

PC 桁のひびわれ安全計算について

正員 北海道大学工学部 教授 工博 横 道 英 雄

1. 現行のひびわれ安全計算法

現在行われている PC 桁のひびわれ安全率の計算方法としては弾性理論によつて次式を用いている。

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{\sigma_v + \bar{\sigma}_{ct}}{-\sigma_{d+1}} && \text{全荷重に対する安全率} \\ f_2 &= \frac{\sigma_v + d + \bar{\sigma}_{ct}}{-\sigma_l} && \text{活荷重に対する安全率} \end{aligned} \right\} (1)$$

ただし、 σ_v 、 σ_d 、 σ_l はそれぞれ有効プレストレス、死荷重、活荷重によつて生ずる断面の下縁コンクリート応力度（圧縮を正、引張を負とする）、 $\bar{\sigma}_{ct}$ はコンクリートの曲げ引張強度、すなわち、ひびわれ応力度（正とする）である。そして $\bar{\sigma}_{ct}$ は土木学会制定のプレストレストコンクリート設計および施工指針（以下 PC 指針と呼ぶ）に

よつて表-1 の値を用いている。

表-1 $\bar{\sigma}_{ct}$ の 値
(PC 指針 表-5)

σ_{28} (kg/cm ²)	300	400	500
$\bar{\sigma}_{ct}$ (kg/cm ²)	40	50	60

この表-1の値は、無筋コンクリートの曲げ強度の実験値を参考にして定められたものと思われるが、実際に PC 桁について曲げ試験を行つてひびわれ応力度を弾性理論で計算して見ると、その値は非常に区々であつて圧縮強度とひびわれ応力度との間に一定の関係を見出すことが困難である。

表-2 PC 桁のひびわれ応力度実験例 (1956)
(桁高 21.4 cm, ウェブ巾 10 cm, $A_P=3.8$ cm²)

No.	断 面 形	巾 cm	P C 鋼 の プレストレス σ_{Pv}	圧 縮 強 度 σ_{cB} (kg/cm ²)	ひびわれ応力度 σ_{ct} (kg/cm ²)		
					実 験 値 (1)	PC 指 針 (2)	比 (2) ÷ (1)
1	矩 形	10	6.0 t/cm ²	530	97	63	0.65
4		10	5.2	520	38	62	1.63
2	丁 形	20	5.7	539	87	64	0.74
5		20	4.93	512	32	61	1.80
3		30	5.7	474	41	57	1.39
6		30	4.93	451	68	55	0.81

すなわち、表-2に示すように弾性理論によつてひびわれ曲げモーメントの実験値からひびわれ応力度 $\bar{\sigma}_{ct}$ を計算した実験値に対する表-1の PC 指針値を用いてその桁に使用したコンクリートの圧縮強度に応じた $\bar{\sigma}_{ct}$ を算出した PC 指針値の比は断面の形状、プレストレスの大きさなどによつて区々に変化し 0.65~1.80 と大きくばらつており、PC 指針値を用いることはあるものでは安全側であり、他のものでは危険側にあることになる。この原因は、もともとひびわれ発生時のコンクリート断面内の引張応力の分布は直線分布でなく曲線状となつており、弾性理論を用いて計算すべきものでなく、塑性理論を用いなければならないものであるからである。す

なわち、 $\bar{\sigma}_{ct}$ は仮想のひびわれ応力度にすぎないのであつて、これを用いて (1) 式によりひびわれ安全率を計算することは、安全側にある場合もあり危険側にある場合もあつて、実際上あまり意味を有しないことになるのである。

2. 塑性理論によるひびわれ安全計算

多くの実験結果によると、JIS A 1113 の引張強さ係数試験方法によつて得られた引張強度は、コンクリートの単純引張強度 σ_{ct} に、ほとんど一致するものである。この試験においてコンクリートの引張歪みを測定して応力・歪み曲線を描くと図-1 の 0—1 のようなパラボラに

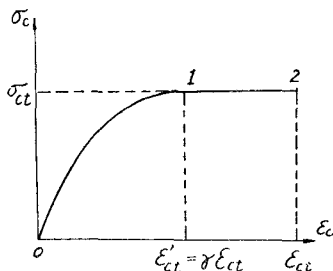


図-1

表-3 ϵ'_{ct} の 値

圧 縮 強 度 σ_{cB} (kg/cm ²)	200	300	400	500
単 純 引 張 歪 み ϵ'_{ct} (%)	0.0146	0.0159	0.0172	0.0185

近い曲線となり、その最大値、すなわち、破かい時の歪みは ϵ'_{ct} であつて、この大きさは圧縮強度 σ_{cB} との間に表-3 のような関係があることが実験の結果判明している。しかるに、RC 桁や PC 桁の曲げ試験において、コンクリートの引張歪みを測定して見ると、 ϵ'_{ct} に達してもひびわれは生じないでこれより大きい値の ϵ_{ct} に至つてはじめてひびわれが生ずる。すなわち、応力、歪み曲線は図-1の0—1—2となるものと想定することができる。 $r = \epsilon'_{ct} / \epsilon_{ct}$ の値を引張塑性係数と呼ぶが、この値は多くの実験結果によれば圧縮強度の大きさに関りなく、近似的に0.6にとつてよいものである。断面内の歪みの分布は平面保持の法則によつて直線であると考えても大差がないので、ひびわれ発生時におけるコンクリートの応力分布は図-2のように考えることができる。しかるに、プレストレスによつてあらかじめPC鋼には ϵ_{pv} 、同じ位置のコンクリートには ϵ_{cpv} なる歪みが与えられているから、ひびわれ発生時におけるPC鋼の歪みは

$$\epsilon_p = \epsilon_{pv} + \epsilon_{cpv} + \epsilon_{ct} = \varphi \epsilon_{ct} \quad (2)$$

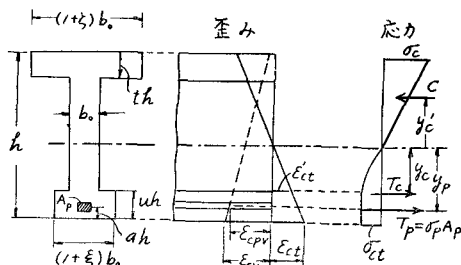


図-2

となり、PC鋼の応力、歪み曲線図-3によつてこの時の

PC鋼応力度 σ_p を求めることができる。コンクリートの引張抵抗力 T_c と PC 鋼の引張力 T_p との和はコンクリート全圧縮力 C に等しいのであるから、これより中立軸の位置 $x = kh$ を求めれば次式のようにになる。

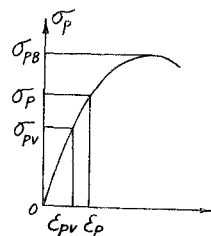


図-3

$$k = -\frac{B}{2A} + \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 + \left(\frac{C}{A}\right)}$$

ただし、

$$A = 0.5 - 0.8X$$

$$B = \zeta t^2 + (1.6 + \mu \zeta) X + \varphi np$$

$$C = 0.5 \zeta t^2 + (0.8 + \mu \zeta) X + (\varphi - a) np$$

および

$$X = \frac{\sigma_{ct}}{E_c \epsilon_{ct}}, \quad n = \frac{E_p}{E_c}, \quad p = \frac{A_p}{b_0 h}$$

したがつて、ひびわれ曲げモーメントは

$$M_{cr} = C y_c + T_c y_c + T_p y_p \quad (4)$$

によつて求められ、安全率は

表-4 塑性理論による PC 桁ひびわれ曲げモーメント計算例 (表-2 の実験例)

No.	断 面 形	圧 縮 強 度 σ_{cB} (kg/cm ²)	引 張 強 度 σ_{ct} (kg/cm ²)	引 張 歪 み ϵ_{ct} (%)	PC 鋼 の プレストレス σ_{pv} (t/cm ²)	ひびわれ曲げモーメント M_{cr} (tcm)		
						実 験 値	計 算 値	比
1	矩 形	530	41	0.0315	5.70	212	215	1.02
4		520	41	0.0313	5.40	167	193	1.16
2	丁 形	539	42	0.0317	5.70	219	249	1.19
5		512	40	0.0311	4.93	197	226	1.15
3		474	38	0.0303	5.70	257	278	1.08
6		451	37	0.0298	4.93	227	226	0.99

$$\left. \begin{array}{l} \text{全荷重に対し} \quad f_1 = \frac{M_{or}}{M_{d+l}} \\ \text{活荷重に対し} \quad f_2 = \frac{M_{or} - M_d}{M_l} \end{array} \right\} \quad (5)$$

を用いて計算すればよいことになる。

いま前述の表-2の実験例について(4)式によるひびわれ曲げモーメントを計算して実測値と比較して見ると、表-4のとおりであつて、僅少の差でよく一致していることがわかる。したがつて、もしひびわれ安全率の計算が必要な場合には(5)式によればよいことになる。

3. パーシャルプレストレッシングの PC 桁ひびわれ安全率

現在わが国では、一般にパーシャルプレストレッシング式はひびわれに対する安全率が低くて危険であるから重要構造物とくに橋ではフルプレストレッシングを用いるべきであるとされているのであるが、果して実際にそうであろうか。

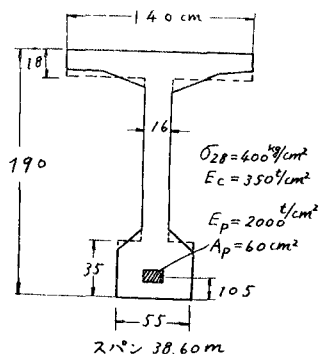


図-4 札内橋主桁断面

いま一つの計算例として札内橋について考えて見ると図-4の断面においてこれを破線のようなT形断面として、前項の方法により塑性理論を用いて計算すると、

$$k = 0.71, \quad C = 679 \text{ t}, \quad T_c = 79 \text{ t}, \quad T_P = 600 \text{ t}, \\ M_{or} = 1067 \text{ tm}$$

となる。しかるに、

$$\begin{array}{ll} \text{死荷重} & M_d = 438 \text{ tm} \\ \text{活荷重} & M_l = 228 \text{ tm} \\ \text{全荷重} & M_{d+l} = 666 \text{ tm} \end{array}$$

であるから(5)式による安全率は

$$\begin{array}{ll} \text{全荷重に対し} & f_1 = \frac{1067}{666} = 1.6 \\ \text{活荷重に対し} & f_2 = \frac{1067 - 438}{228} = 2.7 \end{array}$$

となる。

もし、従来の方法(1)によるとすれば、

$$\sigma_{28} = 400 \text{ したがつて}, \quad \bar{\sigma}_{ct} = 50, \quad \text{また}, \quad \sigma_v = 230.1, \\ \sigma_{d+l} = -226.4, \quad \sigma_{v+d} = 83, \quad \sigma_l = -79.3 \text{ kg/cm}^2$$

であるから

$$\begin{array}{ll} \text{全荷重に対し} & f_1 = \frac{230.1 + 50}{226.4} = 1.24 \\ \text{活荷重に対し} & f_2 = \frac{83 + 50}{79.3} = 1.68 \end{array}$$

となり、前の値に比して著しく小さい値となる。すなわち、従来の弾性理論による方法は過小の安全率を与えることになる。

次に同じ断面において活荷重が $M_l = 358 \text{ tm}$ になった場合を考えると、

$$\sigma_l = -104, \quad \sigma_{v+d+l} = -21 \text{ kg/cm}^2$$

となつて全荷重下において引張応力が生じ、パーシャルプレストレッシングの状態となるが、この場合(1)式によつては

$$\begin{array}{ll} \text{全荷重} & f_1 = \frac{230.1 + 50}{251} = 1.12 < 1.2 \\ \text{活荷重} & f_2 = \frac{83 + 50}{104} = 1.28 < 1.4 \end{array}$$

となり、いずれも設計条件の $f_1 \geq 1.2$, $f_2 \geq 1.4$ を満足しないことになる。

しかるに、この場合においても塑性理論によると

$$\begin{array}{ll} f_1 = \frac{1067}{438 + 358} = 1.34 > 1.2 \\ f_2 = \frac{1067 - 438}{358} = 1.75 > 1.4 \end{array}$$

てまだ十分に安全であることがわかる。

以上は一つの計算例であるが、一般にパーシャルプレストレッシングでも、引張応力度が許容応力度以内であればひびわれに対して必要な安全率を確保し得るものであるから、とくべつの場合を除いて安全率に対する検算を行う必要はないといつてもよいのである。ドイツの規定でも、コンクリートの引張応力度に対する検算を行うことは規定しているが、安全率の計算については何も述べておらないのは以上の理由によるものと思われる。そして、ドイツでは長スパンのPC桁に対してもパーシャルプレストレッシングを用いているのである。例えば最

表-5 ウォームス河 (ライン河)

l : 101.7, 114.2, 104.2 m

荷重状態	コンクリート応力度 (kg/cm ²)	
	上 縁	下 縁
$d+v$	54	79
$d+v+\phi$	16	90
$d+l+v+\phi$	-22	130

表-6 コブレンツ橋 (モーゼル河)

l: 101.5, 113.9, 122.9 m

荷 重 状 態	コンクリート応力度 (kg/cm ²)	
	上 縁	下 縁
d+v	38	99
d+v+φ	13	104
d+l+v+φ	-16	131

大スパン 114 m のウオームス橋、同じく 122.9 m を有するコブレンツ橋のコンクリート応力度はそれぞれ表-5 および 6 のとおりで、明らかにパーシャルプレストressing の設計となつている。

4. 結 論

以上までに述べたことにより次のように結論することができる。

- (1) 従来行われていたひびわれ安全計算方法、すなわ

ち PC 指針による表-1 の $\bar{\sigma}_{rt}$ を用いた (1) 式の安全率は実際の安全率と著しく相違する。

- (2) もし、ひびわれ安全率の算定を必要とする場合には塑性理論を用いた (4) 式によりひびわれ曲げモーメントを求めてから (5) 式により算定するのがよい。

- (3) しかし、一般には PC 桁ではパーシャルプレストressing でもひびわれ安全計算を行う必要がないほど安全である。

- (4) したがつて、従来のようにフルプレストressing にあまり固執しないで、もつとパーシャルプレストressing を利用すべきである。

なお、以上のうちの (4) に付言したいことは、パーシャルプレストressing は材料節約の上から好ましいことであること、また曲げによるひびわれ、すなわち、橋軸に直角方向のひびわれを心配するあまりにプレストレスを大きくすることは、かえつてクラウトの凍害と相まつて橋軸に平行方向のひびわれの発生原因となることである。