

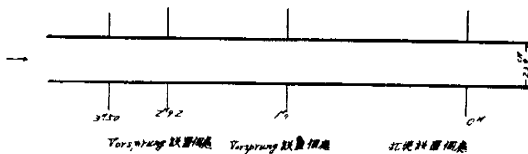
幅の狭い矩形開水路常流の拡幅部に おける水理現象

正員 開発局土木試験所 小田代 弘

開発局土木試験所 広田 郁男

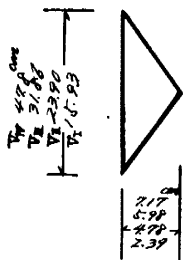
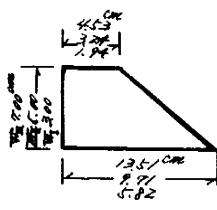
1. 緒 言

水理模型実験を行う場合に、水深の不足などの事情によつて模型の縦と横の縮尺を変えて、すなわち、歪ませて実験を行う場合がある。このような場合に水の流れ方が、模型を歪ませない場合と異なってくるであろうことが当然考えられる。この観点から、水路幅に比べて水深の大きな矩形断面、すなわち、広矩形とみなすことができない水路において、その断面を拡大した場合に水流の攪乱される範囲、水面形の追跡ならびに損失係数について、室内実験に基づいて述べることにする。



図—1 実験水路平面図

実験水路は、図—1に示すように長さ7.0m、幅23.9cmの木製鉋削水路で、その中間3.5mを有効水路として使用し、水路中に図—2に示すような三角状のVorsprungを左右対称に2箇所を設置した。これは設置箇所による誤差を除去する考えからである。下流は図—3に示すような潜堰を設置し、更に蝶番板を併用した。水路勾配は

Vorsprung
図—2W
図—3

$S_1=1/368$, $S_2=1/509$ の2種類、流量は $S_1=1/368$ に対して 1.34 l/sec, 3.50 l/sec, 6.00 l/sec, $S_2=1/509$ に対しては 1.15 l/sec, 3.00 l/sec, 5.15 l/sec の合計6種類で、このときのそれぞれの水深はほぼ 5 cm, 10 cm, 15 cm である。Vorsprung の拡大角度は I 型 $16^\circ 43'$, II 型 $21^\circ 56'$, III 型 $20^\circ 35'$, IV 型 $16^\circ 42'$ である。

2. 水流剝離角度

粘性流体の拡がる流れは、流れの方向に圧力が上昇するが、これが強くなると流れの剝離が起ることは周知の事実であり、層流の場合には流れの方向のごく僅かな圧力上昇で流れが剝離するとされ、Jacobs & Doenhoff⁽¹⁾ は、層流は剝離点における物体表面の切線方向に対し、 15° の角度で乱れが拡がるとしているので、一応 Vorsprung の拡大角度を 15° より大きくした。さらに上流側は、速度分布を平均化させるために、下流側と同じ角度で縮少した。

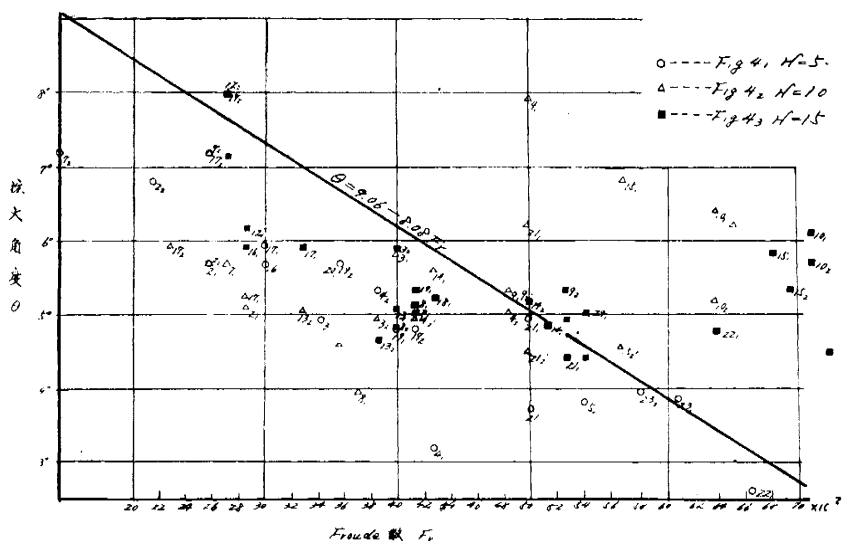
剝離を生じている範囲の判定は、流水表面上流より鉛屑を散布して逆流点を見出し、この点を剝離の復帰点とした。このような復帰点の判定法は非常に困難であるが、水面の不安定性に影響されることなく、常時逆流を開始する点をもつて判定した。しかし水流が剝離して乱れ始める点については、この方法では判別できなかった。Vorsprung の先端を剝離始点とした。

剝離面は Vorsprung の先端と復帰点を直線で結ぶことができるようなので、この面と水路軸とのなす角度を拡大角度 θ と定義して、Froude 数 F_r との関係は図—4、図—5のようになるので、実験の範囲では一次函数とみなすことができると考えて最少自乗法によつて求める

$$\theta_1 = 9.06 - 8.08 F_r \quad S_1 = 1/368 \text{ に対して} \quad \cdots \cdots (1)$$

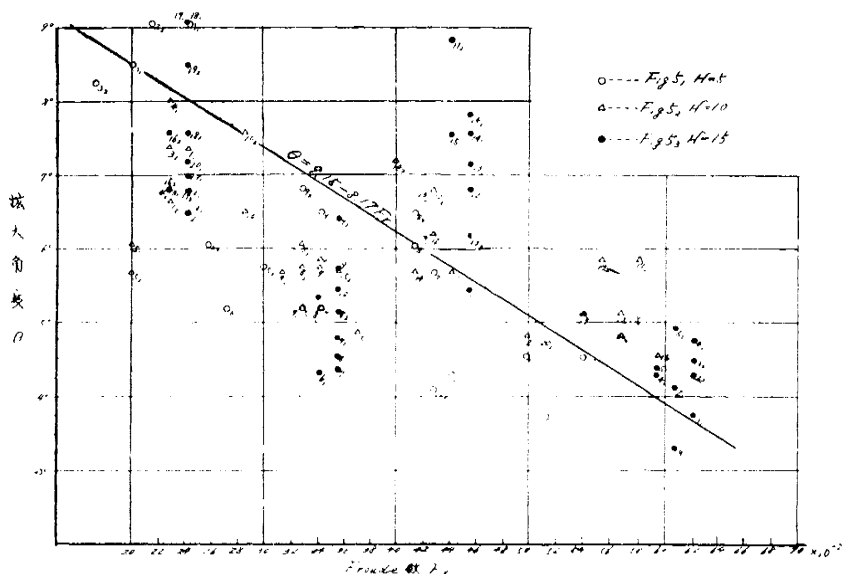
$$\theta_2 = 9.15 - 8.17 F_r \quad S_2 = 1/509 \text{ に対して} \quad \cdots \cdots (2)$$

なお水路幅を長さの項にとれば、Reynolds 数は $1.339 \times 10^4 \sim 2.109 \times 10^4$ である。本実験では二次元流とみなすこ



図—4 Froude 数 Fr —拡大角度 θ 関係図

勾配 $S_1 = 1/363$



図—5 Froude 数 Fr —拡大角度 θ 関係図

勾配 $S_2 = 1/509$

とができないので、Froude 数の長さの項は径深をとった。この Froude 数は Vorsprung の尖端の断面におけるものである。

(1)式と(2)式はほとんど差異がないので勾配の影響については判定することができない。杉本修一、稲田裕両氏¹⁾は Jacobs & Doenhoff の与えた乱れ拡散角度 φ は、Reynolds 数 3000~4000 (長さの項は流水方向にとる) を妥当として、水路側壁の拡大角度 $\beta \approx 11^\circ$ としている。また松下玄氏²⁾は拡大部入口の Froude 数 0.2~0.45 に対して水路側壁の拡大角度 $\theta = 14.5 \sim 9.5^\circ$ を与えている。(水流剝離のおきる側壁の限界角度について)

円管においては³⁾ 折り角 2θ が $8 \sim 10^\circ$ を超過すると剝離がおきるとされている。更に二平面間の層流では剝離のおきる限界角 $\theta \approx 1.2^\circ$ で、層流では僅かな圧力上昇で剝離を起すとされている。

本実験は限界角度決定の実験方法と異なっているため、直ちに同断に論ずることはできないと思うが、本実験のような水路においては一般的な開水路と異なり、管路に近似した折り角度をもっているということができよう。以上のことから模型実験において歪をもたせた場合は、圧力の上昇あるいは水路の折りによる水流の剝離が往々実物よりも誇張されてくることがわかる。

3. 水面曲線の追跡

開水路が管水路と異なるのは自由水面をもつということであり、この自由水面の不安定が垂直流速分布曲線に影響をもつことは、既に指摘されているところである。水面曲線を測定するときに最も困難を感じるのは、この水面の不安定である。本実験においては、ポイントゲージにネオン管を取付けて、水面の山の最高と谷の最低を測定して平均値をとり、水路底との差から水深を直接測定した。横断方向には1 cm 間隔に測定したが、Vorsprungの上流側では水深はほとんど差がないことが確かめられた。下流側は側壁近傍が中央部より水面が隆起していた。この測定値を平均したものを、その横断箇所的水深として求めた水面曲線の実験結果の一部を図-6に示す。

開水路定流に関する運動の基本方程式は

$$-i + \frac{dh}{dx} + \alpha' \frac{Q^2}{2g} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{A^2} \right) + \frac{Q^2}{C^2 R A^2} = 0 \quad \dots\dots(3)$$

i = 一定の水路底勾配 A = 断面積

Q = 流量 g = 重力加速度

α' = 補正係数 R = 径深 C = 平均流速係数

上式において第3項は運動エネルギーの勾配、第4項は摩擦抵抗エネルギーを示す。今矩形断面において水路幅を b とし、前項で水流側面を直線とみなしたので、流水の有効幅が直線変化するものとすれば、 $b = b_0 + kx$ ($k = \frac{db}{dx}$ で常数、 b_0 = 水路下流幅) とおくことにより(1)式は

$$\frac{dh}{dx} = \frac{i - \frac{Q^2(2h+b)}{C^2 b^3 h} + \frac{\alpha' Q^2 k}{gh^2 b^3}}{1 - \frac{\alpha' Q^2}{gb^2 h^3}} \quad \dots\dots(4)$$

で表わされる。ここで

$$h_0 = \sqrt[3]{\frac{Q^2(2h+b)}{C^2 b^3 i}} \quad (\text{等流水深}) \quad \dots\dots(5)$$

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha' Q^2}{gb^2}} \quad (\text{限界水深}) \quad \dots\dots(6)$$

とおけば(4)式は

$$\frac{dh}{dx} = \frac{i(h^3 - h_0^3 + \frac{kh}{b_i} h_c^3)}{h^3 - h_c^3} = \frac{F_1(hx)}{F_2(hx)} \quad \dots\dots(7)$$

で表わされる。

(7)式に基づいて Kutter の第三次近似法を使って数値

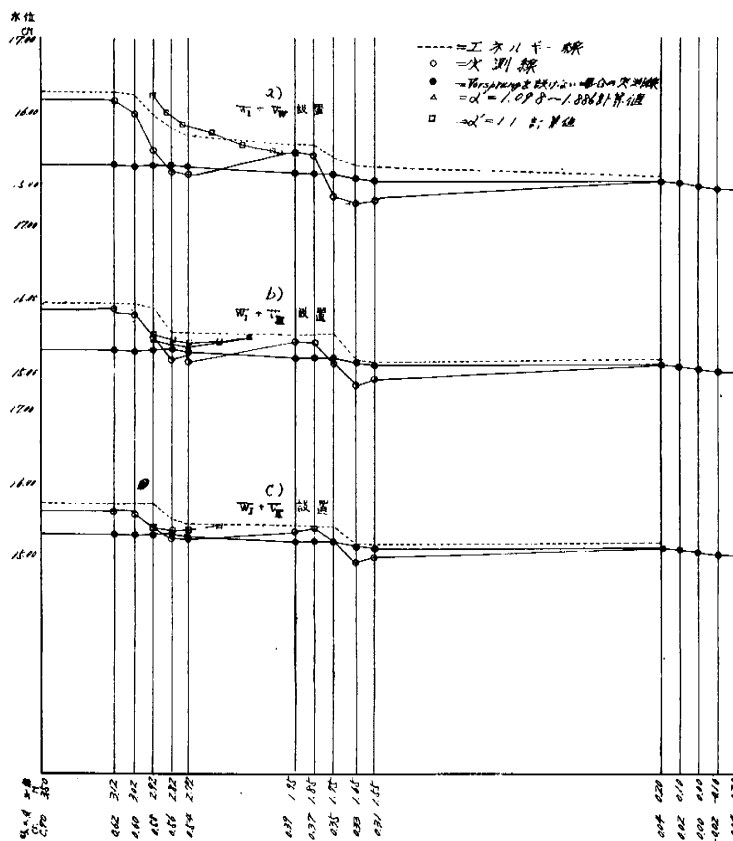


図-6 水位曲線図

積分すれば⁵⁾、水面曲線は図-6に示ようになる。ここで a) は Froude 数 $F_r=0.61$, 拡角度度 $\theta=4^\circ 10'$, 粗度係数 $n=0.011$ $\alpha'=0.11$

b) $F_r=0.45$ $\theta=5^\circ 28'$ $n=0.011$ $\alpha'=0.11$

c) $F_r=0.35$ $\theta=6^\circ 15'$ $n=0.011$ $\alpha'=0.11$

なる諸量を与えたもので、 n は実測値から計算した値をとり、水流の剝離面外の部分を非有効断面とみなして、水路側壁と同じ粗度係数を与えるものと仮定して計算を行った。計算値と実測値はあまりよく合致しないので、さらに (3) 式 α' について考察してみる。

J. Boussinesq が、諸量漸変として Euler の運動方程式から導いた開水路内の水流の基本方程式からさらに本間博士が導いた式⁶⁾

$$-\sin i + \frac{\partial h}{\partial x} + \alpha' \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{v}^2}{2g} \right) + \frac{\bar{v}^2}{C^2 R} + \frac{1+2\eta}{g} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\alpha-1-2\eta}{g} \frac{\bar{v}}{A} \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$\bar{v}$ = 任意断面中の x 方向の平均流速 (記号および式中の一部の項を筆者の方法に統一してある)。

において

$$1+\eta = \int_A \left(\frac{v}{\bar{v}} \right)^2 dA/A \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\alpha = \int_A \left(\frac{v}{\bar{v}} \right)^3 dA/A \quad \dots\dots\dots (10)$$

v = 断面内の任意の点における x 方向の流速 (9) 式は運動量の流速分布に対する補正係数, (10) 式は運動のエネルギーの流速分布に対する補正係数である。

$$\alpha' = 2\alpha - 1 - \eta \quad \dots\dots\dots (11)$$

として表わしたものである。断面形がほぼ広矩形なる場合は $\alpha \div 1.058$, $\eta \div 0.020$ であるから $\alpha' \div 1.098$ となるわけである。

さらに岩垣博士⁷⁾ はエネルギーの関係から開水路水流の基礎方程式を導いて

$$\alpha_m = \int_A \frac{v^2}{\bar{v}^2} \frac{dA}{A} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\alpha_e = \int_A \frac{v^3}{\bar{v}^3} \frac{dA}{A} \quad \dots\dots\dots (13)$$

をもつて表わしているの、その定義から $\alpha_m = 1 + \eta$, $\alpha_e = \alpha$ とおくことができよう。V. L. Streeter⁸⁾ は層流の場合には流速分布から

$$\alpha_m = 6/5 = 1.2 \quad \alpha_e = 54/35 = 1.543$$

乱流の場合には

$$\alpha_m = 1 + 8.125 \lambda \quad \alpha_e = 1 + 9.375 \lambda - 11.05 \lambda^{\frac{3}{2}}$$

を与えている。 λ は $e^2 = 2g/\lambda$ で表わされる摩擦係数である。

ここで図表から $\alpha_e = 1.02$ とすれば $\alpha_m = 1.058$ を与えるので、J. Boussinesq と同じ結果が導かれる。

いま $\alpha_e = 1.543$ を与えて α' を計算すれば $\alpha' = 1.886$ をうる。この α' は拡大部分入口から終端まで漸変すると考えられる²⁾ から、入口で $\alpha' = 1.098$ を与えて数値積分により水面形を計算して図-6 b) に示してある。しかしながら未だ完全に合致するに至っていない。以上の結果からみると α' は、それほど大きな要素となっていないと考えられる。したがって広矩形水路の水面形と同じ形状をとるかどうかにについて検討してみることにする。

$F_1(h, x) = 0$ の曲線形を考察すると、 $F_1 = 0$ のときの h を $h_{(0)}$ として

$$\alpha = v/k \quad \beta = Q^2/C^2 k \quad r = \alpha' Q^2/g$$

とおくことにより (4) 式は

$$\alpha h_{(0)}^3 b^3 - (2\beta - r) h_{(0)} - \beta b = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

(14) 式を微分して

$$\frac{dh_{(0)}}{db} = \frac{\beta - 3\alpha h_{(0)}^3 b^2}{3\alpha h_{(0)}^3 b^3 - 2\beta + r} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{dh_{(0)}}{db} = 0 \text{ とすれば}$$

$$\beta - 3\alpha h_{(0)}^3 b^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

(14) と (16) 式より極値は

$$b^5 = \frac{9}{8} \frac{(r-2\beta)^3}{\alpha \beta^2} = \frac{9}{8} \frac{Q^2 \left(\frac{\alpha'}{g} - \frac{2}{C^2 k} \right)^3}{i} C^4 k^3 \quad \dots\dots\dots (17)$$

で求められる。極値の b を b_m で拡幅部入口幅を b_1 でそれぞれ表わし、図-6 a) について計算すれば $b_1 = 9.56$ cm, $b_m = 7.60$ cm で、 $b_1 > b_m$ が成立するので、 $F_1 = 0$ 曲線は上流から下流に向つて一様に減少することがわかる⁸⁾。

次に (5) 式から h_0 曲線について考察すれば、等流水深は潤辺特に側壁長の影響をうけることが大きいので、広矩形水路の場合と異なり水路幅の増大にともなつて急速に減少して行き、ほぼ $F_1 = 0$ 曲線と相似の形をもつことになる。このために計算水面形は実測水面形より上方に位置すると考えられる。

以上の考察から拡幅部には特有の渦動損失⁹⁾ があつて、この影響が大きいものと考えられる。したがつて運動方程式は (4) 式の分子に渦動損失の項として $m \frac{\alpha' v^2}{2g}$ を付加しなければならない。渦動損失係数 m については、さらに資料を整理したいと考えている。

エネルギー線の方から、いかなる位置でエネルギー損失が行われるかをしらべてみると、図-6 のようになる。エネルギー消費は拡幅部入口側の短区間で起つており、その後の摩擦による損失はほとんど無視できるほど小さいことがわかる。

4. 損失係数

前項で述べたことがらから損失水頭 h_L の大きさをしらべてみると

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_L \quad \dots\dots\dots(19)$$

v_1, v_2 = 上流, 下流側の平均流速

h_1, h_2 = 基準面から水面までの高さ

$$h_L = f_r \frac{(v_1^2 - v_2^2)}{2g} \quad \dots\dots\dots(18)$$

(18) 式で損失水頭を表わせば, 損失係数 f_r と Froude 数 F_r (拡幅部入口における) の関係は図-7 のようになる。 h_L は摩擦による損失と渦動による損失を含めたものとする。

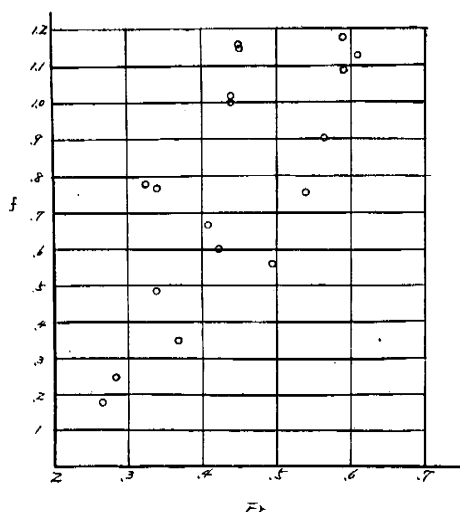


図-7 Froude 数 F_r —損失係数 f_r 関係図

一般に管路における断面拡大による損失水頭も (18) 式の型で示されていて, $f_r \approx 1$ とされている。本実験によれば, 観測値のばらつきが大きい, $F_r = 0.5$ 近傍において $f_r \approx 1$ とみなすことができよう。 $F_r = 0.45 \sim 0.6$ の間で $f_r \approx 1.1$ を示すものがあるが, F_r が小さくなれば f_r も減少している。この傾向も管路の漸変拡大の f_r と

拡大角度 θ との関係に近似していると考えられる。松下玄氏³⁾によれば $f_r = 0.15$ であるので, 一般の開水路にくらべて非常に損失水頭の大きいことがうかがえる。

5. 結 語

幅の狭い矩形開水路の実験によつて, 歪のある水理模型実験を計画する時の縮尺効果に対する一つの指針をうることができたと思う。特に断面の変化が水流の剝離範囲, 水面曲線および損失水頭におよぼす影響の大なるものがあり, 水理現象は管路のそれに類似してくることがわかつた。

稿を終るにあたり, 本実験に絶大な御便宜をいただいた土木試験所古谷浩三次長ならびに札幌開発建設部遊佐志治磨技術長, 外関係各位に深甚なる謝意を呈する次第である。

参 考 文 献

- 1) 杉本修一, 稲田裕: 橋脚壁面における流れの剝離について; 土木学会誌 36 巻, 7 号, 昭和 26 年 7 月。
- 2) 松下玄: 開水路常流の拡大移行部の流れ; 農業土木研究 25 巻, 2 号, 昭和 32 年 8 月。
- 3) 藤本武助: 水力学概論; p. 93, 養賢堂。
- 4) 嶋祐之: 幅の拡がる水路に関する実験; 土木学会誌 37 巻, 2 号, 昭和 27 年 2 月。
- 5) 米元卓介, 岩崎敏夫: 水理学例題演習; p. 164, コロナ社。
- 6) 本間仁: 不等速定流に関する 2, 3 の問題; 土木学会誌 20 巻, 7 号, 昭和 9 年 7 月。
- 7) 岩垣雄一: 開水路水流の基礎方程式について; 土木学会誌 39 巻, 10 号, 昭和 29 年 10 月。
- 8) 井部勇一: 河幅拡大部及び狹窄部の水面形; 土木学会誌 34 巻, 2 号, 昭和 24 年 7 月。
- 8) 岩垣雄一: 開水路水流の理論; 水工学の最近の進歩, 昭和 29 年。
- 9) 石原藤次郎, 本間仁編: 応用水理学上巻, p. 78, 丸善。