技 術 資 料　　第十三号

トラスド・アーチについて

正 員　北海道開発局土木試験所　岡 元 北 海

このトラスド・アーチは，タイド・アーチの変形で，垂直吊材の代りに斜吊材を取付けると，この斜材はトラスの作用をする。それで，このアーチはアーチ作用およびトラス作用の両方の仂きをする。このトラスの作用によりアーチに生ずるモーメントは小となり，したがつてアーチの撓みも少なくなる。

このタイプの橋は実は外国で長大鉄筋コンクリート橋として架設されている。

土木試験所では簡易コンクリート・アーチ橋として取上げて，数年来より研究に着手している。このトラスド・アーチの応力解析はなかなか複雑で，したがつて解法も厄介であるが結果を得たので報告する。

§1. トラスド・アーチの性質

トラスド・アーチの作用は，根本的にはアーチ作用が主体でしたがつてトラストとしての作用は，補助的に仂く。よつてアーチ作用が行なわれるよう拱・tie 材・斜材・相互の断面の大きさの比・および tie 材と斜材の取付けに注意する必要がある。

Fig. 1 において任意の格点 a に単荷重 P が作用する場合を考える。

最初この荷重 P は，斜材 $a\,b$ 及び，$a\,c$ により拱に伝達され拱作用が生ずる。

次にこのアーチの斜材を考えて見る。

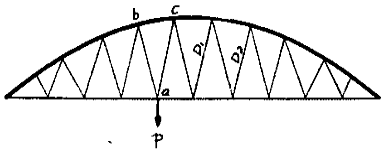

Fig. 1.

この斜材には死荷重により一様に引張力が仂いている。この単荷重が仂くことにより，斜材は交互に引張力と圧縮力が追加され，死荷重による引張力には差が生ずる。たとえば，Fig. 1 において $D_1 > D_2$ となる。この2本の斜材応力の水平分力の平衡が破れ，この格点には，その差に相当する水平力が新たに仂くことになり，この水平力がアーチの曲げモーメントを減少させる。

この水平力を生ぜしめるのが斜材で，斜材がトラス作用をするからである。したがつて斜材の断面を大にすれば，それだけトラス作用が大きく仂き，ある値以上となればこの構造物はもはや充分にアーチ作用をしないで，主としてトラスとしての作用をする。

以上述べたように，斜材のトラス作用により個々の格点に水平力が仂くので，この水平力を求めれば良い。

§2. トラスド・アーチの解法

上述のように個々の格点に仂く水平力を未知力にとる。したがつて，それぞれの格点に仂く水平力を左より X_1 X_2 X_3 ……X_n とする。

このアーチは基本的にはアーチ作用が主体であるゆえ，基本系にタイド・アーチをとる。したがつてこの基本系アーチは斜材からくる個々の水平力はなんら仂かなく，すなわち斜材はなんらトラス作用はしなくただ荷重の伝達のみとなる。

次にそれぞれの格間に $X=-1$ として水平力を作用させると，この仮想外力はアーチにモーメントおよび normal stress を斜材及び tie 材にも normal stress を生ぜしめる。

これらの応力をそれぞれ $M_1\,M_2\,M_3$ ……M_n，$N_1\,N_2$ N_3 ……N_n，$Q_1\,Q_2\,Q_3$ ……Q_n，$D_1^{(s)}\,D_2^{(s)}$……$D_n^{(s)}$，H_1 H_2 ……H_n とし，任意の格点荷重により基本系に生ずるアーチ，斜材及び tie 材の応力をそれぞれ M_0, N_0, Q_0, $D_0^{(s)}$，H_0 とすれば独立作用の定理より

$$\left.\begin{aligned} M &= M_0 - M_1 X_1 - M_2 X_2 \cdots\cdots M_n X_n \\ N &= N_0 - N_1 X_1 - N_2 X_2 \cdots\cdots N_n X_n \\ Q &= Q_0 - Q_1 X_1 - Q_2 X_2 \cdots\cdots Q_n X_n \\ D^{(s)} &= D_0^{(s)} - D_1^{(s)} X_1 - D_2^{(s)} X_2 \cdots\cdots D_n^{(s)} X_n \\ H &= H_0 - H_1 X_1 - H_2 X_2 \cdots\cdots H_n X_n \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (1)$$

(1) 式において仮想外力，$X_1 = X_2 = X_3 = \cdots\cdots X_n = -1$ によるそれぞれの作用方向の変位を $\delta_1, \delta_2, \delta_3 \cdots\cdots \delta_n$ とすれば

$$\delta_1 = \int \frac{M_1 M}{EI}\,ds + \int \frac{N_1 N}{EA_s}\,ds + \sum_{s=1}^{s=m} \frac{D_1^{(s)} D^{(s)}}{EA}\,dl + \int \frac{H_1 H}{EA_t}\,ds'$$

$$
\left.
\begin{aligned}
\delta_2 &= \int \frac{M_2 M}{EI}\, ds + \int \frac{N_2 N}{EA_s}\, ds \\
&\quad + \sum_{s=1}^{s=m} \frac{D_2^{(s)} D^{(s)}}{EA}\, dl + \int \frac{H_2 H}{EA_t}\, ds' \\
\delta_3 &= \int \frac{M_3 M}{EI}\, ds + \int \frac{N_3 N}{EA_s}\, ds \\
&\quad + \sum_{s=1}^{s=m} \frac{D_3^{(s)} D^{(s)}}{EA}\, dl + \int \frac{H_3 H}{EA_t}\, ds' \\
&\ \vdots \\
\delta_n &= \int \frac{M_n M}{EI}\, ds + \int \frac{N_n N}{EA_s}\, ds \\
&\quad + \sum_{s=1}^{s=m} \frac{D_n^{(s)} D^{(s)}}{EA}\, dl + \int \frac{H_n H}{EA_t}\, ds'
\end{aligned}
\right\}
\quad \cdots\cdots\cdots (2)
$$

上式において左辺の作用変位は無視出来るゆえ n 個の方程式が成立し，したがつて n 個の X の未知応力が求められる。

§3. トラスド・アーチの計算

計算の便宜上，このアーチの寸法・大きさは Fig. 2 のようにとる。なお斜材のなす角度は，垂直軸に対し等角度とし $y=15$ とする。

なお，計算を簡単にするために，任意の点に働く単荷重を正対称と逆対称に分けて考える。

Fig. 2 において $X_1=-1$, $X_2=-1$, $X_3=-1, \cdots\cdots X_6=-1$ をそれぞれ作用させた場合の，アーチ斜材，および tie 材に生ずる応力を計算して (2) 式を求めると次の方程式をうる。すなわち，

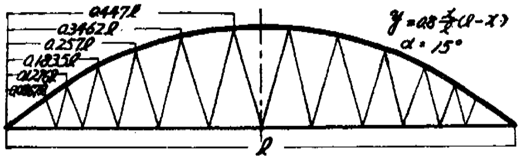

Fig. 2.

$$0.91X_1+0.03X_3+0.06X_4+0.09X_5+0.11X_6$$
$$-\alpha_1(-0.7620X_1+0.7620X_2)=a_1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)'$$
$$0.58X_2+0.20X_3+0.11X_4+0.17X_5+0.22X_6$$
$$-\alpha_1(0.7620X_1-1.8066X_2+1.0446X_3)=a_2 \quad \cdots (2)'$$
$$0.03X_1+0.20X_2+0.66X_3+0.61X_4+0.39X_5+0.50X_6$$
$$-\alpha_1(1.0446X_2-2.4077X_3+1.3631X_4)=a_3 \quad \cdots (3)'$$
$$0.06X_1+0.11X_2+0.61X_3+1.18X_4+1.31X_5+1.13X_6$$
$$-\alpha_1(1.3631X_3-2.6966X_4+1.3354X_5)=a_4 \quad \cdots (4)'$$
$$0.09X_1+0.17X_2+0.61X_3+1.31X_4+1.27X_5+2.56X_6$$
$$-\alpha_1(1.3354X_4-2.8508X_5+1.5154X_6)=a_5 \quad \cdots (5)'$$
$$0.11X_1+0.22X_2+0.50X_3+1.13X_4+2.56X_5+2.74X_6$$
$$-\alpha_1(1.5154X_5-1.5154X_6)=a_6 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)'$$

上式において右辺は荷重項にして，荷重の状態により定まる既知項である。

Table 1.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
(1)	−0.19292	−0.26527	−0.39121	−0.15005	0.28939	0.61093
(2)	−0.07637	−0.31082	−0.62432	−0.30814	0.26795	0.69935
(3)	0.02680	−0.12862	−0.53054	−0.16613	0.26795	0.75562
(4)	0.13398	0.08574	−0.19828	−0.25187	−0.01072	0.43408
(5)	0.16613	0.23312	0.10718	0.24651	−0.19560	−0.82529
(6)	0.11254	0.15005	0.11522	0.26259	−0.04019	−0.00536

また左辺の倍数 α_1 はアーチの剛性 E_cI と斜材の断面 E_sA との比にして次の値をとる。

$$\alpha = \frac{E_cI}{E_sA}\cdot\frac{1}{l^2}, \qquad \alpha_1 = 100\times100\,\alpha$$

(2) 逆対称の場合

この場合には，次の方程式をうる。

$$2.512X_1+0.077X_2$$
$$-\alpha_1(-0.7620X_1+0.7620X_2)=a_1' \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)''$$
$$0.077X_1+0.50X_2+0.14X_3$$
$$-\alpha_1(0.7620X_1-1.8066X_2+1.0446X_3)=a_2' \quad \cdots (2)'$$
$$0.14X_2+1.23X_3+0.31X_4$$
$$-\alpha_1(1.0446X_2-2.4077X_3+1.3631X_4)=a_3' \quad \cdots (3)''$$
$$0.31X_3+1.764X_4+0.64X_5$$
$$-\alpha_1(1.3631X_3-2.6966X_4+1.3354X_5)=a_4' \quad \cdots (4)''$$
$$0.64X_4+3.02X_5+0.835X_5$$
$$-\alpha_1(1.3354X_4-2.8508X_5+1.5154X_6)=a_5' \quad \cdots (5)''$$
$$0.835X_5+3.08X_6$$
$$-\alpha_1(1.5154X_5-3.0974X_6)=a_6' \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)''$$

式中の右辺の値は各荷重状態に対して次の表をうる。

Table 2.

	a_1'	a_2'	a_3'	a_4'	a_5'	a_6'
(1)	−0.82529	−0.45552	−0.72882	−0.88959	−0.76098	−0.30010
(2)	−0.73954	−0.58040	−1.04501	−1.28187	−1.11548	−0.43408
(3)	−0.60289	−0.47159	−1.13072	−1.74703	−1.58626	−0.62700
(4)	−0.43140	−0.33591	−0.86012	−1.71488	−2.03106	−0.92175
(5)	−0.21168	−0.17551	−0.44855	−1.00374	−1.59162	−0.90031