

鋼床板のデッキプレートの極限強さについて

正員 室蘭工業大学 教授 工博 能 町 純 雄

要 目

鋼床板を採用した橋梁の応力測定例を調べてみると、デッキプレートの応力が局部的に降伏応力を超えても、弾性的に挙動するということが知られている。これを説明するためここにデッキプレートの極限状態に一つの考察を与えて、この種構造物の設計の資に供しようとするものである。

1. はしがき

最近橋梁の死荷重の軽減法の一つとして鋼床板構造が採用されている。これらの例として Düsseldorf-Neuss 橋, Bürgermeister-Smidt 橋, Kurphalz 橋などドイツの各長大橋がある。また、最近にはユーゴスラビヤ国ヘルグラードの Save 橋が鋼床板を採用している。わが国でも近来、鋼床板橋がみられるようになつた。本年秋田県八郎潟に鋼床による昇降橋、八竜橋が架設された。これら鋼床板の応力解析については、種々研究が既に行われ実用化されている。すなわち、M. T. Huber の理論を根拠とする W. Cornelius の方法、Guyon-Massonet の方法、R. Mayer の計算などがあり、また、格子理論による Leonhart の方法、格子と平板理論を組合せた G. Fisher の方法があり、理論的には A. Pflüger および K. Trenks の補強された平面殻による理論などがある。これらの理論のいずれを用いるかは、鋼床板の縦リブ、横リブの密度あるいは境界の状態によつて定めるのである。

2. 鋼床板の応力測定

鋼床板の応力測定は各所で行われるようになつた。特に最近ユーゴスラビヤの Save 橋では、綿密な応力測定が行われた。また、わが国でも成岡教授のテストプレートの破壊実験以来、森の宮橋における実物橋梁による応力測定、本年 7 月函館ドック設計課によつて行われた秋田県八竜橋の応力測定などがあるが、これらの結果によれば、縦リブ、横リブなどの応力分布は、上記の各計算方法によつて求められた値と良く合う結果が示めされている。デッキプレートの縦横両リブで囲まれる矩形板としての局部応力は、Fisher の方法を除けば、上記の

方法から直接求めることができないが、この応力がしばしば最大応力となることも示めされている。ところが、構造の軽量化とデッキプレートの応力の増大とは密接な関係があるので、この応力について特に調べるために、著者らは図-1 のようなテストプレートを作成して応力測定を行つた。デッキプレートの厚さは 8 mm, 縦リブは $15.0 \times 10.0 \times 1.2 \text{ cm}^3$ のアングルである。

測定結果の一部を図示すれば次のようにある。図-2, 3 はデッキプレートの σ_x を示し、図-4 は σ_y を示している。荷重は $30 \times 30 \text{ cm}$ のフェルの上に 6 ton の錘を乗せたもので、測定器械は共和無線の抵抗線歪計を使用した。この場合は特にデッキプレートの σ_x について考えるため、他の測定値は割愛する。

さてテノキプレートに最大応力が生ずるよう、縦リブと横リブで区切られる矩形部分に載荷した場合のプレート応力の測定例は少ないのであるが、これを次に示すと表-1 のようである。

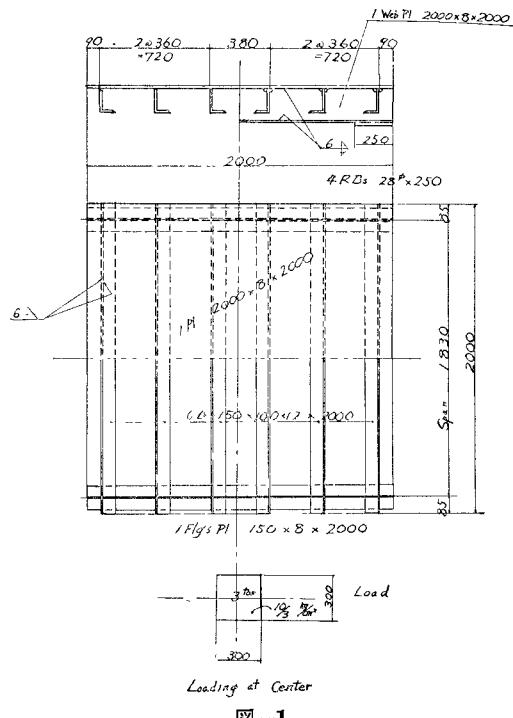


図-1

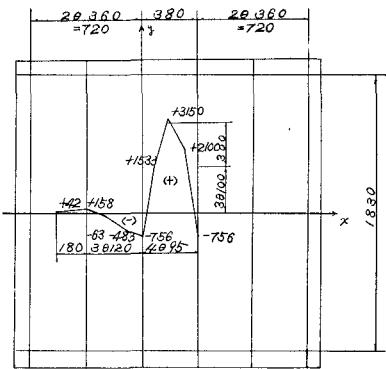


図-2 板応力 σ_x の値 x 方向変化 (kg/cm^2)

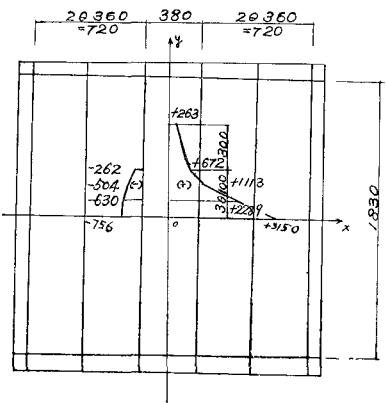


図-3 板応力 σ_x の値 y 方向変化 (kg/cm^2)

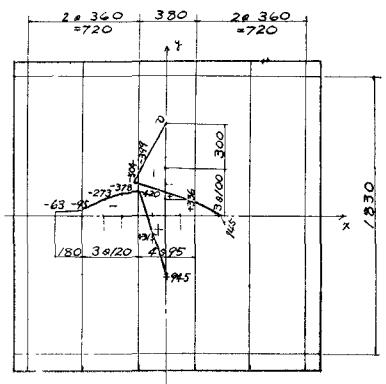


図-4 板応力 σ_y の値 (kg/cm^2)

以上の実験例ではいずれの場合でもこのデッキプレートの σ_x が最大応力となつてゐる。II, V の結果は明らかに降伏応力を超えているが、II の実験報告によれば、この応力のもとで変形は依然として弾性変形であつて、理由はともかくとして安全であるということを強調している。V 例はテストプレートによつて著者らが測定したものであるが、これも Save 橋の場合と同じく弾性変形

表-1 鋼床板プレート応力の測定例

	荷重強度 (t)	分布面積 (cm^2)	応力度 (kg/cm^2)	矩形面積 (cm^2)
I	4	30×20	1,200	30×165
II	18.7		3,492	156×1200
III	6	30×20	1,320	30×100
IV	3	40×25	950	36×183
V	6	30×30	3,150	38×183

I: Bürgermeister Schmidt 橋 II: Save 橋
III: 森の宮橋 IV: 八竜橋 V: 本実験

であつて、荷重を除いた時残留歪は認められなかつた。もし、鋼床板においてデッキプレートが完全な状態でありながら他の主要部分が破壊したとすれば、不経済な設計となるわけで、好ましい形はデッキプレートの破壊と主要部分の破壊とが等しいか、主要部分の破壊が遅れる位の設計であろう。

いわゆる、構造材料の降伏限界は単一のテストピースを単純に引張り圧縮したりして求められたものを基準にしているから、これと同じような応力状態にあるトラスとか単純桁に対しては、その降伏限界から求められた許容応力は妥当な安全率を有すると言うことができる。しかし、ある荷重に対する弾塑性的挙動が、単一のテストピースが単純引張を受ける場合と全く異なる鋼床板のデッキプレートのような構造物は、その荷重状態に対する降伏限界あるいは許容タフミを解析して、限界荷重強度を求め、それに対して安全率を適用し許容荷重度を定めるという極限設計のほうが妥当のように思われる。

3. デッキプレートの強さ

鋼床板が縦リブ間隔 a 、横リブ間隔 b で溶接されたデッキプレートから成つているとすれば、この縦リブ、横リブの応力は前述の方法で解析できる。デッキプレートの局部応力を求めるには、図-6(b)のように長径間 b の両端が単純支持され短径間 a の方に連続床板の状態と考える。この弾性的な解は平板理論で求まる。Fisher の方法が特に便利である。

この場合計算によれば $x=a/2, y=0$ に x 方向に最大曲げモーメントが生じ、また $x=0, a$ の $y=0$ に x 方向負の最大曲げモーメントが生ず

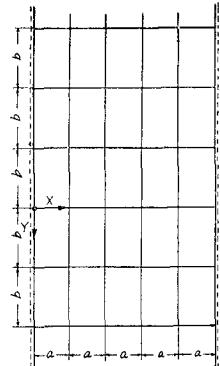


図-5

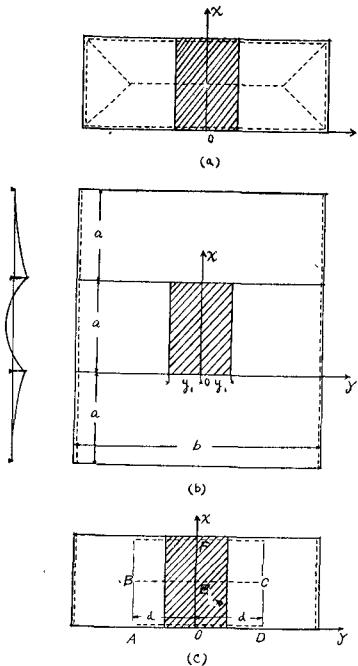


図-6

る。したがつて、荷重の増加につれて M_x の最大値が降伏曲げモーメント M_p となり、板の中心 E に x 方向の曲げに関する Plastic Hinge が発生する。そしてさらに、荷重の増加に伴なつて Plastic Hinge は $x=a/2$ の中心線に沿うて成長する。このことは C. Bach の平板破壊試験によつても明かである。これがある程度発達すれば O, F 点における負の M_x が M_p に達して Plastic Hinge が発生し、この両辺に沿うて成長して図-6 (c) の点線のような Plastic Hinge となる。この状態になれば Plastic Hinge AD, BC で囲まれた部分 $ABCD$ は、上載荷重によつて Saint Venant の振り現象を呈し、 E 点のタワミは徐々に増加する。そして Plastic Hinge が図-6 (a) の状態になるまでは荷重を取去れば直は復元するはずである。勿論残留応力は残るが、この残留応力はテッキプレートの強度を倍加する傾向を持つ。

(a) 第1の段階

$x=a/2, y=0$ における降伏前の M_x を M_E とすれば

$$M_E = \frac{qa^2}{12} \times f \quad (1)$$

ただし、 f は半板効果による係数で、 $2y_1/a, b/a$ によつて定まる。 $0 < f < 1$ の関係がある。 $2y_1$ は荷重の分布幅である。同様に O, F 点の M_x を M_F とすれば

$$M_F = \frac{qa^2}{24} f = \frac{M_E}{2} \quad (2)$$

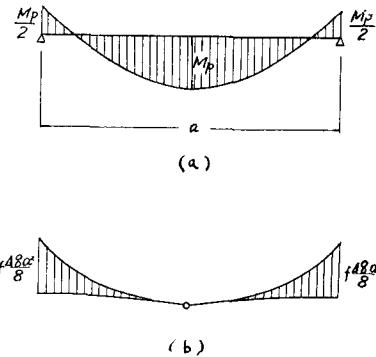


図-7 プレートの中央と両端の降伏

とかくことができる。荷重が増加すれば、 $M_E=M_p$ となつて E 点が降伏し Plastic Hinge が $x=a/2$ に沿うて進行し、それと同時に境界条件が変り図-7 (a) から図-7 (b) のようになる。さらに、荷重がこれより Δq だけ増加すれば

$$\Delta M_F = \frac{\Delta q a^2}{8} f$$

の曲げモーメントが O, F 点に付加され、逐に $\Delta M_F = M_p/2$ となつて O, F 点から次の Plastic Hinge が成長する。

(b) 第2の段階

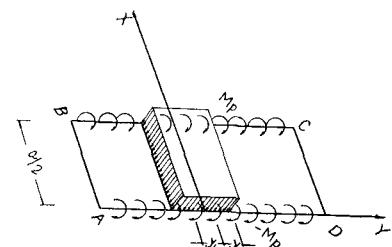


図-8

このように Plastic Hinge が進行すれば $ABCD$ 部分は AD 軸を回転軸として Saint Venant の振りをおこす。 AD 軸の回転角を θ とすれば、

$$GJ \frac{d^2\theta}{dt} = mt \quad (3)$$

上式中 GJ は $ABCD$ の振り剛性 ($= \frac{Eh^3a}{12(1+\nu)}$)、

$$mt = 2M_p - \frac{qa^2}{8}, \quad |y| < y_1,$$

$$mt = 2M_p, \quad y_1 < |y| < d,$$

ただし、 d は Plastic Hinge の長さである。 BC に沿うタワミを $\delta (= \theta a/2)$ とすれば、 δ は $y = \pm d$ から連続に増すから、 $y = \pm d$ で $\delta = 0, \frac{d\delta}{dy} = 0$ が成立しなければ

ならないから

$$\delta = \theta = 0, \quad (y = \pm d) \quad (4)$$

$$\frac{d\delta}{dy} = \frac{d\theta}{dy} = 0, \quad (y = \pm d) \quad (5)$$

方程式(3)を積分すれば

$$GJ\theta = -M_p d^2 \left\{ 1 - \left(\frac{y}{d} \right)^2 \right\} + \frac{qa^2}{8} y_1 \times \varphi(y) \quad (6)$$

上式中

$$\varphi(y) = d \left(1 - \frac{y_1}{d} \right) + \frac{y_1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{y}{y_1} \right)^2 \right\}, \quad |y| < y_1,$$

$$\varphi(y) = d \left(1 - \frac{y}{d} \right) \quad y_1 < |y| < d, \quad (7)$$

(6)式は境界条件(4)を既に満足しているから境界条件(5)より

$$\frac{d\theta}{dy} \Big|_{y=\pm d} = 2M_p d - \frac{qa^2}{8} y_1 = 0$$

$$\therefore qa^2 = 16M_p \frac{d}{y_1} \quad (8)$$

また(6)式から、 $y=0$ における δ_0 は

$$GJ\theta_0 = \frac{2\delta_0}{a} \frac{GJ}{d^2} = -M_p + \frac{qb^2}{8} \frac{y_1}{d} \left(1 - \frac{y_1}{2d} \right), \quad (9)$$

(7)と(8)から

$$\frac{2\delta_0}{a} \frac{GJ}{d^2} = M_p \left(1 - \frac{y_1}{d} \right), \quad (10)$$

上式は負となることはあり得ない。したがつて、

$M_p \left(1 - \frac{y_1}{d} \right) < 0$ のときのみ成立する。すなわち、 $d > y_1$ のときに初めて、Saint Venant の振りがあらわれる。

Plastic Hinge が荷重面全長に及ぶまでは振りによる付加タワミは生じないこととなる。いま、

$$\frac{y_1}{d} = n \quad (11)$$

$$\frac{2\delta_0}{a} \frac{GJ}{y_1^2} = k \quad (12)$$

とおけば(9)は

$$kn^2 + nM_p - M_p = 0, \\ \therefore n = \frac{-M_p \pm \sqrt{M_p^2 + 4kM_p}}{2k},$$

n は負となることができないから

$$n = \frac{\sqrt{M_p^2 + 4kM_p} - M_p}{2k}, \quad (13)$$

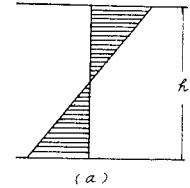
上式と(7)式から

$$qa^2 = 8M_p \left(1 + \sqrt{1 + 4k/M_p} \right), \quad (14)$$

上式から、荷重強度 q が求められる。 M_p は降伏曲げモーメントであり k は付加タワミ δ_0 が指定されれば与えられる量である。

(c) M_p について

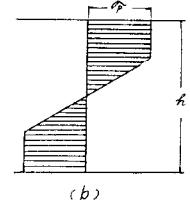
降伏曲げモーメント M_p は、次のように考えられる。全断面が弾性的であれば応力と歪はフックの法則に従うから図-9(a)である。



最大繊維応力が降伏点 σ_p をこえると歪が増加しても応力は増加しないから図の(b)となり、遂に全断面が降伏に達すれば図の(c)のようになるから、

$$M_p = \frac{\sigma_p h^2}{4}. \quad (14)$$

ただし、 σ_p は降伏応力である。



4. 許容タワミ荷重

k の値を再記すれば(11)から

$$k = \frac{2\delta_0}{y_1^2 a} GJ, \quad (15)$$

もし等方板であれば

$$k = \frac{\delta_0}{y_1^2} \frac{Eh^3}{6(1+\nu)}, \quad (16)$$

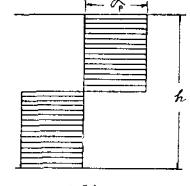


図-9 M_p の状態

したがつて、(13)式中

$$\frac{4k}{M_p} = \frac{8}{3} \frac{E\delta_0 h}{(1+\nu)y_1^2 \sigma_p}. \quad (17)$$

いま δ_0 を ah まで許容すれば

$$\frac{4k}{M_p} = \frac{8\alpha Eh^2}{3(1+\nu)y_1^2 \sigma_p} \quad (18)$$

したがつて、許容荷重強度は(13)と(17)式から

$$q = \frac{2\sigma_p h^2}{a^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8\alpha Eh^2}{3\sigma_p y_1^2 (1+\nu)}} \right) \quad (19)$$

によつて求められる。等方板でない例えば直交性異方板の場合は、 $GJ = \kappa \sqrt{N_x N_y}$ のように考え、 M_p を特別に計算して全く同じように q を求めることができる。この場合 κ はその板に特有な数で $0 < \kappa < 1$ であり、 N_x 、 N_y は x および y 方向の単位あたりの曲げ剛さである。

5. 数値計算例

いま、八竜橋のデッキプレートを例にとれば、

$$h = 0.8 \text{ cm}, \quad y_1 = 15 \text{ cm}, \quad E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ V = 0.3$$

であるから、今許容付加タワミを厚さの半分 $\alpha = 0.5$ とすれば、

$$\frac{4k}{M_p} = \frac{4}{3} \frac{(0.8)^2 2.1 \times 106}{(15)^2 3.9 \times \sigma_p}$$

$$\sigma_p = 2,400 \text{ kg/cm}^2 \text{ とおけば}$$

$$\frac{4k}{M_p} = 1.92$$

$$\therefore qa^2 = 8(1+\sqrt{2.92}) M_p \\ = 21.7 \times M_p$$

したがつて、 $\alpha=38\text{ cm}$ であるから

$$q = \frac{21.7 \times \sigma_p h^2}{4a^2} = 5.5 \text{ kg/cm}^2$$

また、 $\alpha=0.25$ とすれば

$$q = 5.1 \text{ kg/cm}^2$$

を得る。実際の最荷重は 3 kg/cm^2 である。

6. むすび

以上述べたように、鋼床板のテッキプレートは局部応力に対して特別な降伏状態を示し、それに対する限界荷重強度は大であるから、普通の弾性計算による許容応力を採用する設計は経済的でない。勿論逆戻応力の方からも厚さが規制されるが、これは縦リブ間隔が $40\sim30\text{ cm}$

の従来の形であれば 0.8 cm 厚のテッキプレートで $\sigma_c \geq 3,000 \text{ kg/cm}^2$ となり問題はないようである。この論文を草するにあたり、実験に際して函館ドック室蘭工場の設計課の方々に負うところが多かつた。記してもつて感謝の意を表する次第である。

参考文献

- W. Cornelius : Die Berechnung der ebenen Flächen-tragwerke mit Hilfe der Theorie der orthogonal-anisotropen Platte (Der Stahlbau Heft 2, 3 u. 4, 1952).
G. Fisher : Die Berechnung der Stahlfahrbahntafel der Bürgermeister-Schmidt-Brücke in Bremen (Der Stahlbau, Heft 11u. 12, 1952).
M. Radojkovic : Die neue Straßenbrücke über die Save in Belgrad (Der Stahlbau, Heft 2 u. 3, 1958).
橋善雄外3名：森の宮橋（鋼床板桁橋）の実験について；土学誌, 42-8.