0.01111
	3—5	340.84	"	2.274	+0.0008966	+ 783.5787	+ 0.7026	+ 1.43790
	5—7	442.00	"	1.753	+0.0018650	+1320.3170	+ 2.4624	+ 3.88490
	7—9	506.44	"	1.530	+0.0076930	+1892.7216	+14.5607	+20.05010
下 弦 材	2—4	268.24	775.0	2.889	+0.0000226	+ 254.3576	+ 0.0057	+ 0.01493
	4—6	306.64	"	2.527	+0.0021580	+1244.3775	+ 2.68540	+ 6.10740
	6—8	447.44	"	1.732	-0.0019590	+1303.9780	- 2.55450	- 3.98200
	8—10	492.24	"	1.575	+0.0104000	+ 800.5952	+ 8.32620	+11.80240
斜 材	1—4	207.42	1187.7	5.726	-0.0000846	- 28.7691	+ 0.00243	+ 0.01254
	2—3	"	"	"	+0.0000585	+ 64.3035	+ 0.00376	+ 0.01940
	3—6	171.42	"	6.929	+0.000188	+ 57.3503	+ 0.01078	+ 0.06722
	4—5	"	"	"	+0.0001260	+ 94.7924	+ 0.01194	+ 0.07446
	5—8	129.55	"	9.168	-0.0000407	+ 37.4943	- 0.00153	- 0.01260
	6—7	"	"	"	+0.0000356	+ 55.7463	+ 0.00198	+ 0.01636
	7—10	97.15	"	12.226	+0.0001939	+ 71.9848	+ 0.01396	+ 0.15363
	8—9	"	"	"	+0.0002786	+ 69.2085	+ 0.01928	+ 0.21213

種別	部材名	断面積 A (cm^2)	部材長 s (cm)	$\frac{s}{A}$ ($1/\text{cm}$)	$Q = \frac{\bar{M}_{mn} - \bar{M}_{nm}}{s}$ (kg)	$Q = \frac{M_{mn} - M_{nm}}{s}$ (kg)	$\bar{Q} \cdot Q$ (kg^2)	$Q \cdot Q \cdot \mu \frac{s}{A}$ (kg^2/cm)
鉛直材	1—2	258.00	900.0	3.488	-0.0001257	- 102.7850	+ 0.01292	+ 0.04055
	3—4	72.00	"	12.500	-0.0000027	- 0.8450	+ 0.00000227	+ 0.0000255
	5—6	"	"	"	+0.0000119	+ 0.1884	+ 0.0000224	+ 0.000252
	7—8	"	"	"	-0.0000158	- 0.7528	+ 0.0000119	+ 0.000134
	9—10	"	"	"	0	± 0.5956	0	0

$$\Sigma +39,91084$$

$$\Sigma \bar{Q} \cdot Q \cdot \mu \cdot \frac{s}{A} = 39.91084 \times 2 = 79.82168 \text{ kg}^2/\text{cm}$$

ゆえに

$$\delta_m = \kappa \Sigma \bar{Q} \cdot Q \cdot \mu \cdot \frac{s}{A \cdot G} = \frac{6}{5} \times \frac{79.82168}{810,000} = 0.0001183 \text{ cm}$$

ゆえに、総合タワミは

$$\delta_m = 6.03254 + 0.01429 + 0.0001183 = 6.04695 \text{ cm} \div 6.047 \text{ cm}$$

(3) アルミニウム合金バルチモアトラス鉄道橋⁵⁻⁷⁾のタワミ計算 (図-9 参照)

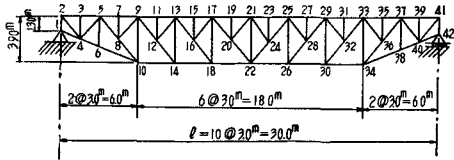


図-9 アルミニウム合金バルチモアトラス橋の図

図-9 のような支間 30 m の単線上路式のアルミニウム合金バルチモアトラス鉄道橋に、KS-18 荷重が載る場合の支間中央点の厳密なる最大タワミ⁷⁾を算出すれば、表-11 以下の計算のようになる。

表-11 アルミニウム合金バルチモアトラス橋のタワミ計算表

種別	部材名	部材長 s (cm)	断面積 A (cm^2)	断面の慣性モーメント I (cm^4)	$\bar{S}$ (t)	合成最大応力 $\bar{S}$ (t)	$\bar{M} = \frac{1}{2}(\bar{M}_{mn} \pm \bar{M}_{nm})$ (t-cm)	$M = \frac{1}{2}(M_{mn} \pm M_{nm})$ (t-cm)	$\bar{S} \cdot S \cdot \mu \frac{s}{A}$ (t^2/cm)	$\bar{M} \cdot M \cdot \nu \frac{s}{I}$ (t^2/cm)
上弦材	2-3	150	200.48	45,799	-0.385	- 89.600	- 2.48	-600.02	+ 16.307	+ 3.661
	3-5	"	"	"	-0.385	- 89.600	+ 4.23	-202.38	+ 16.307	- 2.106
	5-7	"	"	"	-0.769	-156.510	+ 0.74	- 13.63	+ 56.970	- 0.0248
	7-9	"	"	"	-0.769	-156.510	- 0.848	- 74.83	+ 56.970	+ 0.156
	9-11	"	"	"	-1.156	-199.110	- 6.01	+107.10	+108.913	- 1.583
	11-13	"	"	"	-1.156	-199.100	- 0.081	+112.50	+108.913	- 0.0224
	13-15	"	"	"	-1.538	-212.500	+ 3.41	+193.38	+154.488	+ 1.622
	15-17	"	"	"	-1.538	-212.500	- 0.48	+138.73	+154.488	- 0.164
	17-19	"	"	"	-1.923	-225.160	+25.43	+676.20	+204.896	+42.302
	19-21	"	"	"	-1.923	-225.160	+ 6.36	+212.75	+204.896	+ 3.329
下弦材	1-4	154	210.46	22,722	0	0	- 1.78	+ 19.75	0	- 0.179
	4-6	"	"	"	+0.629	+140.890	+ 0.44	-100.13	+ 52.975	- 0.224
	6-10	308	"	"	+0.629	+140.890	+ 0.47	- 27.10	+105.949	- 0.130
	10-14	300	"	"	+0.769	+134.670	+ 0.30	+ 95.53	+120.530	+ 0.284
	14-18	"	"	"	+1.156	+208.980	+ 0.79	- 46.40	+281.287	- 0.363
	18-22	"	"	"	+1.538	+187.440	- 0.14	+ 6.63	+335.518	- 0.00921
鉛直材	1-2	130	200.48	45,799	-0.500	-119.832	+ 0.99	-178.50	+ 24.556	- 0.376
	5-6	260	76.00	2,456	0	- 9.010	+ 0.05	0	0	0
	9-10	390	119.02	5,624	-0.500	-109.050	+ 0.18	+ 11.68	+113.085	+ 0.109
	13-14	"	"	"	-0.500	- 80.060	+ 0.16	+ 7.30	+ 83.022	+ 0.0607
	17-18	"	"	"	-0.500	- 58.230	+ 0.17	+ 5.65	+ 60.385	+ 0.0499
	21-22	"	"	"	-1.000	- 41.110	- 0.21	- 0.53	+ 85.262	+ 0.00572

種別	部材名	部材長 s (cm)	断面積 A (cm ²)	断面の慣性モーメント I (cm ⁴)	$\bar{S}$ (t)	合成 最大応力 S (t)	$\bar{M} = \frac{1}{2}(\bar{M}_{mn} \pm \bar{M}_{nm})$ (t-cm)	$M = \frac{1}{2}(M_{mn} \pm M_{nm})$ (t-cm)	$(\mu=0.69, 0.817)$ $\bar{S} \cdot S \cdot \mu \frac{s}{A}$ (t ² /cm)	$(\nu=0.75)$ $\bar{M} \cdot M \cdot \nu \frac{s}{I}$ (t ² /cm)
斜材	2-4	246	119.12	16,334	+0.631	+129.024	+ 0.15	+ 18.35	+137.282	+0.0311
	4-5	"	"	"	-0.526	+104.140	+ 0.19	- 14.23	- 92.372	-0.0305
	5-8	"	"	"	+0.526	+107.899	- 0.69	+ 37.20	+ 95.706	-0.290
	8-10	"	"	"	+0.526	+107.899	- 0.16	+ 6.30	+ 95.706	-0.0114
	9-12	"	"	"	+0.631	+102.770	+ 1.45	+ 56.83	+109.347	+0.931
	12-14	"	"	"	+0.631	+102.770	- 0.35	- 7.95	+109.347	+0.0314
	13-16	"	"	"	+0.631	+ 76.320	+ 1.68	+ 39.98	+ 81.204	+0.759
	16-18	"	"	"	+0.631	+ 76.320	- 0.24	+ 0.48	+ 81.204	-0.00136
	17-20	"	"	"	+0.631	+ 56.970	+ 0.71	+ 29.93	+ 60.616	+0.241
	20-22	"	"	"	+0.631	+ 56.970	+ 1.05	+ 17.43	+ 60.616	+0.207
鉛直補剛材	3-4	195	76.0	2,456	0	- 22.800	- 0.066	+ 0.13	0	-0.000513
	7-8	"	"	"	0	- 22.800	+ 0.15	+ 9.22	0	+0.0822
	11-12	"	"	"	0	- 22.800	+ 0.22	+ 6.48	0	+0.0852
	15-16	"	"	"	0	- 22.800	+ 0.17	+ 2.06	0	+0.0209
	19-20	"	"	"	0	- 22.800	0	- 8.43	0	0
斜補剛材	8-9	246	77.3	4,986	0	+ 14.380	+ 0.31	- 4.00	0	-0.0459
	12-13	"	"	"	0	+ 14.380	+ 0.39	+ 5.70	0	+0.0821
	16-17	"	"	"	0	+ 14.380	- 0.51	- 4.15	0	+0.0784
	20-21	"	"	"	0	+ 14.380	+ 0.67	+ 31.50	0	+0.781

(注) μ, ν には (4)~(6) 式を用いた。

$$\Sigma +3,084.383 \Sigma +49.349$$

$$\Sigma \bar{S} \cdot S \cdot \mu \frac{s}{A} = 2 \times 3,084.383 - 85.262 = 6,083.504 \text{ t}^2/\text{cm}$$

ゆえに

$$\delta_m = \Sigma \bar{S} \cdot S \cdot \mu \frac{s}{AE} = \frac{6083.504}{724} = 8.403 \text{ cm}$$

また

$$\Sigma \bar{M} \cdot M \cdot \mu \frac{s}{I} = 49.349 \times 2 - 0.00572 = 98.69228 \text{ t}^2/\text{cm}$$

ゆえに

$$\delta_m = \Sigma \bar{M} \cdot M \cdot \nu \frac{s}{IE} = \frac{98.69228}{724} = 0.136 \text{ cm}$$

節点を剛節 (弾性固定) と考えた場合の総合タワミは、

$$\delta_m = 8.403 + 0.136 = 8.539 \text{ cm}$$

さらに、トラスの節点を完全な鉸と仮定せる場合の中央点のタワミを求めれば、 $\mu=1.0$ であるから

$$\begin{aligned} \Sigma \bar{S} \cdot S \cdot \mu \frac{s}{A} &= \Sigma \bar{S} \cdot S \frac{s}{A} \\ &= 4,292.645 \times 2 - 134.676 = 8,315.938 \text{ t}^2/\text{cm} \end{aligned}$$

となり

$$\delta_m = \Sigma \bar{S} \cdot S \frac{s}{AE} = \frac{8315.938}{724} = 11.486 \text{ cm}$$

そこで鉸結トラスの節点構造を、弾性固定と完全な鉸と

の中間的構造であると仮定すれば、両方のタワミの平均値をとれば、つぎのとおりになる。

$$\delta_m = \frac{1}{2} (11.486 + 8.539) = 10.013 \text{ cm}$$

5. 結 言

上述の計算例より明らかとなり、節点剛性の影響を考慮に入れた計算公式によるトラスの厳密タワミ計算値は、従来のように節点を完全鉸と仮定せる普通のタワミ計算値に比べ、かなり小さくなり、この影響を無視することは誠に不合理であると思う。また節点剛性の影響による材端モーメント、すなわち二次応力の影響やセン断力による二次的影響は、節点剛性の部材応力に直接及ぼす一次的影響に比べ著しく小さく、二次応力の影響はともかく、セン断力による影響などは、まったく無視しても問題にならないと思う。

なお本研究に付随した模型実験については、室蘭工業大学土木工学教室の志村政雄技官を始め、同大学土木工科学学生工藤一行、近江英樹、岡野拓雄の三君に協力して頂いたこと、本研究論文の図面のトレースには、同大学土木工学教室の渡部公治君に手伝って頂いたこと、ならびに研究

については、北大工学部今俊三教授、酒井忠明教授の御支援を得たことなどを記し、心から御礼を申し上げる次第である。また最後に本研究は、文部省科学研究費交付金を受けた研究の一部であり、深く感謝するとともに、今後の研究を続行する予定なることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 成瀬勝武：弾性橋梁，第3版，p. 15-49 (コロナ社，1951)。
- 2) 長柱研究委員会：弾性安定要覧第1版，p. 101-196 (コロナ社，1951)。
- 3) 中村作太郎・番匠勳・志村政雄：ワーレン・トラス橋の模型実験について，土木学会第16回年次学術講演会

講演概要，II-53，p. 119-120 (土木学会，1961)。

- 4) 小田弥之亮：複斜材構の応力第一巻第1版 (丸善，1941)，第二巻第1版 (丸善，1943)。
- 5) 中村作太郎：アルミニウム合金構桁橋の設計について土木学会北海道支部技術資料，No. 14，p. 71-82 (土木学会北海道支部，1958)。
- 6) 中村作太郎：アルミニウム合金バルチモア構橋に関する研究，土木学会第14回年次学術講演会概要，IV-32，p. 65-68 (土木学会，1959)。
- 7) 中村作太郎：アルミニウム合金バルチモア構橋に関する構造学的研究，室蘭工業大学研究報告，第3巻第3号，p. 73-89 (室蘭工業大学，1960)。