

剛塑性有限要素法の緩み土圧算出への 適用性に関する基礎的検討

伊藤 喜広¹・岡 滋晃²・金子 俊輔³・斉藤 仁⁴・赤木 寛一⁵

¹正会員 東電設計(株) 土木本部 (〒135-0062 東京都江東区東雲1-7-12-9F)

E-mail: itoh.yoshihiro@tepsco.co.jp

²正会員 東京電力ホールディングス(株) 経営技術戦略研究所 (〒100-8560 東京都千代田区内幸町1-1-3)

E-mail: oka.shigeaki@tepcoco.jp

³正会員 東電設計(株) 企画部 (〒135-0062 東京都江東区東雲1-7-12-9F)

E-mail: jkaneko@tepsco.co.jp

⁴正会員 東京電力ホールディングス(株) 経営技術戦略研究所 (〒100-8560 東京都千代田区内幸町1-1-3)

E-mail: saito.jin@tepcoco.jp

⁵フェロー会員 早稲田大学 理工学術院 (〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1)

E-mail: akagi@waseda.jp

シールドトンネルの覆工設計において、緩み土圧はTerzaghiの落し戸理論により算定されることが多い。この理論は、砂質土を対象にしたものであるが、現場での土圧計測結果等を鑑みて、粘性土に対しても適用されているようである。そこで、中位の粘性土中のシールドトンネルの合理的な設計土圧を検討することを目的に、塑性平衡状態を想定した解析手法の一つである剛塑性有限要素法を取り上げ、解析による土圧と、現行のTerzaghiの考え方に基づいた緩み土圧算定式による土圧とを対比しながら、土圧発生機構を考察し、剛塑性有限要素法の有効性および汎用性を確認した。その結果、剛塑性有限要素法では、土被り比や地盤の非排水せん断強度に応じた土圧が得られ、計算条件が揃った場合には、Terzaghiの考え方に基づいた緩み土圧と整合することを落し戸モデルで示した。

Key Words : shield tunnel, loosening pressure, rigid plastic finite element method, trapdoor model, Terzaghi's equation

1. はじめに

トンネル標準示方書（シールド工法編）¹⁾によれば、中位の粘性土地盤（ $4 \leq N < 8$ ）では、トンネルの全土被り重量が土圧として作用する場合があります。緩み土圧の採用にあたっては、土被り、周辺地盤の強度等を詳細に検討する必要があるとされている。緩み土圧は、一般にTerzaghiの落し戸理論により算定されることが多い。この理論は、砂質土を対象にしたものであるが、現場で土圧を計測すると、粘性土でも砂質土と同様に土被り圧よりも小さくなることもある。このため、理論的な根拠は明確ではないものの、粘性土に対しても適用されているようである。

そこで今回、中位の粘性土中のシールドトンネルの合理的な設計土圧の検討に際し、現行の覆工設計で用いることの多いTerzaghiの考え方に基づいた緩み土圧算定式

による鉛直土圧について、剛塑性有限要素法を用いて検討し、土圧発生機構を考察する。Terzaghiの考え方に基づいた緩み土圧算定式は鉛直土圧しか評価できないため、この問題点に対して、剛塑性有限要素法の特徴を活かした水平土圧の評価方法の提案なども今後の目標に見据えた上で、まずは、鉛直土圧の検討により剛塑性有限要素法の有効性および汎用性を検証することを目的とした。なお、以降の説明では、Terzaghiの考え方に基づいた緩み土圧算定式はTerzaghi式と表現する。

2. 剛塑性有限要素法について

(1) 概要

剛塑性有限要素法は、地盤の塑性平衡状態を想定した解析手法の1つである。塑性論の立場から上界定理を用

いて対象物の速度場を仮定して崩壊荷重（応力場）を求める方法があるが、本手法はこれを地盤のような連続体へ適用するため有限要素法で定式化したものである。剛塑性有限要素法は、これまでも地盤問題の様々な分野で成果をあげている手法であり、例えば小西ら²⁾は、トンネル切羽の安定解析で本手法を用いている。

前述したTerzaghiの落し戸理論が、地盤の変形を考慮しない剛塑性論に基づいて導かれた理論であることから、剛塑性有限要素法とTerzaghi式の理論的背景は大きく変わらない。しかし、剛塑性有限要素法は、Terzaghi式と比較して、次に示すように、合理的かつ便利に土圧を算定できる可能性がある。

まず、Terzaghi式は、落し戸モデルであるため鉛直土圧しか算定できない。一方、剛塑性有限要素法は有限要素法であるため、2次元や3次元での土圧を算定できる。このため、掘削形状を解析格子で表現することにより、鉛直土圧と水平土圧を算定できる。また、砂質土と粘性土より構成される互層の地層構成などの複雑な境界条件をメッシュでモデル化できる。

次に、Terzaghi式は、緩み領域を落し戸によるすべり線で仮定している。しかし、剛塑性有限要素法は、すべり線を仮定することなく塑性平衡状態の土圧が算定できる。

最後に、現行の覆工設計では、N値が8以上で緩み土圧が適用可能であると、N値により全土被り圧と緩み土圧の適用を区分している。しかし、剛塑性有限要素法はN値を指標としなくても、粘着力や内部摩擦角といった地盤物性値に応じた土圧が算定できる。

以上より、Terzaghi式による鉛直土圧の検討にあたって、剛塑性有限要素法の適用が適切であると考えた。

(2) 降伏条件と材料定数

解析の降伏条件には、Drucker-Prager則を適用することとした。式(1)がDrucker-Prager則の降伏条件式である。

$$F = -\alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (1)$$

$$I_1 = 3\sigma_m = \sigma_{ij}\delta_{ij} \quad (2)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} \cdot s_{ij} \quad (3)$$

ここに、 I_1 は応力 σ_{ij} の第1不変量であり等方応力 σ_m の3倍の値をとる。 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。 J_2 は偏差応力 s_{ij} の第2不変量である。

α と k は材料定数であり、平面ひずみ条件においてはMohr-Coulomb則のパラメータである内部摩擦角 θ と粘着

力 c とは次の関係を有する。

$$\alpha = \frac{\sin\theta}{\sqrt{3(3+\sin^2\theta)}} \quad (4)$$

$$k = \frac{3c\alpha}{\tan\theta} \quad (5)$$

$\alpha=0$ の場合には、式(6)に示したVonMises則となる。

$$f = \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (6)$$

式(6)中の地盤物性 k と非排水せん断強度 c_u とは式(7)、一軸強度 q_u とは式(8)との関係があることから、室内せん断試験結果から設定できる。

$$k = \frac{2}{\sqrt{3}} c_u \quad (7)$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{3}} q_u \quad (8)$$

以上の条件をもとに剛塑性有限要素法による解析を実施した。

3. 剛塑性有限要素法による土圧の算定

Terzaghi式は、トンネル掘削を落し戸でモデル化した塑性平衡理論式である。したがって、剛塑性有限要素法においても計算条件を揃えれば、得られる土圧は、Terzaghi式による土圧と整合するはずである。そこで、剛塑性有限要素法による解析が、Terzaghi式と同様の考え方であること、およびTerzaghi式と比較してより詳細な結果を得られることを示すため、Terzaghi式の前提条件である落し戸モデルで、同じ計算条件のもと、両者の土圧を比較した。

なお、Terzaghi式は、トンネル・ライブラリー³⁾に示された式(9)を用いた。同式は、Terzaghiの考え方に基づいて、粘性土地盤の非排水せん断強度のみを考慮した式である。

$$\sigma_v = \left(\gamma - \frac{c}{B_1}\right) H + p_0 \quad (9)$$

$$B_1 = R_0 \cot\left(\frac{\pi/4 + \theta/2}{2}\right) \quad (10)$$

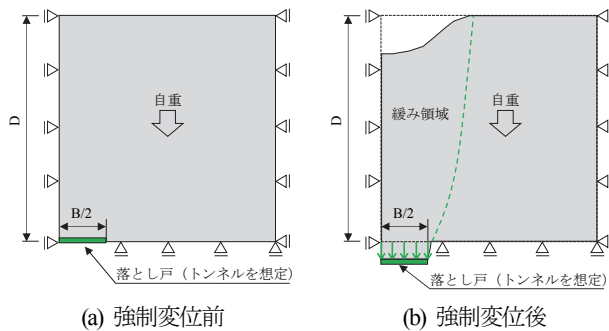


図-1 落とし戸モデル

表-1 解析ケース

解析 ケース	トンネル径 B[m]	土被り D[m]	土被り比 D/B	地盤の非排水 せん断強度 c_u [kN/m ²]
1-1	4	4	1	1
1-2				10
2-1		8	2	1
2-2				10
3-1		12	3	1
3-2				10
4-1		16	4	1
4-2				10
5-1		20	5	1
5-2				10

ここに、 σ_v は緩み土圧、 γ は土の単位体積重量、 c は非排水せん断強度、 B_1 はトンネル掘削の影響幅の半分、 ϕ は内部摩擦角、 H は土被り、 p_0 は上載圧、 R_0 はトンネル外半径である。

(1) 解析条件

剛塑性有限要素法による落とし戸モデルの概念図を図-1に示す。半断面モデルであり、自重を作用させるとともに落とし戸部分に強制変位速度を与えるモデルとした。

a) 解析ケース

式(9)および式(10)のように、緩み土圧の大きさは、トンネルの土被りとトンネル径に関係している。そこで、以下の説明では、土被り D と落とし戸の幅 B の比を土被り比と定義し、 D/B で表す。本検討における解析ケースは、表-1に示すように、落とし戸の幅を4m、土被りを4mから20mまで変化させて、土被り比 D/B が1, 2, 3, 4, 5となるように設定した。

b) 解析モデル

解析モデルを図-2に示す。落とし戸の幅 B は4mであるが、半断面モデルのため2mでモデル化した。また、解析領域の幅は全ケースで20mとした。

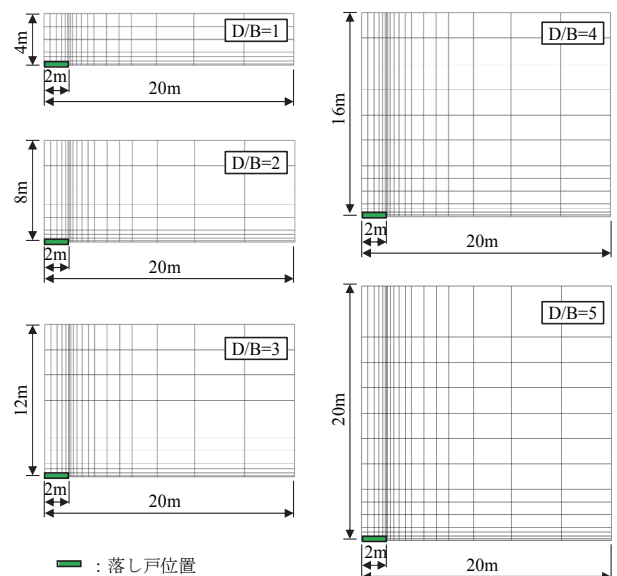


図-2 解析モデル

c) 入力物性値

土の単位体積重量は 16kN/m^3 とした。また、表-1に示すとおり、地盤の非排水せん断強度の影響を確認するため、 1kN/m^2 と 10kN/m^2 の2種類を設定した。

d) 境界条件

変位固定条件は、図-1に示すように底面は水平方向に自由、側面は鉛直方向に自由とした。また、落とし戸位置は自由端とした。

e) 強制変位速度

落とし戸位置には、鉛直下方向に単位変位速度1を与えた。

(2) 解析結果

まず、鉛直方向の変位速度のコンターを図-3示す。変位速度は、非排水せん断強度が 1kN/m^2 である場合と 10kN/m^2 である場合では、解析手法上、同様の結果となる。変位速度の解析結果は、落とし戸位置では鉛直下方向に単位変位速度1を与えているため出力値も1となる。しかし、落とし戸から離れる程、落とし戸の影響が小さくなり、変位速度も0に近づく傾向が見られる。また、土被り比 D/B によって緩み領域が異なり、土被り比が大きくなるにつれて緩み領域が広がっていることがわかる。

次に、鉛直応力のコンターを図-4に示す。非排水せん断強度が 1kN/m^2 である場合は、全ケースにおいて応力が水平方向にほぼ等しく分布しており、落とし戸の影響がほとんど見られない。一方、非排水せん断強度が 10kN/m^2

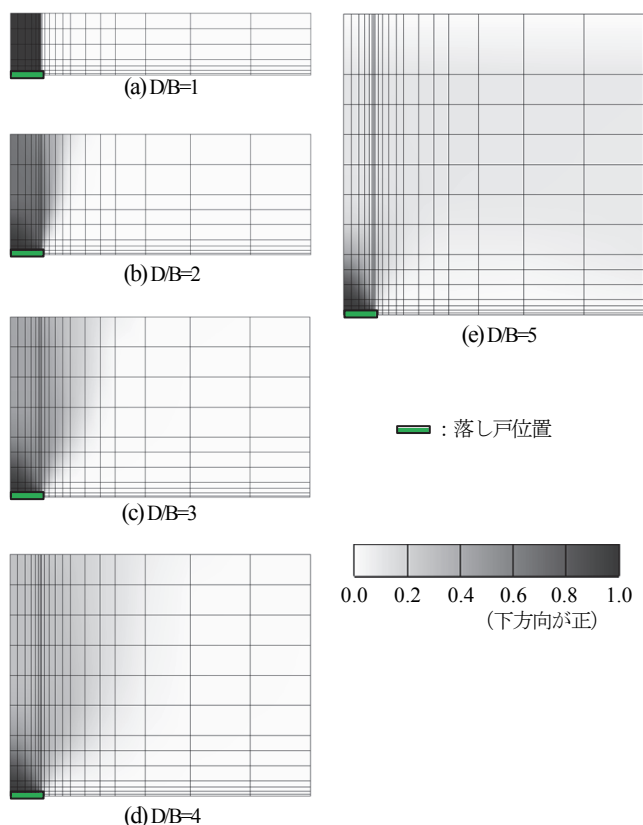


図-3 鉛直方向の変位速度コンター

である場合は、全ケースにおいて落とし戸付近の応力が、周辺地盤の応力より小さくなっており、落とし戸の影響が見られる。このように、地盤の非排水せん断強度が大きくなると、落とし戸の引張に対する破壊強度も大きくなり、落とし戸による影響範囲が大きくなると考えられる。

(3) 剛塑性有限要素法とTerzaghi式から算定した土圧の比較

上述の剛塑性有限要素法の結果と、Terzaghi式から算出した土圧を比較し、両者の整合性を確認した。

図-5に、落とし戸上の平均鉛直土圧を全土被り圧で正規化した値と土被り比D/Bの関係を示す。図-5の(a)は $c_u=1\text{kN/m}^2$ の場合、(b)は $c_u=10\text{kN/m}^2$ の場合である。

$c_u=1\text{kN/m}^2$ の場合は、剛塑性有限要素法とTerzaghi式の土圧はほぼ同等であり、全ての土被り比D/Bで、土圧を正規化した値は1に近く、すなわち全土被り圧が作用していることがわかる。これは、図-4に示したように、 $c_u=1\text{kN/m}^2$ の場合は、落とし戸の影響がほとんど見られないことと整合する。

一方、 $c_u=10\text{kN/m}^2$ の場合は、全ての土被り比D/Bで、剛塑性有限要素法とTerzaghi式の結果は、両者とも正規化した値が1より小さくなり、すなわち緩み土圧となっ

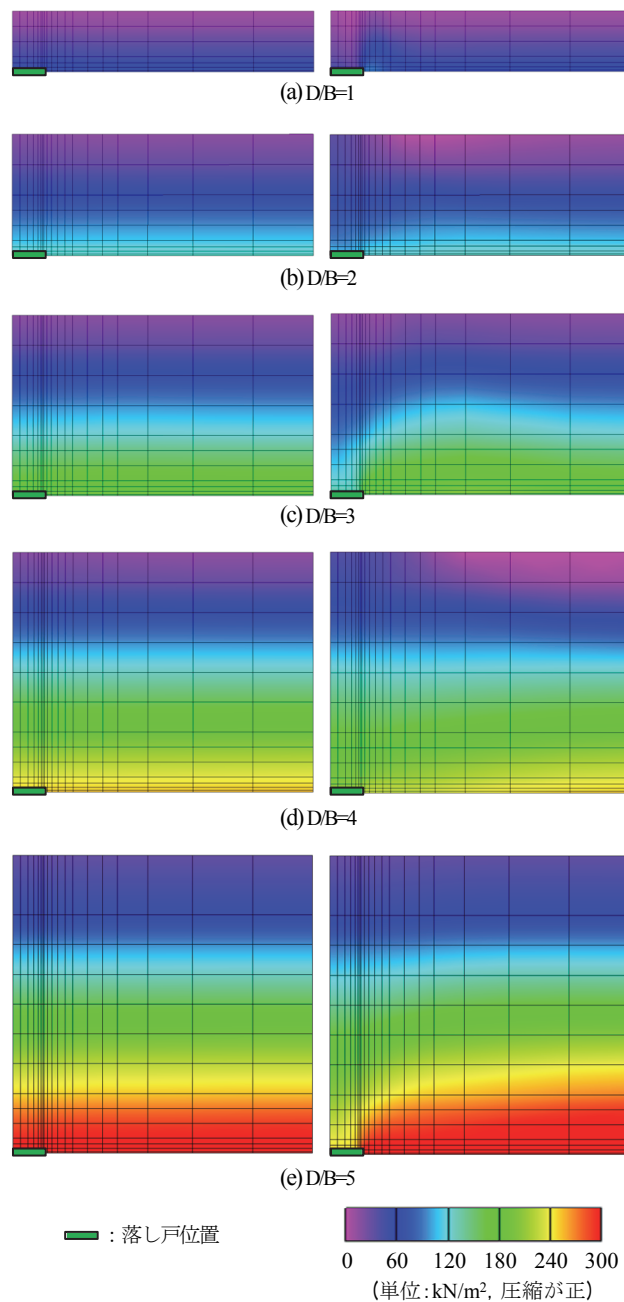


図-4 鉛直応力コンター

(左側が $c_u=1\text{kN/m}^2$ 、右側が $c_u=10\text{kN/m}^2$)

ている。また、剛塑性有限要素法の土圧がTerzaghi式の土圧より小さくなっていることから、Terzaghi式が剛塑性有限要素法の結果を包含した安全側の評価になっていることがわかる。さらに、土被り比D/Bが大きくなるにつれて剛塑性有限要素法の土圧がTerzaghi式の土圧に近づく傾向が見られ、これは、図-3に示したように、土被り比D/Bによって緩み領域が異なり、トンネルが深くなると緩み領域が広がるためであると考えられる。

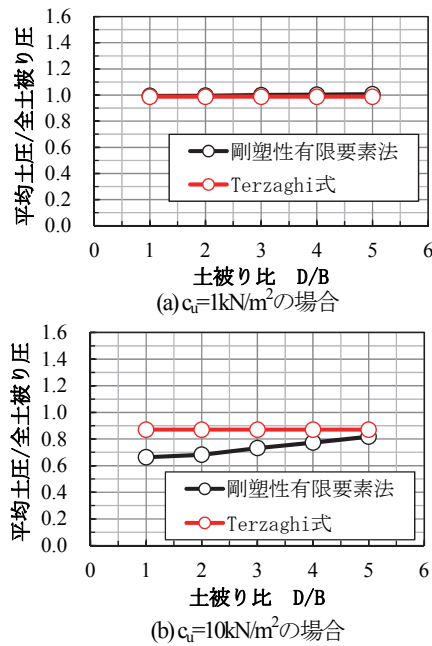


図-5 平均土圧/全土被り圧～土被り比の関係

5. 結論

Terzaghi式の計算条件に近い落し戸モデルを剛塑性有限要素法で再現し、土被り比の影響および地盤の非排水せん断強度の影響を確認した。また、剛塑性有限要素法の結果と、同条件のTerzaghi式における緩み土圧を対比して、両者の整合性を確認した。

結論を以下に示す。

- 1) 土被り比が大きくなるにつれて緩み領域が広がる状況を剛塑性有限要素法で再現できる。

- 2) 地盤の非排水せん断強度 c_u が大きくなると、落し戸の引張に対する破壊強度も大きくなるため、落し戸付近の鉛直応力が周辺地盤の鉛直応力より小さくなる状況を剛塑性有限要素法で再現できる。
- 3) 剛塑性有限要素法とTerzaghi式による土圧の比較により、Terzaghi式が剛塑性有限要素法の結果を包含した安全側の評価になっており、土被り比が大きくなるにつれて剛塑性有限要素法の土圧がTerzaghi式の土圧に近づく傾向が見られる。

以上より、剛塑性有限要素法では、土被り比や地盤の非排水せん断強度に応じた土圧が得られ、計算条件が揃った場合には、Terzaghi式と整合することを落し戸モデルで示した。よって、剛塑性有限要素法が汎用的な解析手法であり、より合理的な設計土圧を算定できるものと考えられる。

今後は、N値4～8の中位粘性土を通過するシールドトンネル工事にて、土圧、水圧、地盤変位などを計測し、建設時における中位粘性土の物理的・力学的なメカニズムを明らかにする予定である。

参考文献

- 1) 土木学会：2016 年制定トンネル標準示方書 [共通編]・同解説 [シールド工法編]・同解説，pp.53，2016
- 2) 小西真治，仲山貴司，田村武，豊田浩史，松長剛，井浦智実：地下水压および飽和度による粘着力の変化を考慮した切羽安定評価法，土木学会論文集 F，Vol.69，pp.1-9，2013
- 3) 土木学会：トンネル・ライブラリー23，セグメントの設計【改訂版】，pp.322，2010

(2018. 8. 10 受付)

FUNDAMENTAL STUDY ON APPLICABILITY OF RIGID PLASTIC FINITE ELEMENT METHOD TO LOOSENING PRESSURE CALCULATION

Yoshihiro ITO, Shigeaki OKA, Shunsuke KANEKO, Jin SAITO and Hirokazu AKAGI

In the lining design of the shield tunnel, the loosening pressure is often calculated by the trapdoor theory of Terzaghi. This theory is intended for sandy soil. However, in view of the earth pressure measurement results at the site, this theory seems to be applied to viscous soil as well. Therefore, for the purpose of studying rational design earth pressure of the shield tunnel in the medium viscous soil layer, we picked up the rigid plastic finite element method which is one of analytical methods assuming plastic equilibrium state. By comparing the analytical result with the loosening pressure based on the concept of Terzaghi, we considered the mechanism of the loosening pressure generation and confirmed the method's effectiveness and general versatility.