

鋼箱桁橋の新構想とその剪断流理論について

正員 北海道大学工学部 教授 工博 今 俊 三

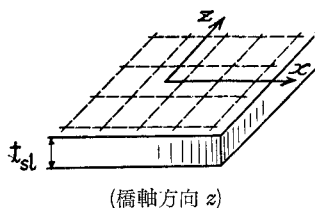
I. 第1構想 鋼床板-R. C. Slab 合成と
その剪断流理論

アスファルト舗装を上置きする鋼床板をもつ箱桁は橋重の軽量化と鋼材料強度の高度利用を獲得するという点ではもつともな形態であるが、舗装の夏期流動化と冬期脆性化およびそれに伴う鋼床板耐久性の劣化の危険を考えると、現在の公道橋管理の実態標準に照して永久橋梁として果して有利かどうか多大の疑問があると思われる。しかし、箱桁は曲げ剛性の外に従来忘れられてきた捩り剛性をも十分に発揮せしめ橋の経済性を向上させようとするその構造的思想に一段の進歩があり、特に連続性大径間橋梁の将来に対して最も期待すべき橋型であることは確信されることである。著者はこの橋床部の欠点を補う目的で、従来も2, 3試みられたように R. C. Slab を鋼床板に合成する箱桁を中心として理論上また設計上再検討すべきで、その気候上橋床部に強いハンデキャップをもつ本道において特に北海道型箱桁として研究を推進すべきであることを提唱したい。

この場合の理論的難関は、このような R. C. Slab を橋床部にもつ heterogeneous な鋼箱桁の剪断流の計算をいかに処理すべきかの問題である。著者の研究によれば、次に示すようにこの R. C. Slab を剪断流理論上これと等値の厚さ (equivalent thickness) をもつ鋼床板に換算して、これによつて homogeneous な鋼箱桁として剪断流理論を適用すべきものである。

まず、純粋捩りをうける場合について次項 (1), (2), (3) にわたつて述べることにする。

(1) 橋軸方向に沿つて直交配筋系をもつ R. C. Slab の場合²²⁾。



(橋軸方向 z)

図—1

R. C. Slab の鋼換算等値厚さ

$$\bar{t}_{sl}(Bd) = \frac{\phi_1}{n_s} t_{sl}$$

ただし

$$\phi_1 = \frac{1 + (n_s - 1)(\varphi_x + \varphi_z) + (n_s - 1)^2 \varphi_x \varphi_z}{1 + (n_s - 1) \frac{\varphi_x + \varphi_z}{2}}$$

(I. 1. 1)

ここで φ_x, φ_z : それぞれ x 方向および z 方向にそう
R. C. Slab の鉄筋率

 t_{sl} : R. C. Slab の厚さ

$$\text{剪断弾性係数比 } n_s = \frac{G_s}{G_c} = \frac{1 + \mu_c}{1 + \mu_s} n$$

(μ_c, μ_s : それぞれ concrete, 鋼のポアソン比)
 n : 弾性係数比

n_s の値を $\mu_c = 0.13$ (仮定) $\mu_s = 0.3$ として計算すれば表-1 のようになる。

表—1

B	600	450	370, 400	300	
n	4.8	5.2	5.7	6.2	10
n_s	4.18	4.53	4.96	5.40	8.7
$1/n_s$	0.240	0.221	0.202	0.185	0.115

すなわち、高強度コンクリートであるほど等値厚さ $\bar{t}_{sl}(Bd)$ は増大する。 $B=600$, $B=300$ では大約 30% 前者が大きい。

(I. 1. 1) 式の計算例

(i) $\varphi_x = \varphi_z = 5\%$

$$\phi_1 = \begin{cases} 1.385 (n = 10) \\ 1.198 (n = 5.7) \end{cases} \quad \therefore \bar{t}_{sl}(Bd) = \begin{cases} 0.159 \\ 0.242 \end{cases} t_{sl}$$

(ii) $\varphi_x = 1\%$, $\varphi_z = 3\%$, (或は $\varphi_x = 3\%$, $\varphi_z = 1\%$),

$$\phi_1 = \begin{cases} 1.148 (n = 10) \\ 1.080 (n = 5.7) \end{cases} \quad \therefore \bar{t}_{sl}(Bd) = \begin{cases} 0.132 \\ 0.218 \end{cases} t_{sl}$$

(2) 橋軸方向に沿う直交配筋系の外に、橋軸方向と 45° 交角をもつ斜方向の他の直交配筋系をもつ R. C. Slab の場合 (文献 22 の著者理論の拡張)。

R. C. Slab の鋼換算等値厚さ

$$\bar{t}_{sl}(Bd) = (\phi_1 + \phi_2) \frac{t_{sl}}{n_s} \quad (\text{I. 2. 1})$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_2 &= 2(1+\mu_c) \frac{1+(n-1)(\varphi_{xd}+\varphi_{zd})+(n-1)^2\varphi_{xd}\varphi_{zd}}{1+(n-1)\varphi_{xd}+\{1+2\mu_{xz}(d)\}\{1+(n-1)\varphi_{zd}\}} \\ \phi_1: & \text{(I. 1. 1) 式のもの} \\ \mu_{xz}(d) &= (1+\mu_c) \frac{1+(n-1)\varphi_{xd}}{1+(n-1)\frac{\varphi_{xd}+\varphi_{zd}}{2}} - \frac{1+(n-1)\frac{\varphi_{xd}+\varphi_{zd}}{2}}{1+(n-1)\varphi_{zd}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 2. 2})$$

ここで $\varphi_{xd}, \varphi_{zd}$: 斜方向直交配筋系のそれぞれ xd, zd 軸にそう鉄筋率

$\mu_{xz}(d)$: (xd, zd) 系において, xd 方向引張による zd 方向の縮み量に関するポアソン比

普通の場合は斜方向配筋系について $\varphi_{xd}=\varphi_{zd}=\varphi_d$ なる関係があるから, (I. 2. 2) 式は次のように簡単になる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_2 &= \frac{1+\mu_c}{1+\mu_{xz}(d)} \{1+(n-1)\varphi_d\}, \\ \mu_{xz}(d) &= \mu_{zx}(d) = (1+\mu_c) \frac{1+(n-1)\varphi_d}{1+(n-1)\varphi_d} - 1, \\ \phi_2 &= 1+(n-1)\varphi_d \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 2. 3})$$

したがって, 結局次のようになる。

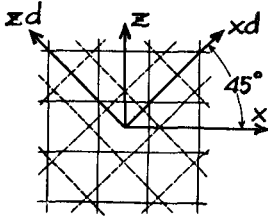


図-2

計算例

特殊場合 $\varphi_x = \varphi_y = \varphi_0$: $\phi_1 = 1+(n-1)\varphi_0$

$$\therefore \bar{t}_{sl}(Bd) = \left\{ 2+(n-1)(\varphi_0+\varphi_d) \right\} \frac{\bar{t}_{sl}}{n_s} \quad (\text{I. 2. 4})$$

B 400 級 Slab, $n=5.7$, $n_s=4.96$, $1/n_s=0.202$

したがって, いま $\varphi_0=2\%$, $\varphi_d=1\%$ するとき

$$\bar{t}_{sl}(Bd) = 0.427 \bar{t}_{sl},$$

普通強度のものでは $n=10$, $n_s=8.7$, $1/n_s=0.115$, 同じ鉄筋率の場合に対し

$$\therefore \bar{t}_{sl}(Bd) = 0.257 \bar{t}_{sl}$$

(3) 純粋捩りをうける heterogeneous な箱桁における剪断流理論

前記の新理論によつて heterogeneous な箱桁の純粋捩りに関する **Bredt-Batho** 法則は剪断流理論上これと等値な homogeneous な箱桁に関する法則で表わしうる。しかして, この剪断流理論の計算に **R. C. Slab** に関する前記鋼換算等値厚さ $\bar{t}_{sl}(Bd)$ を使うべきである。

Bredt-Batho の剪断流

$$T_B = \tau t = \frac{M_T}{2F} \quad (F: \text{箱桁の閉ぢ面積}) \quad (\text{I. 3. 1})$$

単位長さ当りの捩り角 $\theta = \frac{M_T}{GJ_T}$

heterogeneous な箱桁の捩り剛性 $\overline{GJ_T}$:

$$\left. \begin{aligned} \overline{GJ_T} &= \oint \frac{4F^2}{Gt} ds, \quad \oint \frac{ds}{Gt} = \frac{1}{G_s} \\ &\times \left[\int_1^2 \frac{ds}{t_0 + \bar{t}_{sl}(Bd)} + 2 \int_2^3 \frac{ds}{t_v} + \int_3^4 \frac{ds}{t_u} \right], \\ \therefore \overline{GJ_T} &= \int_1^2 \frac{4 G_s F^2}{t_0 + \bar{t}_{sl}(Bd)} + 2 \int_2^3 \frac{4 G_s F^2}{t_v} + \int_3^4 \frac{4 G_s F^2}{t_u} \\ &= G_{ss} \bar{J}_T, \\ \bar{t}_{sl}(Bd): & \text{(I. 1. 1), (I. 2. 1)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 3. 2})$$

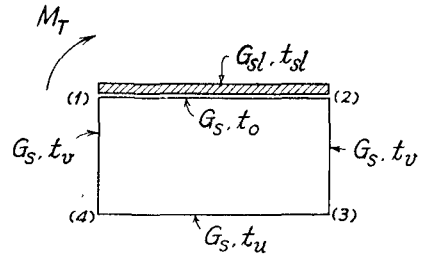


図-3

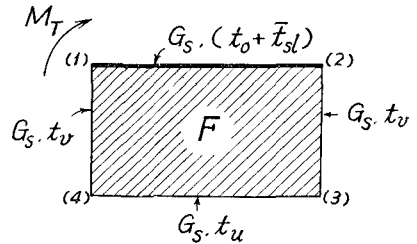


図-4

したがって, 鋼に換算された homogeneous な箱桁の等値捩り係数 $\bar{J}_T$:

$$\bar{J}_T = \int_1^2 \frac{ds}{t_0 + \bar{t}_{sl}(Bd)} + 2 \int_2^3 \frac{ds}{t_v} + \int_3^4 \frac{ds}{t_u} \quad (\text{I. 3. 3})$$

橋床部については $(t_0 + \bar{t}_{sl}(Bd))$ の中心線が閉ぢ面積 F を決定する。

図-4 のように橋床部の R. C. Slab のみはその全幅に

$$\bar{J}_x = \frac{4F^2}{\int_1^m \frac{ds}{t_0 + \bar{t}_{sl}(Bd)} + \int_m^n \frac{ds}{\bar{t}_{sl}(Bd)} + \int_n^2 \frac{ds}{t_0 + \bar{t}_{sl}(Bd)} + 2 \int_2^3 \frac{ds}{t_v} + \int_3^4 \frac{ds}{t_u}} \quad (\text{I. 3. 4})$$

なお、純粋捩りをうける heterogeneous な箱桁に誘発される warping moment (Wolbmoment) に起因する橋軸方向の垂直応力度 σ_z の計算には箱桁の上、下フランシ鋼断面を計上する必要があるが、このときの橋床部 R. C. Slab の鋼換算等値厚さは同様に前記 $\bar{t}_{sl}(Bd)$ を代入するものとする。

(4) 剪断曲げをうける heterogeneous な箱桁の剪断流理論とその R. C. Slab の鋼換算値厚さ

箱桁のような閉ぢ断面桁および開ぢ断面桁の剪断曲げに対する共通な Cousine の剪断流理論は周知の次式で示される (図-5)。

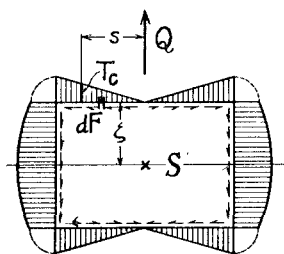


図-5

Cousine の剪断流

$$T_c = \frac{Q}{J} \int_0^s z dF = \frac{Q}{J} \int_0^s z t ds = \frac{Q}{J} S \quad (\text{I. 4. 1})$$

Q : 剪断力, J : 中立軸まわりの全断面 2 次モーメント, t : 板の厚さ, S : 中立軸まわりの剪断流 T_c の点までの断面 1 次モーメント。

この板厚 t は橋床部については、鋼床板の厚さ t_0 と R. C. Slab の鋼換算等値厚さ $\bar{t}_{sl}$ とを一般的に図-4 の意味において加え合せたものである。

しかし、この場合の等値厚さには Bredd-Batho 剪断流理論に対する $\bar{t}_{sl}(Bd)$ を採用すべきや否やの問題があるが、著者の研究によればやはりこの $\bar{t}_{sl}(Bd)$ を Cousine 剪断流理論に代入すべきものである。

II. 第2構想 Bottom flange plate をトラス構造とする合成箱桁とその剪断流理論

第1構想で述べた箱桁の Bottom plate は、橋床部の耐久性の減耗に伴って滴下する雨水を貯溜して腐蝕を早める結果、箱桁の bottom flange plate としての機能を早期低下せしめる心配が強い。この現象は橋床部決害の激しい北海道で特に戒心すべき因子である。著者はこ

通っているが鋼床板は $1-m$, $n-2$ の2局部にのみ存在するときは

れに対して第2構想として、

1. 橋床板は一般的に図-4の意味で R. C. Slab 合成とする。
2. bottom plate をトラス式 bottom lateral とする。
3. lower flange を両側腹板の下端に設ける。

ところの箱桁橋型を理論、設計の両面上検討を加えるべきことを提案したい。

この場合の理論的困難は、このような桁は純粋捩りに対して閉ぢ断面桁として作動するか開ぢ断面として作動するか点にある。前者とすれば Bredd-Batho 剪断流が流れるが、後者とすれば St. Venant 剪断流 T_{sv} (図-6) が流れることになる。トラス構造でも剪断部材たる腹

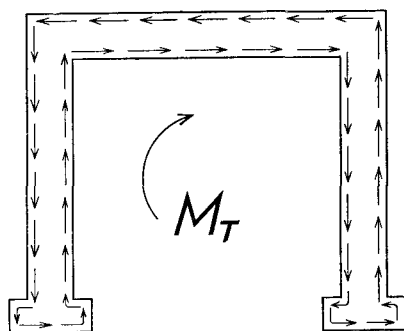


図-6

材が存在する限り、Bredd 剪断流も Cousine 剪断流も場合によっては St. Venant 剪断流もそれを通じて流れるはずで、トラス腹材は剪断流理論上これと等値な厚さをもつ鋼板で置き換えて考えることができれば、この第2構想の桁は閉ぢ断面桁として処理することが可能となり、その純粋捩りに対しては第1構想の Bredd 剪断流理論を、剪断曲げに対しては Cousine 剪断流理論を適用すればよいことになる。したがって、閉ぢ断面桁に特有な捩り剛性の大きい本来の箱桁として科学的に設計することができる。

幸いにも最近この問題の等値厚さに関して近似的ではあるが Fritz Wansleben の理論⁶⁾ が提示されたので、上記のことが可能となつた。すなわち bottom lateral に等値な厚さを $\bar{t}_L$ 、その剪断流による斜材応力を Dr とすれば (図-7-a),

$$\bar{t}_L = 2(1 + \mu_s) \frac{bcf}{d^3}, \quad Dr = T_{(B)} d \quad (\text{II. 1})$$

ただし、 f : bottom lateral の斜材の断面積, $T_{(B)}$:

Bredt あるいは Cousine 剪断流, μ_s : 鋼のポアソン比

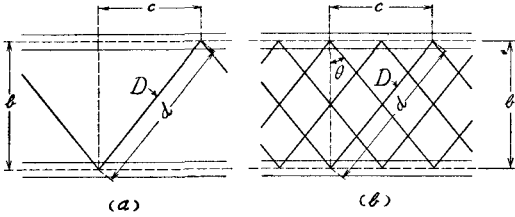


図-7

となり, (II. 1) の第 1 式が Wansleben 理論である。

しかして, 著者構想としては, 箱桁の bottom lateral として multiple web system を採用したい。この方が

剪断流理論上好ましいように思われる。いま, n 次の multiple web system を採用するものとすれば, Wansleben 理論は次のように拡充できる (図-7・b)。

$$\bar{t}_L = 2n(1+\mu_s) \frac{bcf}{d^3}, \quad Dr = T'_{(E)} d/n \quad (II. 2)$$

図-7・b は 4 次の multiple web system を例示するものである。

この構想では lateral system で置き換えられた lower flange は箱桁の腹板の下端に設けられ, この場合に第 1 構想および第 2 構想の箱桁を通じて一般的に捩りを伴う外力 R (垂直荷重 V , 水平荷重 H の合力) を受けたときの剪断流機構は 図-8 のように分析せられる。

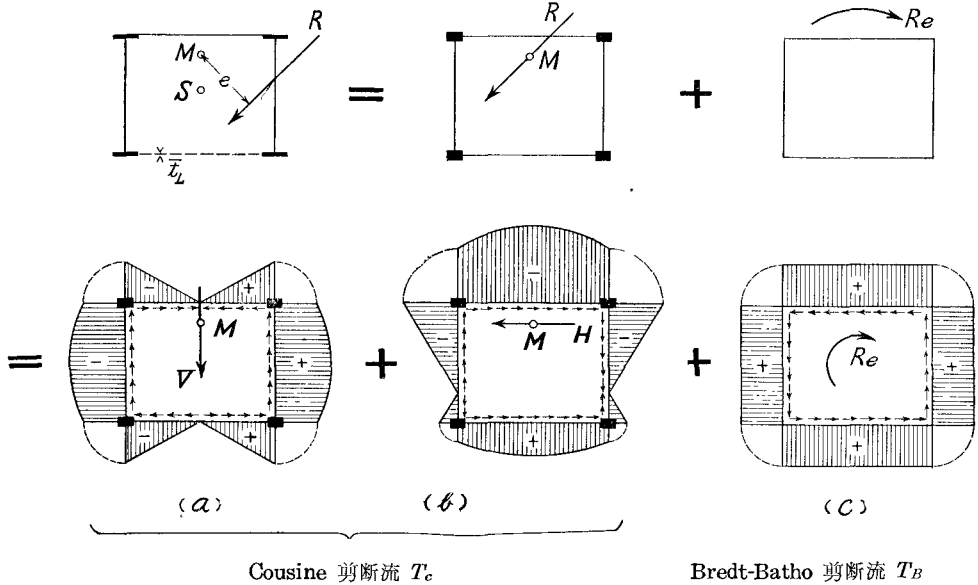


図-8 S: 重心 M: 剪断中心

箱桁の bottom lateral に上の 図-8 (a) に示すような Cousine 剪断流が流れることは, bottom lateral が箱桁の垂直方向の曲げに対して下弦応力の 1 部を負担して本来の lower flange に協力して垂直曲げにも抵抗するものなることを示すものである。いま lower flange, bottom lateral を含む下弦全断面にはたらく曲げによる弦材応力を C とすれば, n 次の multiple web system から成る bottom lateral の斜材応力 Dc は次式のように誘導される。

$$Dc = \frac{f_u C}{2f_u + n f_a \sin \theta} \quad (II. 3)$$

したがって, このときの lower flange 応力 Lc は

$$Lc = \frac{f_u C}{2f_u + n f_a \sin \theta} \quad (II. 4)$$

ただし, f_u, f_a : それぞれ lower flange (片側) および

bottom lateral diagonal (1 本当り) の絶断面積。

となる。しかして, この斜材にはこのようにして, Cousine 剪断流 (a) および (b) [図-8 参照] による応力 $Dr(Cs)_a$ および $Dr(Cs)_b$, Bredt-Batho 剪断流による応力 $Dr(Bd)$ 並びに箱桁の垂直曲げによる弦材の分担応力 Dc をうけ, 結局斜材に作用する全合応力 $D_{res.}$ は次のようになる。

$$D_{res.} = Dr(Cs)_a + Dr(Cs)_b + Dr(Bd) + Dc \quad (II. 5)$$

この中 $Dr(Cs)_a$ については bottom lateral 中央点を境界として剪断流は逆方向を指向するので, 高 n 次の multiple web system が適切である。

なお, 著者の横構の対象とする斜材結構 (Strebenfachwerk) は軸圧力によつて flange が側方にふくれ曲る傾向をもつので, 本来の対傾構ラーメンの外に所々に軽い横構垂直材を tie として挿入することが望ましい。

III. 第3構想 Vierendeel 系と multiple web
truss 系の重合した bottom lateral
をもつ合成箱桁 (省略)

参 考 文 献

(A) 振りに関するもの

1. Bredt, R.: Z. Vd I, 1896, S. 785, 813.
2. Föppl, A. und L.: Drang und Zwang, Bd. II.
3. Bornscheuer, F. W.: Stahlbau, 1952. S. 1, 32, 225; 1953, S. 32.
4. Weber, C.: ZAMM. 1924, S. 334; 1926, S. 85.
5. Bleich, F. und H.: Vorbericht I.V.B.H., 1936, S. 885.
6. Wansleben, F.: Die Theorie der Drehfestigkeit von Stahlbauteilen, 1948, S. 24.
7. Wansleben, F.: Bautechnik, 1950, S. 205—Stahlbau, 1952, S. 53.
8. Bleich, F.: Buckling Strength of Metal Structures, 1952, p. 104.
9. Kuhn, P.: Stresses in Aircraft and Shell Structures, 1956.
10. Lyse, I. and Johnston, B. G.: Trans. Am. Soc.

Civ. Eng., 1936, p. 857.

11. Chang, F. and Johnston, B. G.: Proc. Am. Soc. Civ. Eng. 1952, Seperate No. 125.
12. Heilig, R.: Stahlbau, 1952, H. 10; 1954, H. 2.
13. 小西, 小松, 大橋: 土木学会論文集, 第25号, 1955.
- (B) 直交異方性体弾性理論に関するもの
14. Huber, M. T.: Bauingenier, 1923, S. 354.
15. Huber, M. T.: Stephan Timoshenko 60th Anniversary Volume, 1938, p. 89.
16. Hörig, H.: Ing.-Arch., 1935, S. 9.
17. Green, A. E. and Taylor, G. I.: Proc. Roy. Soc. London, A Vol., 1939, p. 162/172, p. 173/192.
18. Wolf, K.: ZAMM., 1953, Heft 5.
19. Love: Mathematical theory of Elasticity, 1934, Chapt. VI.
20. Voigt, W.: Lehrbuch d. Krystalphysik, 1910.
21. 今 俊三: “三次元直交異方性体弾性の一般法則”, 文部省科学研究費 (未発表).
22. 今 俊三: “直交異方性体より成る不静定構造理論に関する研究”, 文部省科学研究費 (未発表).