

鋼床板のデッキプレートの極限強さについて

正員 室蘭工業大学 教授 工博 能 町 純 雄

要 旨

鋼床板を採用した橋梁の応力測定例を調べてみると、デッキプレートの応力が局部的に降伏応力を超えても、弾性的に挙動するということが知られている。これを説明するためここにデッキプレートの極限状態に一つの考察を与えて、この種構造物の設計の資に供しようとするものである。

1. は し が き

最近橋梁の死荷重の軽減法の一つとして鋼床板構造が採用されている。これらの例として Düsseldorf-Neuss 橋, Bürgermeister-Smidt 橋, Kurphalz 橋などドイツの各長大橋がある。また、最近にはユーゴスラビア国ヘルグラートの Save 橋が鋼床板を採用している。わが国でも近來、鋼床板橋がみられるようになった。本年秋田県八郎潟に鋼床による昇降橋、八竜橋が架設された。これら鋼床板の応力解析については、種々研究が既に行われ実用化されている。すなわち、M. T. Huber の理論を根拠とする W. Cornelius の方法、Guyon-Massonnet の方法、R. Mayer の計算などがあり、また、格子理論による Leonhart の方法、格子と平板理論を組合せた G. Fisher の方法があり、理論的には A. Pflüger および K. Trenks の補強された平面殻による理論などがある。これらの理論のいずれを用いるかは、鋼床板の縦リブ、横リブの密度あるいは境界の状態によつて定めるのである。

2. 鋼床板の応力測定

鋼床板の応力測定は各所で行われるようになった。特に最近ユーゴスラビアの Sive 橋では、綿密な応力測定が行われた。また、わが国でも成岡教授のテストプレートの破壊実験以来、森の宮橋における実物橋梁による応力測定、本年7月函館ドック設計課によつて行われた秋田県八竜橋の応力測定などがあるが、これらの結果によれば、縦リブ、横リブなどの応力分布は、上記の各計算方法によつて求められた値と良く合う結果が示めされている。デッキプレートの縦横両リブで囲まれる矩形板としての局部応力は、Fisher の方法を除けば、上記の

方法から直接求めることができないが、この応力がしばしば最大応力となることも示めされている。ところが、構造の軽量化とデッキプレートの応力の増大とは密接な関係があるので、この応力について特に調べるため、著者らは図-1のようなテストプレートを作成して応力測定を行った。デッキプレートの厚さは8mm、縦リブは $15.0 \times 10.0 \times 1.2 \text{ cm}^3$ のアンクルである。

測定結果の一部を図示すれば次のようである。図-2、3はデッキプレートの σ_x を示し、図-4は σ_y を示している。荷重は $30 \times 30 \text{ cm}$ のフェルの上に6 tonの錘を乗せたもので、測定器械は共和無線の抵抗線歪計を使用した。この場合は特にデッキプレートの σ_x について考えるため、他の測定値は割愛する。

さてデッキプレートに最大応力が生ずるように、縦リブと横リブで区切られる矩形部分に集中した場合のプレート応力の測定例は少ないのであるが、これを次に示すと表-1のようである。

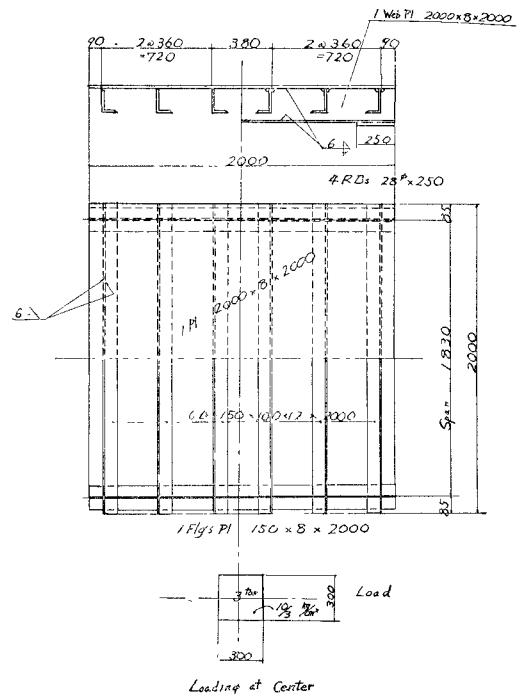


図-1

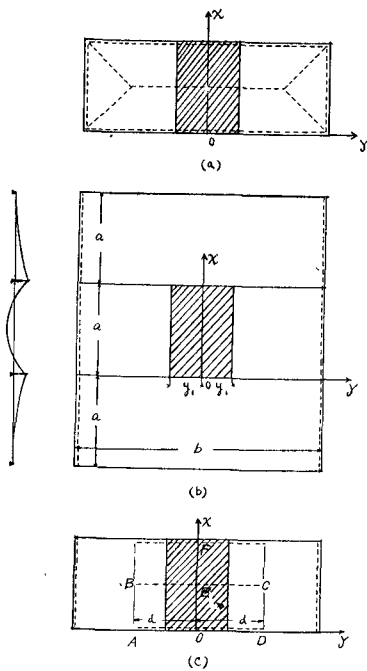


図-6

る。したがって、荷重の増加につれて M_x の最大値が降伏曲げモーメント M_p となり、板の中心 E に x 方向の曲げに関する Plastic Hinge が発生する。そしてさらに、荷重の増加に伴って Plastic Hinge は $x=a/2$ の中心線に沿って成長する。このことは C. Bach の平板破壊試験によつても明かである。これがある程度発達すれば O, F 点における負の M_x が M_p に達して Plastic Hinge が発生し、この両辺に沿って成長して図-6 (c) の点線のような Plastic Hinge となる。この状態になれば Plastic Hinge AD, BC で囲れた部分 $ABCD$ は、上載荷重によつて Saint Venant の振り現象を呈し、 E 点のタワミは徐々に増加する。そして Plastic Hinge が図-6 (a) のように完成した時、急激に崩壊することとなる。図-6 (a) の状態になるまでは荷重を取去ればはたは復元するはずである。勿論残留応力が残るが、この残留応力はテッキプレートの強度を倍加する傾向を持つ。

(a) 第1の段階

$x=a/2, y=0$ における降伏前の M_x を M_F とすれば

$$M_F = \frac{qa^2}{12} \times f \quad (1)$$

ただし、 f は平板効果による係数で、 $2y_1/a, b/a$ によつて定まる。 $0 < f < 1$ の関係がある。 $2y_1$ は荷重の分布幅である。同様に O, F 点の M_x を M_F とすれば

$$M_F = \frac{qa^2}{24} f = \frac{M_E}{2} \quad (2)$$

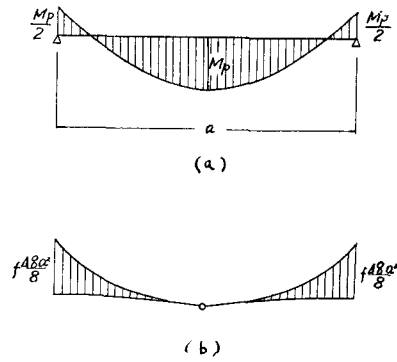


図-7 プレートの中央と両端の降伏

とすることが出来る。荷重が増加すれば、 $M_E = M_p$ となつて E 点が降伏し Plastic Hinge が $x=a/2$ に沿うて進行し、それと同時に境界条件が変り図-7 (a) から図-7 (b) のようになる。さらに、荷重がこれより Δq だけ増加すれば

$$\Delta M_F = \frac{\Delta qa^2}{8} f$$

の曲げモーメントが O, F 点に付加され、逐に $\Delta M_F = M_p/2$ となつて O, F 点から次の Plastic Hinge が成長する。

(b) 第2の段階

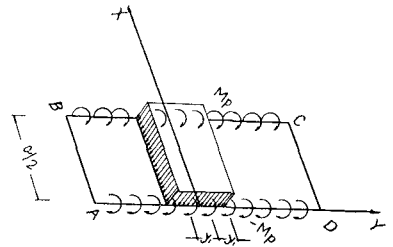


図-8

このように Plastic Hinge が進行すれば $ABCD$ 部分は AD 軸を回転軸として Saint Venant の振りをおこす。 AD 軸の回転角を θ とすれば、

$$GJ \frac{d^2\theta}{dt} = mt \quad (3)$$

上式中 GJ は $ABCD$ の振り剛性 $\left(= \frac{Eh^3a}{12(1+\nu)} \right)$,

$$m_t = 2M_p - \frac{qa^2}{8}, \quad |y| < y_1,$$

$$m_t = 2M_p, \quad y_1 < |y| < d,$$

ただし、 d は Plastic Hinge の長さである。 BC に沿うタワミを $\delta (= \theta a/2)$ とすれば、 δ は $y = \pm d$ から連続に増すから、 $y = \pm d$ で $\delta = 0, \frac{d\delta}{dy} = 0$ が成立しなければ

ならないから

$$\delta = \theta = 0, \quad (y = \pm d) \quad (4)$$

$$\frac{d\delta}{dy} = \frac{d\theta}{dy} = 0, \quad (y = \pm d) \quad (5)$$

方程式 (3) を積分すれば

$$GJ\theta = -M_p d^2 \left\{ 1 - \left(\frac{y}{d} \right)^2 \right\} + \frac{q a^2}{8} y_1 \times \varphi(y) \quad (6)$$

上式中

$$\varphi(y) = d \left(1 - \frac{y_1}{d} \right) + \frac{y_1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{y}{y_1} \right)^2 \right\}, \quad |y| < y_1,$$

$$\varphi(y) = d \left(1 - \frac{y}{d} \right) \quad y_1 < |y| < d,$$

(6) 式は境界条件 (4) を既に満足しているから境界条件 (5) より

$$\left. \frac{d\theta}{dy} \right|_{y=\pm d} = 2M_p d - \frac{q a^2}{8} y_1 = 0$$

$$\therefore q a^2 = 16 M_p \frac{d}{y_1} \quad (7)$$

また (6) 式から, $y=0$ における δ_0 は

$$GJ\delta_0 = \frac{2\delta_0}{a} \frac{GJ}{d^2} = -M_p + \frac{q b^2}{8} \frac{y_1}{d} \left(1 - \frac{y_1}{2d} \right), \quad (8)$$

(7) と (8) から

$$\frac{2\delta_0}{a} \frac{GJ}{d^2} = M_p \left(1 - \frac{y_1}{d} \right), \quad (9)$$

上式は負となることはあり得ない。したがって,

$M_p \left(1 - \frac{y_1}{d} \right) < 0$ のときのみ成立する。すなわち, $d > y_1$ のときに初めて, Saint Venant の振りがあらわれる。Plastic Hinge が荷重面全長に及ぶまでは振りによる付加タワミは生じないこととなる。いま,

$$\frac{y_1}{d} = n \quad (10)$$

$$\frac{2\delta_0}{a} \frac{GJ}{y_1^2} = k \quad (11)$$

とおけば (9) は

$$k n^2 + n M_p - M_p = 0,$$

$$\therefore n = \frac{-M_p \pm \sqrt{M_p^2 + 4k M_p}}{2k},$$

n は負となることができないから

$$n = \frac{\sqrt{M_p^2 + 4k M_p} - M_p}{2k}, \quad (12)$$

上式と (7) 式から

$$q a^2 = 8 M_p (1 + \sqrt{1 + 4k/M_p}), \quad (13)$$

上式から, 荷重強度 q が求められる。 M_p は降伏曲げモーメントであり k は付加タワミ δ_0 が指定されれば与えられる量である。

(c) M_p について

降伏曲げモーメント M_p は, 次のように考えられる。全断面が弾性的であれば応力と歪はフックの法則に従うから 図-9(a) である。最大繊維応力が降伏点 σ_p をこえると歪が増加しても応力は増加しないから図の (b) となり, 遂に全断面が降伏に達すれば図の (c) のようになるから,

$$M_p = \frac{\sigma_p h^2}{4}. \quad (14)$$

ただし, σ_p は降伏応力である。

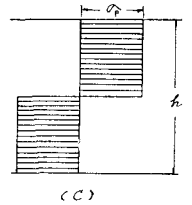
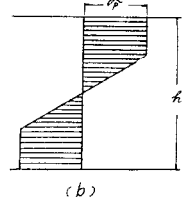
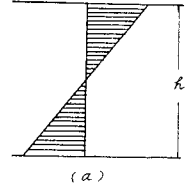


図-9 M_p の状態

4. 許容タワミ荷重

k の値を再記すれば (11) から

$$k = \frac{2\delta_0}{y_1^2 a} GJ, \quad (15)$$

もし等方板であれば

$$k = \frac{\delta_0}{y_1^2} \frac{Eh^3}{6(1+\nu)}, \quad (16)$$

したがって, (13) 式中

$$\frac{4k}{M_p} = \frac{8}{3} \frac{E\delta_0 h}{(1+\nu)y_1^2 \sigma_p}. \quad (17)$$

いま δ_0 を ah まで許容すれば

$$\frac{4k}{M_p} = \frac{8\alpha Eh^2}{3(1+\nu)y_1^2 \sigma_p} \quad (18)$$

したがって, 許容荷重強度は (13) と (17) 式から

$$q = \frac{2\sigma_p h^2}{a^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8\alpha Eh^2}{3\sigma_p y_1^2 (1+\nu)}} \right) \quad (19)$$

によつて求められる。等方板でない例えば直交性異方板の場合は, $GJ = \kappa \sqrt{N_x N_y}$ のように考え, M_p を特別に計算して全く同じように q を求めることができる。この場合 κ はその板に特有な数で $0 < \kappa < 1$ であり, N_x , N_y は x および y 方向の単位あたりの曲げ剛さである。

5. 数値計算例

いま, 八竜橋のデッキプレート为例にすれば,

$$h = 0.8 \text{ cm}, \quad y_1 = 15 \text{ cm}, \quad E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$V = 0.3$$

であるから, 今許容付加タワミを厚さの半分 $\alpha = 0.5$ とすれば,

$$\frac{4k}{M_p} = \frac{4}{3} \frac{(0.8)^2 2.1 \times 10^6}{(15)^2 3.9 \times \sigma_p}$$

$\sigma_p = 2,400 \text{ kg/cm}^2$ とおけば

$$\frac{4k}{M_p} = 1.92$$

$$\therefore qa^2 = 8(1 + \sqrt{2.92}) M_p \\ = 21.7 \times M_p$$

したがって、 $a = 38 \text{ cm}$ であるから

$$q = \frac{21.7 \times \sigma_p h^2}{4a^2} = 5.5 \text{ kg/cm}^2$$

また、 $\alpha = 0.25$ とすれば

$$q = 5.1 \text{ kg/cm}^2$$

を得る。実際の最荷重は 3 kg/cm^2 である。

6. む す び

以上述べたように、鋼床板のデッキプレートは局部応力に対して特別な降伏状態を示し、それに対する限界荷重強度は大であるから、普通の弾性計算による許容応力を採用する設計は経済的でない。勿論撓曲応力の方からも厚さが規制されるが、これは縦リブ間隔が $40 \sim 30 \text{ cm}$

の従来の形であれば 0.8 cm 厚のデッキプレートで $\sigma_{cr} \geq 3,000 \text{ kg/cm}^2$ となり問題はないようである。この論文を草するにあたり、実験に際して函館ドック室蘭工場の設計課の方々に負うところが多かった。記してもつて感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- W. Cornelius: Die Berechnung der ebenen Flächen-tragwerke mit Hilfe der Theorie der orthogonal-anisotropen Platte (Der Stahlbau Heft 2, 3 u. 4, 1952).
- G. Fisher: Die Berechnung der Stahlfahrbahntafel der Bürgermeister-Schmidt-Brücke in Bremen (Der Stahlbau, Heft 11 u. 12, 1952).
- M. Radojkovic: Die neue Strassenbrücke über die Save in Belgrad (Der Stahlbau, Heft 2 u. 3, 1958).
- 橘善雄 外 3 名: 森の宮橋 (鋼床板桁橋) の実験について; 土学誌, 42-3.