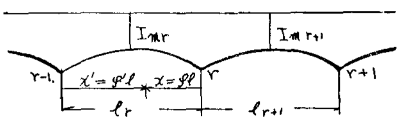
変断面連続桁の解法について

正員　北海道大学工学部　教授　工博　横道英雄
正員　北海道大学大学院工学研究科　黒崎　護

(1) 基礎式



図—1

一般に上図のような変断面連続桁の解法として，三連曲げモーメント式を用いるとすれば，横道著"鉄筋コンクリート橋" P. 112 の (9.7) 式により，支点沈下が存在しない場合，

$$\beta_\gamma l_\gamma' M_{\gamma-1}+2(\gamma_\gamma l'_\gamma+\alpha_{\gamma+1}l'_{\gamma+1})M_\gamma$$
$$+\beta_{\gamma+1}l'_{\gamma+1}M_{\gamma+1}$$
$$=-2l'_\gamma H_{\gamma,\gamma-1}-2l'_{\gamma+1}H_{\gamma,\gamma-1} \tag{1}$$

ここに

$$l_\gamma'=l_\gamma\frac{I_0}{I_{m\gamma}}\qquad l'_{\gamma+1}=l_{\gamma+1}\frac{I_6}{I_{m,\gamma+1}}$$

$$\alpha_{\gamma+1}=\left[\frac{3I_m}{l^3}\int_0^l\frac{x^2}{I}dx\right]_{\gamma+1}=\left[3\int_0^1\frac{I_m}{I}\varphi^2d\varphi\right]_{\gamma+1}$$

$$\gamma_{\gamma+1}=\left[\frac{3I_m}{l^3}\int_0^l\frac{(l-x)^2}{I}dx\right]_\gamma=\left[3\int_0^1\frac{I_m}{I}\right.$$
$$\left.\times(1-\varphi)^2d\varphi\right]_\gamma=\left[3\int_0^1\frac{I_m}{I}\varphi'^2d\varphi\right]_\gamma$$

$$\beta_\gamma=\left[\frac{6I_m}{l^3}\int_0^l\frac{x(l-x)}{I}dx\right]_\gamma=\left[6\int_0^1\frac{I_m}{I}\right.$$
$$\left.\times\varphi(1-\varphi)d\varphi\right]_\gamma=\left[6\int_0^1\frac{I_m}{I}\varphi\varphi'd\varphi\right]_\gamma$$

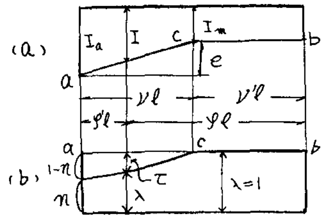
$$H_{\gamma,\gamma+1}=\left[\frac{3I_m}{l^2}\int_0^l\frac{\mathfrak{M}x}{I}dx\right]_{\gamma+1}$$
$$=\left[3\int_0^1\frac{I_m}{I}\mathfrak{M}\varphi d\varphi\right]_{\gamma+1}$$

$$H_{\gamma,\gamma-1}=\left[\frac{3I_m}{l^2}\int_0^l\frac{m(l-x)}{I}dx\right]_\gamma$$
$$=\left[3\int_0^1\frac{I_m}{I}\mathfrak{M}(1-\varphi)d\varphi\right]_\gamma \tag{2}$$

いま，断面2次モーメント I の変化は簡単のため断面桁高のみが影響するものと考え，桁高変化を直線変化と曲線変化する場合に分けて考えると，

(i) 断面が直線変化 (直線ハンチ非対称桁)

図-2から



図—2

$$\lambda_{\varphi'}=\frac{I_m}{I_{\varphi'}}=\frac{h^3}{\left\{h+\frac{e}{\nu}(\nu-\varphi')\right\}^3}=\frac{1}{\{1+c(\nu-\varphi')\}^3}$$

$$\text{ただし}\quad c=\frac{e}{\nu h} \tag{3}$$

$$\varphi'=0\qquad\lambda=n=\frac{1}{\left(1+\frac{e}{h}\right)^3}$$

$$\therefore\quad\frac{e}{h}=\frac{1}{\sqrt[3]{n}}-1 \tag{3$'$}$$

(3) 式を φ' の変化に基づいて計算すると図-2 (b) に見られる変化をする。これは φ' が $0\leqq\varphi'\leqq\nu l$ の区間において，ほとんど Parabola に近い変化をするものと見てよい。したがつて図-2 において Parabola の変化をすると見なし，

$$\tau=1-\lambda\qquad\therefore\quad\lambda=1-\tau$$

$$\tau=\frac{1-n}{\nu^2}(\nu^2-\varphi'^2) \tag{4}$$

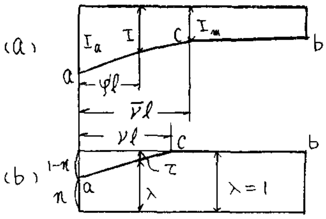
とすることができる。

(ii) 断面が曲線変化 (曲線ハンチ非対称桁)

この場合 $\lambda_{\varphi'}=I_c/I$ の変化は近似的に直線と見なし得る。ただし，実際のハンチ長 $\bar{\nu}$ の代りに ν を用いる。$\nu=i\bar{\nu}$ となるときの i の値はハンチの曲線の形状と n の値によつて異なりこれより表-1のようになる。

表—1 係　数　$i=\nu/\bar{\nu}$

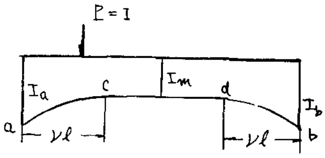
		$n=$							
		0.50	0.45	0.40	0.35	0.30	0.25	0.20	0.15
ハンチの曲線	2　次 パラボラ	0.80	0.83	0.86	0.88	0.90	0.91	0.92	0.94
	3次パラボラおよび楕円	0.64	0.65	0.66	0.68	0.70	0.73	0.76	0.80



図—3

これより図-3において次式が成立する。

$$\tau=\frac{1-n}{\nu}(\nu-\varphi') \tag{5}$$



図—4

また(2)式において $\lambda=I_m/I$, $\tau=1-\lambda$ とすれば，一般に図-4のような νl の部分の側面の高さが変化する。a～b スパンに対して(2)式は

$$\alpha=3\int_0^1 \lambda\varphi^2 d\varphi=3\int_0^1 (1-\tau)\varphi^2 d\varphi$$

$$=3\int_0^1 \varphi^2 d\varphi-3\int_0^1 \tau\varphi^2 d\varphi=1-3\int_0^1 \tau\varphi^2 d\varphi$$

$$\gamma=3\int_0^1 \lambda\varphi'^2 d\varphi=1-3\int_0^1 \tau\varphi'^2 d\varphi$$

$$\beta=6\int_0^1 \lambda\varphi\varphi' d\varphi=1-6\int_0^1 \tau\varphi\varphi' d\varphi$$

また，$H_{ab}=\phi l$, $H_{ba}=\phi' l$ としたとき

$$\phi=3\int_0^1 \lambda\mathfrak{M}\varphi d\varphi=3\int_0^1 (1-\tau)\mathfrak{M}\varphi d\varphi$$

$$=3\int_0^1 \mathfrak{M}\varphi d\varphi-3\int_0^1 \tau\mathfrak{M}\varphi d\varphi=\phi_\xi-\phi_\omega$$

ただし $\phi_\xi=\dfrac{1}{2}\xi(1-\xi^2)$ $\qquad \phi_\omega=3\displaystyle\int_0^1 \tau\mathfrak{M}\varphi d\varphi$

$$\phi'=3\int_0^1 \lambda\mathfrak{M}(1-\varphi)d\varphi=3\int_0^1 \mathfrak{M}(1-\varphi)d\varphi$$

$$-3\int_0^1 \tau\mathfrak{M}(1-\varphi)d\varphi$$

$$=\phi_{\xi'}-\phi_{\omega'}$$

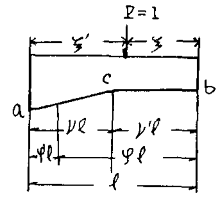
ただし $\phi_{\xi'}=\dfrac{1}{2}\xi'(1-\xi'^2)$

$$\phi_{\omega'}=3\int_0^1 \tau\mathfrak{M}(1-\varphi)d\varphi \tag{6}$$

となる。(6)式中の τ の変化については桁側面の直線および曲線変化によつて(4)(5)式をそれぞれ用い，これによつて ν についての一般式ができる。

(2) α, β, γ, ϕ_ω, ϕ_ω の計算

(i) 直線ハンチ非対称桁



図—5

図-5より

$$\alpha=1-3\int_0^1 \varphi^2\tau d\varphi$$

$$=1-3\int_0^\nu (1-\varphi'^2)\tau d\varphi'$$

$$=1-\frac{3(1-n)}{\nu^2}\int_0^\nu (1-2\varphi'+\varphi'^2)(\nu^2-\varphi'^2)d\varphi'$$

$$=1-(1-n)\nu(2-1.5\nu+0.4\nu^2)$$

$$\gamma=1-3\int_0^1 \varphi'^2\tau d\varphi'=1-\frac{3(1-n)}{\nu^2}\int_0^\nu (\nu^2\varphi'^2-\varphi'^4)d\varphi'$$

$$=1-0.4(1-n)\nu^3$$

$$\beta=1-6\int_0^1 \varphi\varphi'\tau d\varphi'$$

$$=1-\frac{6(1-n)}{\nu^2}\int_0^\nu (\nu^2-\varphi'^2)(\varphi'-\varphi'^2)d\varphi'$$

$$=1-(1-n)\nu^2(1.5-0.8\nu) \tag{7}$$

$$\phi_\omega=3\int_0^1 \tau\mathfrak{M}\varphi d\varphi$$

b～c 間

$$\phi_\omega=\frac{3(1-n)}{\nu^2}\int_0^1 (\nu^2-\varphi'^2)\xi\varphi'\varphi d\varphi$$

$$=\frac{3(1-n)}{\nu^2}\int_0^\nu (\nu^2-\varphi'^2)\varphi'(1-\varphi')d\varphi'$$

$$=\frac{1-n}{20}(15\nu^2-8\nu^3)\xi \tag{8a}$$

a～c 間

$$\phi_\omega=\frac{1-n}{20}(15\nu^2-8\nu^3)\xi-3\int_{\xi'}^\nu \tau(\varphi'-\xi')(1-\varphi')d\varphi'$$

$$=\frac{1-n}{20}(15\nu^2-8\nu^3)\xi$$

$$-\frac{3(1-n)}{\nu^2}\int_{\xi'}^\nu (\nu^2-\varphi'^2)(\varphi'-\xi')(1-\varphi')d\varphi'$$

$$=\frac{1-n}{20\nu^2}\Big\{(15\nu^4-8\nu^5)-\xi'(40\nu^3-15\nu^4)$$

$$+30\nu^2\xi'^2-5\xi'^4-10\nu\xi'^3+3\xi'^5\Big\}$$

$$=\frac{1-n}{20\nu^2}\Big\{40\nu^3-30\nu^4+8\nu^5$$

$$-\xi'(30\nu^2-5\xi'^2-10\nu^2\xi'+3\xi'^3)\Big\}\xi' \tag{8b}$$

結局

b～c 間

$$\phi_\omega = (1-n)(0.75-0.4\nu)\nu^2\xi$$

a～b 間

$$\phi_\omega = (1-n)\Big[(2-1.5\nu+0.4\nu^2)\nu - \xi'\Big\{1.5-0.25\left(\frac{\xi'}{\nu}\right)^2 - 0.5\xi' + 0.15\frac{\xi'^3}{\nu^2}\Big\}\Big]\xi' \tag{8}$$

$$\phi_{\omega'} = 3\int_0^1 \tau\mathfrak{M}(1-\varphi)\,d\varphi$$

b～c 間

$$\phi_{\omega'} = \frac{3(1-n)}{\nu^2}\int_0^\nu (\nu^2-\varphi'^2)\,\xi\varphi'\varphi'\,d\varphi'$$

$$= \frac{3\xi(1-n)}{\nu^2}\int_0^\nu (\nu^2\varphi'^2-\varphi'^4)\,d\varphi' = \frac{1-n}{5}\times 2\nu^3\xi \tag{9 a}$$

a～c 間

$$\phi_{\omega'} = \frac{2(1-n)}{5}\nu^3\xi - 3\int_0^\nu \tau(\varphi'-\xi')\varphi'\,d\varphi'$$

$$= \frac{2(1-n)}{5}\nu^3\xi$$

$$-\frac{3(1-n)}{\nu^2}\int_{\xi'}^\nu (\nu^2-\varphi'^2)(\varphi'-\xi')\varphi'\,d\varphi'$$

$$= \frac{1-n}{20}\Big\{8\nu^5\xi - 8\nu^5 + 20\nu^2\xi'^3 - 12\xi'^5$$

$$+30\nu^4\xi' - 15\nu^4\xi' - 30\nu^2\xi'^3 + 15\xi'_5\Big\}$$

$$= \frac{1-n}{20\nu^2}\Big\{-8\nu^5\xi' - 10\nu^2\xi'^3 + 3\xi'^5 + 15\nu^4\xi'\Big\} \tag{9 b}$$

結局

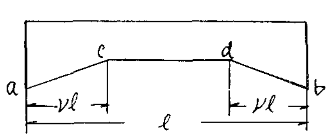
b～c 間

$$\phi_{\omega'} = 0.4(1-n)\nu^2\xi$$

a～b 間

$$\phi_{\omega'} = (1-n)\left(0.75\nu^2 - 0.4\nu^3 - 0.5\xi'^2 + 0.15\frac{\xi'^4}{\nu^2}\right)\xi' \tag{9}$$

(ii) 直線ハンチ対称桁



図—6

(2) (i) 諸式より

$$\alpha = \gamma = 1-(1-n)\nu(2-1.5\nu+0.8\nu^2)$$

$$\beta = 1-(1-n)(3-1.6\nu)\nu^2$$

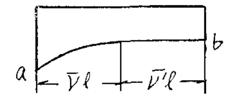
$$\phi = \phi_\xi - \phi_\omega - \bar{\phi}_\omega$$

$$\phi' = \phi_{\xi'} - \phi_{\omega'} - \bar{\phi}_\omega \tag{10}$$

$\bar{\phi}_\omega$, $\bar{\phi}_\omega$ はそれぞれ (3) (i) 諸式の $\phi_\omega\phi_{\omega'}$ の対称形の函数である。

(iii) 曲線ハンチ非対称桁

図-7 より



図—7

$$\alpha = 1-3\int_0^1 \varphi^2\tau\,d\varphi$$

$$= 1-3\int_0^1 (1-\varphi')^2\tau\,d\varphi'$$

$$= 1-\frac{3(1-n)}{\nu}\int_0^\nu (\nu-\varphi')(1-\varphi')^2\,d\varphi'$$

$$= 1-(1-n)\nu(1.5-\nu+0.25\nu^2)$$

$$\gamma = 1-3\int_0^1 \varphi'\tau\,d\varphi = 1-\frac{3(1-n)}{\nu}\int_0^\nu (\nu\varphi'^2-\varphi'^3)\,d\varphi'$$

$$= 1-0.25(1-n)\nu^3$$

$$\beta = 1-6\int_0^1 \varphi\varphi'\tau\,d\varphi = 1-\frac{6(1-n)}{\nu}$$

$$\times\int_0^\nu (\nu-\varphi')(\varphi'-\varphi'^2)\,d\varphi'$$

$$= 1-(1-n)(1-0.5\nu)\nu^2 \tag{11}$$

$$\phi_\omega = 3\int_0^1 \tau\mathfrak{M}\varphi\,d\varphi$$

b～c 間

$$\phi_\omega = \frac{3(1-n)}{\nu}\int_0^1 (\nu-\varphi')\,\xi\varphi'\varphi\,d\varphi$$

$$= \frac{3\xi(1-n)}{\nu}\int_0^\nu (\nu-\varphi')\varphi'(1-\varphi')\,d\varphi'$$

$$= \frac{1-n}{4}(2-\nu)\nu^2\xi \tag{12 a}$$

a～b 間

$$\phi_\omega = \frac{1-n}{4}(2-\nu)\nu^2\xi - 3\int_{\xi'}^\nu \tau(\varphi'-\xi')(1-\varphi')\,d\varphi'$$

$$= \frac{1-n}{4}(2-\nu)\nu^2\xi - \frac{3(1-n)}{\nu}$$

$$\times\int_{\xi'}^\nu (\nu-\varphi')(\varphi'-\varphi'^2-\xi'+\xi'\varphi')\,d\varphi'$$

$$= \frac{1-n}{4}\Big[\nu^2(6-4\nu+\nu^2)\xi' - (6\nu-2\xi'-2\nu\xi'+\xi'^2)\xi'^2\Big] \tag{12 b}$$

結局

c～b 間

$$\phi_\omega = (1-n)(0.5-0.25\nu)\nu^2\xi$$

a～c 間

$$\phi_\omega = (1-n)\Big[\nu(1.5-\nu+0.25\nu^2) - (1.5\nu-0.5\xi'-0.5\nu\xi'+0.25\xi'^2)\frac{\xi'}{\nu}\Big]\xi' \tag{12}$$

$$\phi_{\omega'} = 3\int_0^1 \tau\mathfrak{M}(1-\varphi)\,d\varphi$$

b～c 間

$$\phi_{\omega'} = \frac{3(1-n)}{\nu}\int_0^1 (\nu-\varphi')\,\xi\varphi'\varphi' d\varphi'$$

$$= \frac{3\xi(1-n)}{\nu}\int_0^{\nu} (\nu\varphi'^2-\varphi'^3)\, d\varphi'$$

$$= \frac{1-n}{4}\nu^3\xi \qquad (13)\,\mathrm{a}$$

a～b 間

$$\phi_{\omega'} = \frac{1-n}{4}\nu^3\xi - 3\int_{\xi'}^{\nu} \tau(\varphi'-\xi')\,\varphi' d\varphi'$$

$$= \frac{1-n}{4}\nu^3\xi - \frac{3(1-n)}{\nu}\int_{\xi'}^{\nu} (\nu-\varphi')(\varphi'-\xi')\,\varphi' d\varphi'$$

$$= \frac{1-n}{4}\left[\nu^3(2-\nu) - \xi'^2(2\nu-\xi')\right]\frac{\xi'}{\nu} \qquad (13)\,\mathrm{b}$$

結局

c～b 間

$$\phi_{\omega'} = 0.25(1-n)\,\nu^3\xi$$

a～b 間

$$\phi_{\omega'} = (1-n)\Big[(0.5-0.25\nu)\nu^3 - (0.5\nu-0.25\xi')\,\xi'^2\Big]\frac{\xi'}{\nu} \qquad (13)$$

(iv) 曲線ハンチ対称桁

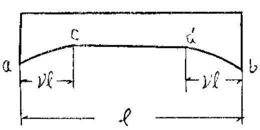


図-8

(2) (iii) 諸式より

$$\alpha = \gamma = 1-(1-n)(1+0.5\nu'^2)\,\nu$$

$$\beta = 1-(1-n)\,\nu^2(2-\nu)$$

$$\phi = \phi_{\xi} - \phi_{\omega} - \phi_{\omega'}$$

$$\phi' = \phi_{\xi'} - \phi_{\omega'} - \phi_{\omega} \qquad (14)$$

ただし，ϕ_ω，$\phi_{\omega'}$ はそれぞれ (2) (iii) の ϕ_ω，$\phi_{\omega'}$ の対称形の函数である。

(3) 等分荷重満載のときの荷重項

$$\Phi = 0.125 - \Phi_{\omega}$$

$$\Phi' = 0.125 - \Phi_{\omega'} \qquad (15)$$

(i) 直線ハンチ非対称桁

$$\Phi_{\omega} = \int_0^1 \phi_{\omega} d\xi$$

$$= (1-n)\int_0^{\nu'} (0.75-0.4\nu)\,\nu^2\xi d\xi + (1-n)$$

$$\times\int_0^{\nu}\Big[(2-1.5\nu+0.4\nu^3)\,\nu$$

$$-\xi'\Big(1.5-0.25\frac{\xi'^2}{\nu^2}-0.5\xi'+0.15\frac{\xi'^3}{\nu^2}\Big)\Big]\xi' d\xi'$$

$$= (1-n)\Big[(0.75-0.4\nu)\frac{\nu^2\nu'^2}{2} + (2-1.5\nu+0.4\nu^2)$$

$$\times\frac{\nu^3}{2} - \frac{1.5}{3}\nu^3 + \frac{0.25}{5}\nu^3 + \frac{0.4}{4}\nu^4 - \frac{0.15}{6}\nu^4\Big]$$

$$= (1-n)(0.375-0.40\nu+0.125\nu^2)\,\nu^2 \qquad (16)\,\mathrm{a}$$

$$\Phi_{\omega'} = \int_0^1 \phi_{\omega'} d\xi$$

$$= (1-n)\int_0^{\nu'} 0.4\nu^3\xi d\xi + (1-n)\int_0^{\nu}\Big((0.75\nu^2-0.4\nu^3$$

$$-0.5\xi'^2+0.15\frac{\xi'^4}{\nu^2}\Big)\xi' d\xi'$$

$$= (1-n)\Big(0.2\nu^3\nu'^2+0.375\nu^4$$

$$-0.2\nu^5-\frac{0.5}{4}\nu^4+\frac{0.15}{6}\nu^4\Big)$$

$$= (1-n)(0.2-0.125\nu)\,\nu^3 \qquad (17)\,\mathrm{a}$$

結局

$$\Phi = 0.125-(1-n)(0.375-0.40\nu+0.125\nu^2)\,\nu^2 \qquad (16)$$

$$\Phi' = 0.125-(1-n)(0.20-0.125\nu)\,\nu^3 \qquad (17)$$

(ii) 直線ハンチ対称桁

$$\Phi = \Phi' = 0.125-(\Phi_{\omega}+\Phi_{\omega'}) \qquad (18)$$

(iii) 曲線ハンチ非対称桁

$$\Phi_{\omega} = \int_0^1 \phi_{\omega} d\xi$$

$$= (1-n)\int_0^1 (0.5-0.25\nu)\,\nu^2\xi d\xi$$

$$+(1-n)\int_0^{\nu'}\Big[\nu(1.5-\nu+0.25\nu^2)$$

$$-(1.5\nu-0.5\xi'-0.5\nu\xi'+0.25\xi'^2)\frac{\xi'}{\nu}\Big]\xi' d\xi'$$

$$= (1-n)\Big[(0.5-0.25\nu)\frac{\nu^2\nu'^2}{2}+(1.5-\nu$$

$$+0.25\nu^2)\frac{\nu^3}{2}-1.5\frac{\nu^3}{3}+0.5\times\frac{\nu^3}{4}$$

$$+0.5\times\frac{\nu^4}{4}-0.25\times\frac{\nu^4}{5}\Big]$$

$$= (1-n)(0.25\nu'+0.075\nu^2)\,\nu^2 \qquad (19)\,\mathrm{a}$$

$$\Phi'_{\omega} = \int \phi_{\omega}\, d\xi$$

$$= (1-n)\int_0^{\nu} 0.25\times\nu^3\xi d\xi + (1-n)$$

$$\times\int_0^{\nu}\Big[(0.5-0.25\nu)\,\nu^3-(0.5\nu-0.25\xi')\,\xi'^2\Big]\frac{\xi'}{\nu}d\xi'$$

$$= (1-n)\Big[0.25\nu^3\times\frac{(1-\nu)^2}{2}+(0.5-0.25\nu)\frac{\nu^4}{4}$$

$$-0.5\times\frac{\nu^4}{4}+0.25\times\frac{\nu^4}{5}\Big]$$

$$= (1-n)(0.125-0.075\nu)\,\nu^3 \qquad (20)\,\mathrm{a}$$

結局

$$\Phi = 0.125-(1-n)(0.25\nu'+0,075\nu^2)\,\nu^2 \qquad (19)$$

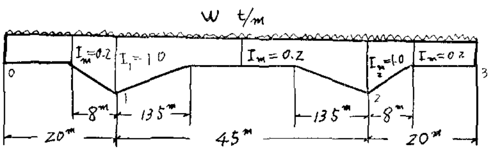
$$\Phi' = 0.125-(1-n)(0.125-0.075)\nu^3 \tag{20}$$

(iv) 曲線ハンチ対称桁

$$\Phi = \Phi' = 0.125-(\Phi_\omega+\Phi_{\omega'}) \tag{21}$$

(4) 計 算 例

図-9 のような直線ハンチ連続桁における支点曲げモーメント M_1, M_2 を求む。



図—9

3連モーメント式 (1) を図-9 に適用すれば,

$$\left.\begin{aligned} 2(\gamma_1 l_1'+\alpha_2 l_2')M_1+\beta_2 l_2' M_2 &= -2l_1' H_{10}-l_2' H_{12} \\ \beta_2 l_2' M_1+2(\gamma_2 l_2'+\alpha_3 l_3')M_2 &= -2l_2' H_{21}-2l_3' H_{23} \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

これからモーメント M_1, M_2 を解くと

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= -A(l_1' H_{10}+l_2' H_{12}')+B(l_2' H_{21}'+l_3' H_{23}') \\ M_2 &= -A'(l_3' H_{23}'+l_2' H_{21}')+B(l_2' H_{12}'+l_1' H_{10}') \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{4}{D}(\gamma_2 l_2'+\alpha_3 l_3') \\ A' &= \frac{4}{D}(\gamma_1 l_1'+\alpha_2 l_2') \\ B &= \frac{2\beta^2 l_2'}{D} \\ D &= 4(\gamma_1 l_1'+\alpha_2 l_2')(\gamma_2 l_2'+\alpha_3 l_3')-(\beta_2 l_2')^2 \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

上図から

$$n = \frac{0.2}{1.0} = 0.2 \qquad \nu = \frac{8}{20} = \frac{18}{45} = 0.4$$

$$l_1' = l_3' = l_1 \qquad l_2' = l_2\frac{I_{m_1}}{I_{m_2}} = l_2\times\frac{0.2}{0.2} = l_2$$

スパンの形が対称性であるから,

第一スパンおよび第三スパンでは,

$$\begin{aligned} \gamma_1 = \alpha_3 &= 1-(1-n)\times 0.4\nu^3 \\ &= 1-(1-0.2)\times 0.4\times 0.4^3 = 0.980 \end{aligned}$$

第二スパンでは

$$\begin{aligned} \alpha_2 = \gamma_2 &= 1-(1-n)\nu(2-1.5\nu+0.8\nu^2) \\ &= 1-(1-0.2)\times 0.4 \\ &\quad \times(2-1.5\times 0.4+0.8\times 0.4^2) = 0.511 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_2 &= 1-(1-n)(3-1.6\nu)\nu^2 \\ &= 1-(1-0.2)(3-1.6\times 0.4)\times 0.4^2 = 0.698 \end{aligned}$$

荷重項は基礎式より

第一スパンおよび第三スパンでは,

$$H_{10} = H_{23} = \Phi\omega l^2, \qquad \Phi = 0.125-\Phi_\omega$$

$$\begin{aligned} \Phi_\omega &= (1-n)(0.375-0.40\nu+0.125\nu^2)\nu^2 \\ &= (1-0.2)(0.375-0.40\times 0.4 \\ &\qquad +0.125\times 0.4^2)\times 0.4^2 = 0.030 \end{aligned}$$

$$\therefore\ \Phi = 0.125-0.03 = 0.0950$$

第二スパンでは

$$\Phi = 0.125-(\Phi_\omega+\Phi_{\omega'})$$

また, 第一および第三スパンは n, ν の値が等しいのであるから, $\Phi_\omega=0.03$ であり, また, $\Phi_{\omega'}$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Phi_{\omega'} &= (1-n)(0.2-0.125\nu)\nu^3 \\ &= (1-0.2)(0.2-0.125\times 0.4)\times 0.4^3 = 0.008 \end{aligned}$$

$$\therefore\ \Phi = 0.125-(0.030+0.008) = 0.087$$

これらの求めたそれぞれの値を (24) 式に代入すると,

$$\begin{aligned} D &= 4(\gamma_1 l_1'+\alpha_2 l_2')(\gamma_2 l_2'+\alpha_3 l_3')-(\beta_2 l_2')^2 \\ &= 4(\gamma_1 l_1+\alpha_2 l_2)^2-(\beta_2 l_2)^2 \\ &= 4(0.980\times 20+0.511\times 45)^2-(0.698\times 45)^2 \\ &= 7224.8-986.0 = 6238.8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 4(\gamma_1 l_2'+d_3 l_3')\frac{1}{D} \\ &= 4(0.511\times 45+0.980\times 20)\times\frac{1}{6238.8} \\ &= \frac{170}{6238.8} = 0.0272 \end{aligned}$$

$$A' = 4(\gamma_1 l_1'+d_2 l_2')\frac{1}{D} = A = 0.0272$$

$$\begin{aligned} B &= 2\beta_2 l_2'\cdot\frac{1}{D} = 2\times 0.698\times 45 \\ &\quad \times\frac{1}{6238.8} = \frac{62.8}{6238.8} = 0.010 \end{aligned}$$

ここで得られた A, A', B の値をそれぞれ (23) 式に代入すると

$$\begin{aligned} M_1 &= -A_1(l_1\times\Phi_1\times\omega l_1^2+l_2\times\Phi_2\times\omega l_2^2) \\ &\quad +B(l_2\times\Phi_2\times l_2^2+l_1\times\Phi_1\times\omega l_1^2) \\ &= (-0.027+0.010)\omega(0.0950\times 20^3+0.087\times 45^2) \\ &= -0.0172\times 8004\omega = -138\,\omega_{tm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= -A'(l_2\times\Phi_2\times\omega l_2^2+l_2\times\Phi_2\times\omega l_2^2) \\ &\quad +B(l_2\times\Phi_2\times l_2^2+l_1\times\Phi_1\times\omega l_1^2) \\ &= M_1 = -138\,\omega_{tm} \end{aligned}$$