

## 合成桁のジベルについて

正員 室蘭工業大学教授 工博 能町 純雄

正員 室蘭工業大学講師 工修 尾崎 謙

## 1. 緒言

合成桁はジベルなどのズレ止めによつて合成効果を發揮しており、現設計ではコンクリート床版と鋼ガーダーとは完全に合成されているものと仮定して、主荷重に対する計算を行なつてゐる。ところでズレ止めには多くの種類があるが、それらはジベルセン断力が作用した場合、大なり小なりズレを生ずるもので、これらに關しては Siess や Graf の実験がある。

そこで、このジベルのズレを考慮し、差分を用いて個々のジベルに作用するセン断力を検討する。但し、この場合、ジベルは弾性結合されているものと考え、ジベルセン断力とズレとは比例すると仮定する。

## 2. 式の誘導

いま、コンクリート床版と鋼ガーダーが図-1のように  $n+1$  個のジベルで結合されている場合を考えると、図-2

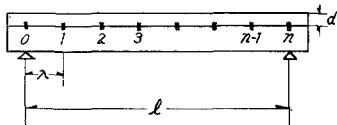


図-1

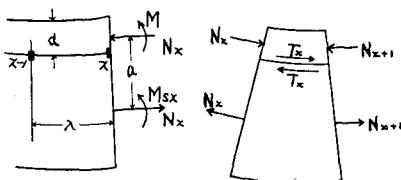


図-2

から分るように、 $x$ 番目のジベルに作用するセン断力は

$$T_x = N_{x+1} - N_x \quad (1)$$

にて表わされる。

このセン断力はズレに比例すると考えると、ズレ定数  $C$  を用いて

$$T_x = C(\delta_{sx} - \delta_{cx}) \quad (2)$$

但し、 $\delta_{sx}$ 、 $\delta_{cx}$  はそれぞれ  $x$  番目のジベル位置の鋼およ

びコンクリートのズレで、次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{cx} &= -\sum_1^x \frac{N_x \lambda}{E_c A_c} + \frac{d}{2} \theta_{cx} + \delta_{c0} \\ \delta_{sx} &= \sum_1^x \frac{N_x \lambda}{E_s A_s} - \left( a - \frac{d}{2} \right) \theta_{sx} + \delta_{s0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

上式中  $d$  はコンクリート床版の厚さ、 $a$  は床版の断面重心と鋼桁の断面中心との距離、 $\theta_{cx}$ 、 $\theta_{sx}$  はコンクリートおよび鋼の  $x$  番目のジベル位置の挠角である。また  $\delta_{c0}$ 、 $\delta_{s0}$  は、それぞれ最端のジベル位置のコンクリートおよび鋼のズレであり、

$$T_0 = C(\delta_{s0} - \delta_{c0}) \quad (4)$$

の関係がある。

一方、コンクリート床版と鋼桁が同じ曲率を有するとすれば

$$\theta_{cx} = \theta_{sx} \quad (5)$$

従つて、(2)(3)(4)(5)式より

$$T_x - T_0 = C \sum_1^x N_x \lambda \left( \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c} \right) - Ca \theta_{sx} \quad (6)$$

また、この位置における内力のモーメント、 $M_{cx}$ 、 $M_{sx}$  と外力のモーメント  $M_x$  との釣合から

$$M_x = N_x \cdot a + M_{cx} + M_{sx} \quad (7)$$

上式を  $x$  について積分すれば

$$\int_0^x M_x dx = \sum_1^x N_x \cdot a \lambda + E_c I_c \theta_{cx} + E_s I_s \theta_{sx} \quad (8)$$

(5)式を適用して

$$\theta_{sx} = \frac{\int_0^x M_x dx - \sum_1^x N_x a \lambda}{E_s I_s + E_c I_c} \quad (9)$$

これを(6)式に代入すれば

$$\begin{aligned} T_x - T_0 &- C \sum_1^x N_x \lambda \left( \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c} \right) \\ &- C \sum_1^x N_x a^2 \lambda \left( \frac{1}{E_s A_s + E_c A_c} \right) \\ &= - \frac{Ca \int_0^x M_x dx}{E_s I_s + E_c I_c} \quad (10) \end{aligned}$$

$-\int_0^x M_x dx = i_x$  において上式の差分をとれば



$$-\frac{\sinh \xi \eta}{\sinh \eta} \cdot \frac{\{\sinh(n-x-\frac{1}{2})\eta - \sinh(n-x+\frac{1}{2})\eta\}}{\sinh n\eta} \quad \dots \dots \quad x > \xi \quad \dots \dots \quad (18b)$$

$n$  の値は大きく、  $n\eta$  を考慮すれば

$$\sinh n\eta \approx \cosh n\eta, \quad e^{n\eta} \gg e^{-n\eta}$$

より、(18) 式は次のような簡単な式となる。

$$T_x \approx \frac{KP\lambda^2}{\omega} \left[ \frac{n-\xi}{n} - \frac{1}{2 \cosh \frac{1}{2}\eta} \left\{ e^{-(\xi-x)\eta} + e^{-(\xi+x+1)\eta} - e^{-(2n-\xi-x+1)\eta} - e^{-(2n-\xi+x)\eta} \right\} \right] \quad \dots \dots \quad x < \xi \quad \dots \dots \quad (19a)$$

同様に

$$T_x \approx \frac{KP\lambda^2}{\omega} \left[ \frac{\xi}{n} - \frac{1}{2 \cosh \frac{1}{2}\eta} \left\{ e^{-(x-\xi)\eta} + e^{-(2n-\xi-x+1)\eta} - e^{-(\xi+x+1)\eta} - e^{-(2n+\xi-x)\eta} \right\} \right] \quad \dots \dots \quad x > \xi \quad \dots \dots \quad (19b)$$

なお、載荷点  $\xi$  のジベルでは(17a), (17b)の両式を適用して

$$T_x = \frac{K}{\omega} P \lambda^2 \left[ \frac{n/2-\xi}{n} - \frac{\sinh \frac{1}{2}\eta \cdot \sinh \xi \eta \{\sinh(\xi+1)\eta - \sinh \xi \eta\}}{\sinh \eta \cdot \sinh n\eta \cdot \sinh(n+1)\eta} - \frac{\sinh \frac{1}{2}\eta \cdot \sinh(n-\xi)\eta \{\sinh(n-\xi)\eta - \sinh(n+1-\xi)\eta\}}{\sinh \eta \cdot \sinh n\eta \cdot \sinh(n+1)\eta} - \frac{\{\sinh(n-\xi-\frac{1}{2})\eta \cdot \sinh \xi \eta - \sinh(\xi-\frac{1}{2})\eta \cdot \sinh(n-\xi)\eta\}}{\sinh \eta \cdot \sinh n\eta} \right]$$

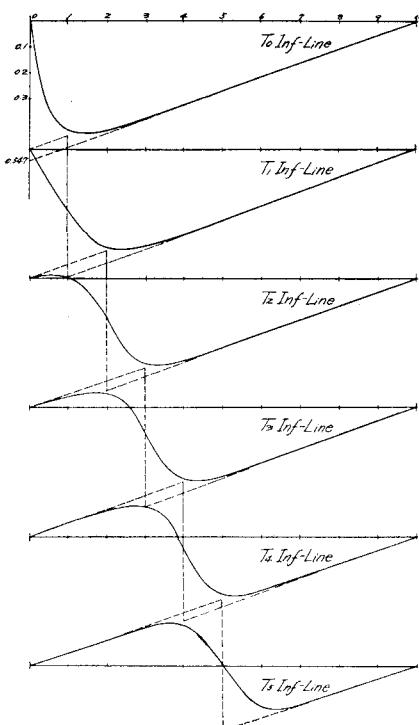


図-4  $n=10, C=100000 \text{ t/m}$  の場合の影響線 ( $\times P\lambda$ )

$$\approx \frac{K}{\omega} P \lambda^2 \left[ \frac{n/2-\xi}{n} - \frac{e^{-(2n-2\xi)\eta} - e^{-(2n-2\xi+1)\eta} - e^{-(2\xi+1)\eta}}{2 \cosh \frac{1}{2}\eta} \right] \dots x=\xi \quad (19c)$$

となる。そこで合成桁の断面の諸値とジベルのズレ定数さえ分れば、これら (19a), (19b), (19c) を用いて  $x$  番目のジベルに作用するセン断力  $T_x$  の影響線を直ちに書くことができる。その例を示したのが図-4 で、これは  $n=10, C=100000 \text{ t/m}$  の場合であるが、点線にて示す現設計法によるものと、ある程度の差があることが分る。この差はジベルの種類やジベルの間隔によつて異なるものである。

#### 4. 満載等分布荷重の場合の計算

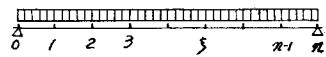


図-5

この場合

$$A_{ix} = \frac{q\lambda^3}{12} \left[ 6x^2 - 6(1+n)x + (2+3n) \right] \dots \dots \dots \quad (20)$$

従つて荷重項は、  $\bar{N}_x = Ax^2 + Bx + C$  とおいて、未定係数法にて計算すれば

$$\bar{N}_x = \frac{Kq\lambda^3}{\omega} \left\{ -\frac{1}{2}x^2 + \left( \frac{n}{2} + \frac{1}{2} \right)x - \left( \frac{n}{4} + \frac{1}{6} \right) \right\} \dots \dots \dots \quad (21)$$

そこで

$$N_x = A \frac{\sinh x\eta}{\sinh(n+1)\eta} + B \frac{\sinh(n+1-x)\eta}{\sinh(n+1)\eta} + \bar{N}_x$$

とおいて、境界条件

$$N_x|_{x=0} = 0$$

$$N_x|_{x=n+1} = 0$$

を適用すると

$$A = -\bar{N}_x|_{x=n+1} = \frac{Kq\lambda^3}{\omega} \left\{ \frac{n}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{\omega} \right\}$$

$$B = -\bar{N}_x|_{x=0} = \frac{Kq\lambda^3}{\omega} \left\{ \frac{n}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{\omega} \right\}$$

その結果

$$N_x = \frac{Kq\lambda^3}{\omega} \left[ \left( \frac{n}{2} + \frac{1}{2} \right)x - \frac{1}{2}x^2 + \left( \frac{n}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{\omega} \right) \right. \\ \left. \left\{ \frac{\sinh(n+1-x)\eta - \sinh x\eta}{\sinh(n+1)\eta} - 1 \right\} \right]$$

を得る。従つて  $x$  番目のジベルセン断力は(1) 式より

$$T_x = \frac{Kq\lambda^3}{\omega} \left[ \frac{n}{2} - x - \left( \frac{n}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{\omega} \right) \right. \\ \left. \frac{\sinh(n+1-x)\eta - \sinh(n-x) + \sinh x\eta - \sinh(x+1)\eta}{\sinh(n+1)\eta} \right] \\ = \frac{Kq\lambda^3}{\omega} \left[ \frac{n}{2} - x - \left( \frac{n}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{\omega} \right) \right]$$

$$\left\{ e^{-x\eta} + e^{-(n+1-x)\eta} - e^{-(x+1)\eta} - e^{-(n-x)\eta} \right\} \dots (23)$$

で表わされる。

## 5. 計算結果

一例として支間 30 m の合成桁を想定し、ジベルの種類および間隔を種々に変えて調べてみる。但し、この合成桁の断面に関する諸値は次のようなものとして計算した。

$$A_c = 2700 \text{ cm}^2 \quad I_c = 51000 \text{ cm}^2 \quad E_c = 210000 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 180 \text{ cm}^2 \quad I_s = 890000 \text{ cm}^2 \quad E_s = 2100000 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = 82 \text{ cm}$$

これらの諸値により計算に必要な係数を求めると

$$\omega = 0.796 \times 10^{-5} C\lambda$$

$$K = 0.435 \times 10^{-5} C \quad (\text{但し, } C\lambda \text{ の単位は t/m, m})$$

となる。そこで種々のジベルを考えてみる必要から、このジベルのズレ定数を

$$C = 10000, 50000, 100000, 1000000 \text{ t/m}$$

とし、一方ジベルの間隔も

$$\lambda = 0.1, 0.3, 0.5, 1.0, 3.0 \text{ m}$$

$$\text{すなわち } n = 300, 100, 60, 30, 10$$

と変えてみた。

まず、この内の一例を挙げると、図-6 のようなジベルセン剪断力図がある。これはジベル間隔 1 m すなわち  $n=30$  とした場合であり、図-6a は支間中央に点荷重が作用する場合、図-6b は満載等分布荷重に対するものである。なお、両方共現行の設計による値は点線で示してあり、またズレ定数は次の 4 種の場合を同時に比較してある。

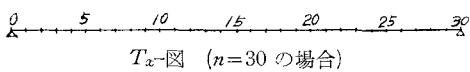


図-6a 集中荷重の場合 (支間中央)

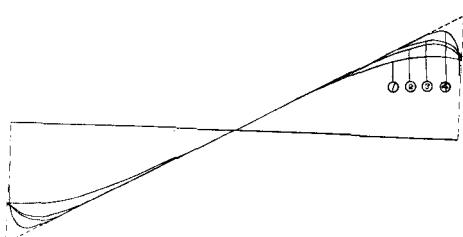


図-6b 等分布荷重の場合

(表-1)	① $C = 10000 \text{ t/m}$
	② $C = 50000 \text{ t/m}$
	③ $C = 100000 \text{ t/m}$
	④ $C = 1000000 \text{ t/m}$

これによると点荷重の場合には載荷点の近傍のジベルセン断力が完全結合と仮定した場合とかなり差があり、等分布荷重の場合には桁端の近傍で同様のことがいえる。そこで、この差はジベル間隔でどのように変つて来るかを調べると、点荷重に対しては図-7 のようになる。これは  $x=0.4l$

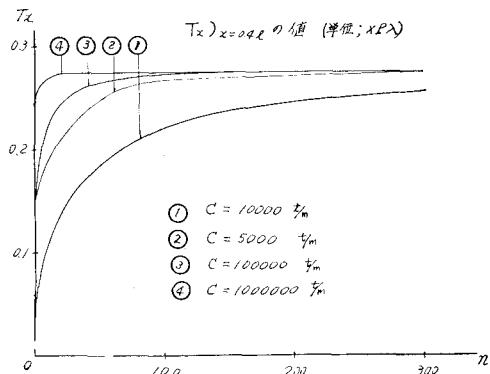


図-7

の点、すなわち支間中央から 3 m 隔れた点のジベルに関するもので、先の(表-1)に示したズレ定数  $C$  について調べたものである。これを見ると鋼なジベルの場合  $n=100$  程度でほとんど現行設計の場合と一致するが、柔軟なジベルの場合、 $C=10000$  程度では  $n=200$  としても約 1 割の差がある。しかし、それも  $C=50000$  程度のものであれば、 $n=100$  位にすれば鋼なジベルとほとんど違わず、現行設計の場合と大体一致している。

また、等分布荷重についても、図-8 のように  $x=0.1l$  の点、すなわち桁端部より 3 m 隔れた点のジベルに関する  $n$  と  $T_x$  との関係を(表-1)の 4 種のジベルについて示すと、相当柔軟なジベルの場合でも  $n=100$  以上ではほとんど大差なく、 $C=50000$  以上の鋼性を有するジベルでは約

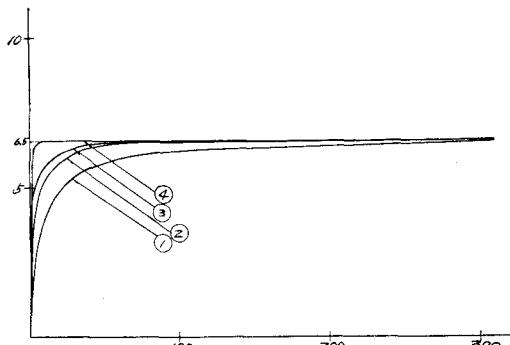


図-8  $T_x|_{x=0.1l}$  の値 ( $\times q\lambda$ )

$n=50$  以上の場合、現設計法を適用しても差しつかえないことを示している。

次に等分布荷重の場合の桁の最端のジベルセン断力について同様のことを調べてみると、図-9 のように相当の差がある。この場合では  $n=300$  としても完全結合の場合には一致しない。なお、図-9 は  $T_0/\lambda$  の値であるから、 $n=\infty$ 、すなわち  $\lambda=0$  の場合には  $T_0=0$  となるものである。

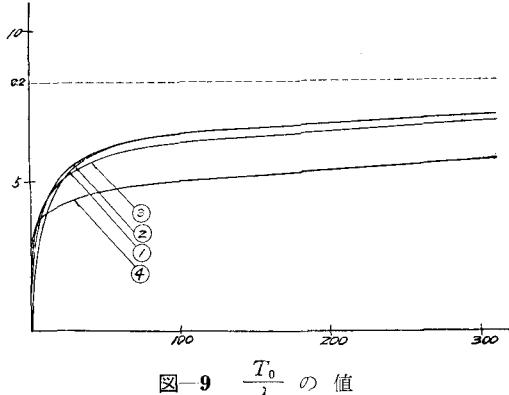


図-9  $\frac{T_0}{\lambda}$  の値

## 6. ズレ定数 $C$ について

これらの厳密計算をするには、そのジベルのズレ定数  $C$  を知ることが必要であるが、一般に使用されている個々のジベルについて、その値はほとんど知られておらず、それらのジベルに対して個々に検討してみることはできなかつたが、いくつかの種類のジベルについては Siess, Graf などの実験より、その値を知ることができた。それによれば、幅 12cm 程度の溝型鋼のようなものでは、 $C \approx 150000 \text{ t/m}$  という結果が得られるので、この値を参照して(表-1)に示したような 4 種のジベルについて計算してみた訳である。特に小さな値もとつてみたのは、鉄筋を加工した柔軟なズレ止めが実際には比較的多く使われていることを考慮したからである。

なお、実際に使用する場合、ジベルについて簡単な実験を行ない、ズレ定数  $C$  を求めておくことが必要である。

## 7. 本理論における $N_x$ の意義

ジベルセン断力を計算する過程にでてきた  $N_x$  は、この

厳密計算によるものと現行の完全結合と仮定したものとに大差がある場合には重要な意義をもつ。

すなわち、力の釣合の式(7)において、 $N_x$  が減少すれば  $M_x > N_x \cdot a + M_{cx} + M_{sx}$

となり、完全結合と考えて行なつた場合より小さな外力にしか抵抗できなくなるから、本理論によるズレの配慮なしに設計した場合、合成桁の最大応力は許容応力を当然超過するはずである。このような場合の抵抗曲げモーメントは、コンクリートおよび鋼で、それぞれ

$$M_{cx} = (M_x - N_x \cdot a) \frac{E_s I_s}{E_s I_s + E_c I_c}$$

$$M_{sx} = (M_x - N_x \cdot a) \frac{E_s I_s}{E_s I_s + E_c I_c}$$

となるから、本理論にて  $N_x$  が求まれば、容易に知ることができ、従つて主桁の応力を換算することが可能である。

## 8. 結 言

以上、差分方程式によるジベルセン断力の解法、および、2, 3 の数値計算の結果を示し、ジベルの種類およびジベルの間隔の選び方によつては、現設計法を安易に適用できない場合もあることを述べたが、実際の設計施工では、ジベル数の少ない時は鋼なジベルを用い、柔軟なジベルを使用する場合はジベルの数を相当多くしているので、一般には現設計法の完全結合と仮定した場合とほとんど大差がない、主桁応力の超過などの心配はないと思われるが、一応これらのこと念頭に入れながら設計することが望ましい。なお本研究では、実際に使用されている個々のジベルのズレ定数に関して、まだ適格な数値を得ていないので、この点に関してなお一層の研究が望まれるが、これらについては、実験なども行なつてみるつもりである。なお、本研究は北海道科学研究所補助金を受けているものである。

## 参 考 文 献

- 1) 福田武雄：差分法、昭和 23 年。
- 2) 安宅 勝：合成桁、昭和 32 年、オーム社。
- 3) 能町純雄・尾崎 謂：数個所で結合されている合成桁について、土木学会 15 回年次学術講演会、昭和 35 年 5 月。