

背面空洞を有する山岳トンネルの 地震時応答に関する研究

保田 尚俊¹・塚田 和彦²・朝倉 俊弘³

¹正会員 京都大学助教 大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂C)
E-mail: yasuda.naotoshi.3x@kyoto-u.ac.jp

²非会員 京都大学准教授 大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂C)
E-mail: tsukada@kumst.kyoto-u.ac.jp

³正会員 京都大学教授 大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂C)
E-mail: asakura2@kumst.kyoto-u.ac.jp

地震波がトンネルに入射する際、覆工背面にある空洞が覆工の応力状態にどのような影響を与えるかを検討するための基礎として、背面空洞を有する円形トンネルに地震波が斜めに入射した際のトンネル覆工の応力状態を、3次元弾性波動論に基づいて解析した。その結果として、S波が円形トンネルに入射する場合では、背面空洞が存在していても、覆工の応力状態はあまり変化しないということが明らかとなった。したがって、地震被害への対策としては、背面空洞が一因となって地震前に覆工に生じた応力集中が山岳トンネルの地震被害と相関している可能性が高いので、地震前に大きな応力集中が生じている箇所を補強することが効果的となる。

Key Words : void behind the lining, elastodynamics, mountain tunnel, three-dimensional analysis

1. 研究の目的

山岳トンネルは、安定した地山内にあることから地表構造物に比べ地震動が小さく、耐震性に富む構造物であるとされている。しかしながら、いくつかの要因が重なると、山岳トンネルでも、大きな地震被害を受けることがある¹⁾。その要因としては様々なものが考えられるが、その一つとして、背面空洞が考えられる。これまでの経験によると、背面空洞の存在と山岳トンネルの地震被害との相関は非常に高いとされている。

一般に、背面空洞が存在すると、覆工が変形した場合に地盤からの反力を得られないため、力学的に不利となる。しかしながら、元々、覆工の変形は地盤の変形が覆工に伝わることで生じたものである。そのため、背面空洞が存在しているということ、つまり、地盤と覆工が接触していないということは、必ずしも力学的に不利になるとは限らない。既往の2次元弾性論を用いた研究²⁾では、塑性圧のような等方的な荷重に対しては、背面空洞が存在すると、覆工に大きな応力集中が生じるが、地震荷重のようなせん断的な荷重に対しては、あまり覆工に大きな応力集中は生じないといった結果も得られている。

地震波が入射する際、覆工背面にある空洞が覆工の応力状態にどのような影響を与えるかについて考察することは、地震被害への対策を考える上で、重要となる。大きな影響を与えるとすれば、対策として、裏込め注入等により空洞を小さくすることが効果的な対策となる。また、そうでないとすれば、背面空洞が一因となって地震前に覆工に生じた応力集中が、山岳トンネルの地震被害と相関している可能性が高いので、地震前に大きな応力集中が生じている箇所の補強が、効果的な対策となる。

本研究では、地震波がトンネルに入射した際、背面空洞が覆工の応力状態にどのような影響を与えるかを検討するための基礎として、背面空洞を有する円形トンネルに地震波が斜めに入射する問題を3次元弾性波動論を用いて解く。そして、その結果をもとに、背面空洞がトンネルの地震時応答に及ぼす影響について考察する。

2. 理論

(1) 問題設定

図-1にあるように、無限に広がる弾性体地盤内に存在

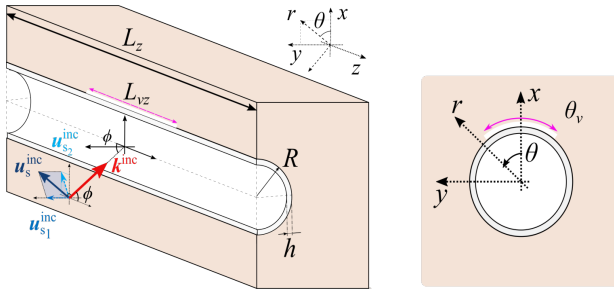


図-1 背面空洞を有する円筒形トンネルへの地震波入射

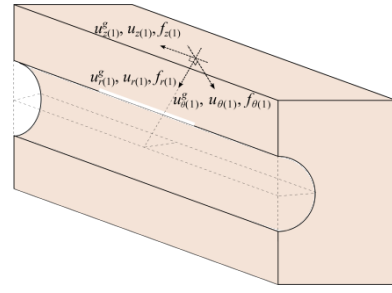
する、背面空洞を有する中空円筒形トンネルに地震波が斜めに入射する問題を取り扱う。地震波が調和振動の平面波の重ね合わせで表現できることを前提として、ここでは、任意の各周波数 ω の調和振動平面波がトンネル軸に対してある角度 ϕ で入射する場合の解析解を求める。入射波は k^{inc} の方向に進行するS波のみを考える。そのS波のうち、図-1のy軸のみに振幅をもつ波を S_1 波、また、残りの x - z 平面内のみに振幅をもつ波を S_2 波とする。以降では、地盤に関するものには下付き添え字の(1)を、覆工に関するものには下付き添え字の(2)をつけ、一般的な表現の場合では下付き添え字は付けないものとする。また、座標系は図-1のように定める。

円形トンネルの中立軸までの半径を R 、覆工の厚さを h とする。背面空洞の大きさは、断面方向に θ 度、奥行き方向に L_z とする。なお、覆工の厚さ h はトンネルの半径 R に比べて十分に大きいものとし、以降では、簡単のため、覆工をshellと見なして計算する。

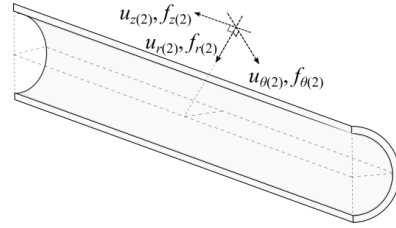
トンネル軸方向の境界条件に関しては、長さ L_z の周期境界を仮定する。なお、本研究では、 L_z は軸方向の見かけの波長（地盤内のS波の波長を $\cos \phi$ で除したもの）と一致させるものとする。

(2) 解法の考え方

本研究では、図-1の問題を、サブストラクチャー法と選点法を組み合わせることによって解く。すなわち、まずは図-2に示すように、地盤系と構造系の2つのサブストラクチャーに分け、それぞれの系について、境界面上（ $r=R$ ）に生じる変位、表面力の一般解を導出する。この際、それらの一般解は、固有変形モードの和（フーリエ級数の和）として表現する。次に、それぞれの系について、モード毎に、境界面上での変位と表面力の関係（地盤および構造の剛性）を導出する。最後に、2つの系の境界で成り立つ境界条件を有限個の選点でのみ満足させることで、2つの系の間で満足される変位および表面力の境界条件を、近似的に満足させる（選点法）。このような考え方で解析することで、地盤系と構造系の相互作用を考慮した解を導出する。



(a) 地盤系



(b) 構造系

図-2 サブストラクチャー法

(3) 地盤系について

a) 境界面上での変位、表面力の一般解

まずは地盤系の応答について考える。境界面（ $r=R$ ）の地盤側で生じる変位の一般解 $u_{(1)}^t$ は、構造がないとした場合の円形空洞壁面上での変位（切り欠き地盤変位） $u_{(1)}^g$ と、地盤および構造の相互作用によって生じる変位 $u_{(1)}^s$ の和として、次のように表すことができる。

$$u_{(1)}^t = u_{(1)}^g + u_{(1)}^s \quad (1)$$

同様にして、境界面上での表面力の一般解 $f_{(1)}^t$ は、地盤および構造の相互作用によって生じる表面力（構造からの反力） $f_{(1)}^s$ により、次のように表すことができる。

$$f_{(1)}^t = f_{(1)}^s \quad (2)$$

なお、構造がないとした場合の空洞壁面での変位（切り欠き地盤変位） $f_{(1)}^g$ はゼロであるため、式(2)には $f_{(1)}^g$ の項は含まれない。

構造がないとした場合の空洞壁面での変位 $u_{(1)}^g$ は、入射する地震波の種別および地盤の入力物性値が決まれば、計算できる。その具体的な計算法は、文献3を参照のこと。また、地盤および構造の相互作用によって生じる変位 $u_{(1)}^s$ および表面力 $f_{(1)}^s$ は、境界面（ $r=R$ ）で成り立つ境界条件を考慮することで、具体的に計算できる。

b) 地盤の剛性

2つの系の境界面上での、地盤および構造の相互作用によって生じる変位 $u_{(1)}$ （ $u_{r(1)}$, $u_{\theta(1)}$, $u_{z(1)}$ ）および表面力 $f_{(1)}$ （ $f_{r(1)}$, $f_{\theta(1)}$, $f_{z(1)}$ ）は、固有変形モードの和として、次のように表すことができる。なお、以下では簡単のため、 x - y 平面および x - z 平面に対して対称となるような変形を表現する解についてのみ記載する。

$$\left. \begin{aligned} u_{r(1)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} U_{r,n,m(1)} \cos n\theta \cos \gamma_m z e^{-i\alpha z} \\ u_{\theta(1)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} U_{\theta,n,m(1)} \sin n\theta \cos \gamma_m z e^{-i\alpha z} \\ u_{z(1)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} U_{z,n,m(1)} \cos n\theta \sin \gamma_m z e^{-i\alpha z} \\ f_{r(1)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} F_{r,n,m(1)} \cos n\theta \cos \gamma_m z e^{-i\alpha z} \\ f_{\theta(1)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} F_{\theta,n,m(1)} \sin n\theta \cos \gamma_m z e^{-i\alpha z} \\ f_{z(1)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} F_{z,n,m(1)} \cos n\theta \sin \gamma_m z e^{-i\alpha z} \\ \gamma_m &= \frac{2\pi m}{L_z} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで、 $U_{r,n,m}$, $U_{\theta,n,m}$, $U_{z,n,m}$, $F_{r,n,m}$, $F_{\theta,n,m}$, $F_{z,n,m}$ は変位および表面力の振幅、位相の情報を含む複素係数である。また、 n および m はそれぞれ、周方向および軸方向の変形モードの次数である。

地盤および構造の相互作用によって生じる変位 $u_{(1)}$ および表面力 $f_{(1)}$ が式(3)で表される時、それぞれの複素係数の間に成り立つ関係式は、次式のように表現できる。

$$\begin{pmatrix} F_{r,n,m(1)} \\ F_{\theta,n,m(1)} \\ F_{z,n,m(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{rr,n,m(1)} & K_{r\theta,n,m(1)} & K_{rz,n,m(1)} \\ K_{r\theta,n,m(1)} & K_{\theta\theta,n,m(1)} & K_{\theta z,n,m(1)} \\ K_{rz,n,m(1)} & K_{\theta z,n,m(1)} & K_{zz,n,m(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{r,n,m(1)} \\ U_{\theta,n,m(1)} \\ U_{z,n,m(1)} \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここで、式(4)右辺の係数行列は、地盤の剛性を表現するための複素係数からなり、これらは、切り欠き地盤の円筒空洞壁面に半径方向、周方向、軸方向それぞれ独立に単位振幅の正弦波状変位を生じさせるために必要な表面力として定義できる。なお、これらの複素係数は地盤系で生じる応答のみから、弾性波動論³⁾を用いることで導出できる。

(3) 構造系について

a) 境界面上での変位、表面力の一般解

構造系の応答に関しても、地盤系の応答と同様にして考えられる。2つの系の境界面 ($r=R$) の構造側で生じる変位の一般解 $u_{(2)}^t$ は、地盤および構造の相互作用によって生じる変位 $u_{(2)}$ と等しく、次式となる。

$$u_{(2)}^t = u_{(2)} \quad (5)$$

同様に、境界面上での表面力の一般解 $f_{(2)}^t$ は、地盤および構造の相互作用によって生じる表面力（地盤からの作用力） $f_{(2)}$ と等しく、次式となる。

$$f_{(2)}^t = f_{(2)} \quad (6)$$

なお、地盤および構造の相互作用によって生じる変位

表-1 入力物性値

	軟岩	覆工
ヤング率 (GPa)	0.3	30
ポアソン比	0.3	0.20
密度 (kg/m ³)	2000	2000
半径 (m)		5.4
厚さ (m)		0.7

$u_{(2)}$ および表面力 $f_{(2)}$ は、境界面 ($r=R$) で成り立つ境界条件から定められる。

b) 構造の剛性

2つの系の境界面上での、地盤および構造の相互作用によって生じる変位 $u_{(2)}$ ($u_{r(2)}$, $u_{\theta(2)}$, $u_{z(2)}$) および表面力 $f_{(2)}$ ($f_{r(2)}$, $f_{\theta(2)}$, $f_{z(2)}$) は、固有変形モードの和として、式(3)と同様に書き表すことができる。また、構造の剛性を表現するための係数も、地盤と同様にして、構造系で生じる応答のみから、shell理論⁴⁾を用いて導出できる。

(4) 2つの系の境界で成り立つ境界条件

境界面 ($r=R$) で成り立つ関係式は以下のようになる。背面空洞がある区間：

$$f_{r(1)}^t = f_{\theta(1)}^t = f_{z(1)}^t = f_{r(2)}^t = f_{\theta(2)}^t = f_{z(2)}^t = 0 \quad (7)$$

背面空洞がない区間：

$$\left. \begin{aligned} u_{r(1)}^t &= u_{r(2)}^t, \quad u_{\theta(1)}^t = u_{\theta(2)}^t, \quad u_{z(1)}^t = u_{z(2)}^t \\ f_{r(1)}^t + f_{r(2)}^t &= f_{\theta(1)}^t + f_{\theta(2)}^t = f_{z(1)}^t + f_{z(2)}^t = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

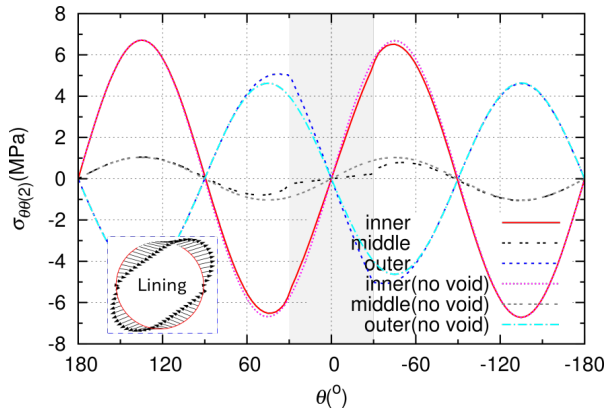
式(7)および式(8)で表される境界条件を厳密に満たすような解を得るためには、変位や表面力を式(3)のような固有変形モードの和（数学的にはフーリエ級数の和）で表現した場合、無限個の級数を足し合わせる必要性が生じる。これは、理論上では可能であるが、実際に数値計算を行うことはできない。そこで、本研究では、2つの系の境界で成り立つ境界条件を、選点法の考え方に基づき有限個の選点でのみ満足させることで、解を近似的に有限個の級数和で表現する。

3. 解析結果および考察

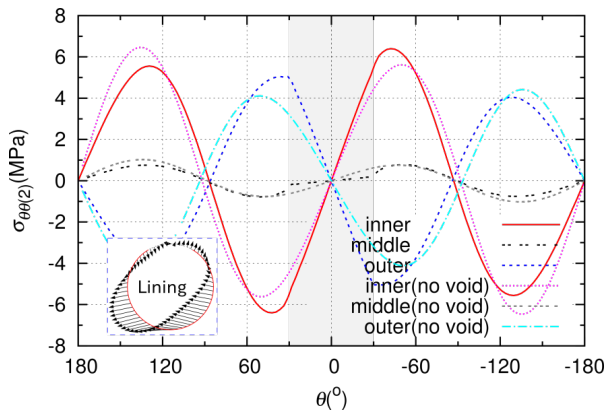
(1) 解析条件

解析に用いる入力物性値を表-1に示す。実際の山岳トンネルの地震被害は地質条件が悪いところで生じることが多い。そのため、ここでは、軟岩地盤に覆われた新幹線トンネルを想定する。なお、ここで設定した入力物性値では、地盤内でのS波速度は約240m/sとなる。

以降の解析では、背面空洞の大きさは、 $\theta_0=60$ 度、 $L_z=2R$ (10.8m)とし、地震波の入射角 ϕ は75度を仮定する。



(a) 周波数1.00Hz



(b) 周波数5.00Hz

図-3 覆工内壁面に生じる $\sigma_{\theta\theta(z)}$ が最大となった時刻における覆工内の $\sigma_{\theta\theta(z)}$ の分布 (S_1 波入射, $z=0$ の横断面)

S_1 波が入射した場合では、覆工に大きな周応力が生じる可能性が高く、周応力は入射角 ϕ が90度で最大、0度で最小となる。また、 S_2 波が入射した場合では、覆工に大きな軸応力が生じる可能性が高く、地盤の剛性に対して構造の剛性が小さく、地盤の変形に構造が完全に追従する場合には入射角45度で軸応力が最大となる。一方、地盤の剛性に対して構造の剛性が大きく、地盤の変形に構造が完全には追従しない場合には、軸応力が最大となる入射角は45度から90度の間に現れる。なお、ここで用いた入力物性値では、入射角75度付近で覆工に生じる軸応力が最大となる。

式(7)および式(8)で表される境界条件を満足させる選点の個数は、周方向に128点とする。また、軸方向の選点の個数は、2の累乗で、軸方向の選点の間隔が周方向の間隔（約0.26m）よりも短くなるような、最小の数字とする。

入力する地震波（S波）の大きさは、地盤に生じるせん断ひずみ振幅が0.1%となるようなものと仮定し、その周波数は、1.00Hz、5.00Hzの2通りを考える。

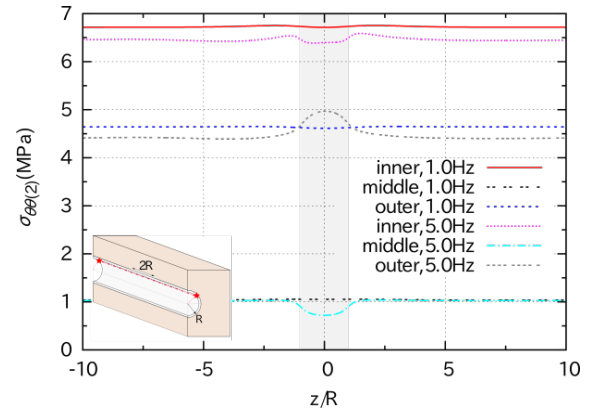


図-4 覆工天端に生じる $\sigma_{\theta\theta(z)}$ の振幅の分布 (S_1 波入射, $y=0$ の縦断面)

(2) S_1 波が入射する場合

まずは、入射波として S_1 波、つまり、トンネル横断面内の y 軸方向に変位成分をもつS波が入射した場合の応答について考察する。図-3は覆工内壁面に生じる $\sigma_{\theta\theta(z)}$ が最大となった時刻における覆工内の $\sigma_{\theta\theta(z)}$ の分布を示したものである。図は $z=0$ の横断面におけるものであり、凡例のinner, middle, outerはそれぞれ覆工の内壁面、中立軸、外壁面における応答を表すものとする。また、凡例のno voidは、背面空洞がない場合の応答を表すのものである。図中左下のベクトル図は、覆工内壁面に生じる周応力が最大となった時刻での、覆工の変形の様子を表している。なお、覆工内の $\sigma_{\theta\theta(z)}$ は、覆工に生じている変位 $u_{(2)}^t$ から、計算できる⁴⁾。

図より、周波数が1.00Hzの場合、5.00Hzの場合ともに、背面空洞の存在によって生じる応力集中の影響はあまり見られないことが分かる。これは、背面空洞があると、地盤からの反力が得られないが、地盤からの作用力は減少するためである。

周波数が1.00Hzの場合よりも、5.00Hzの場合の方が背面空洞があることの影響が大きい、これは、周波数が高くなり、波の波長が背面空洞の大きさに近づいたためと考えられる。

図-4は覆工天端に生じる $\sigma_{\theta\theta(z)}$ の振幅の分布を示したものである。図は $y=0$ の縦断面におけるものであり、横軸は、トンネル軸方向の位置 z をトンネル半径 R (5.4m)で除することにより、無次元化している。図より、背面空洞が $\sigma_{\theta\theta(z)}$ に及ぼす影響は、周波数が低い場合にはほとんど見られないこと、また、影響が見られてもそれによる応力集中10%程度であり、それほど大きくないことが分かる。さらに、背面空洞が $\sigma_{\theta\theta(z)}$ に及ぼす影響は、背面空洞がある範囲に限定されており、背面空洞がない箇所にはほとんど影響が及ばないことが分かる。

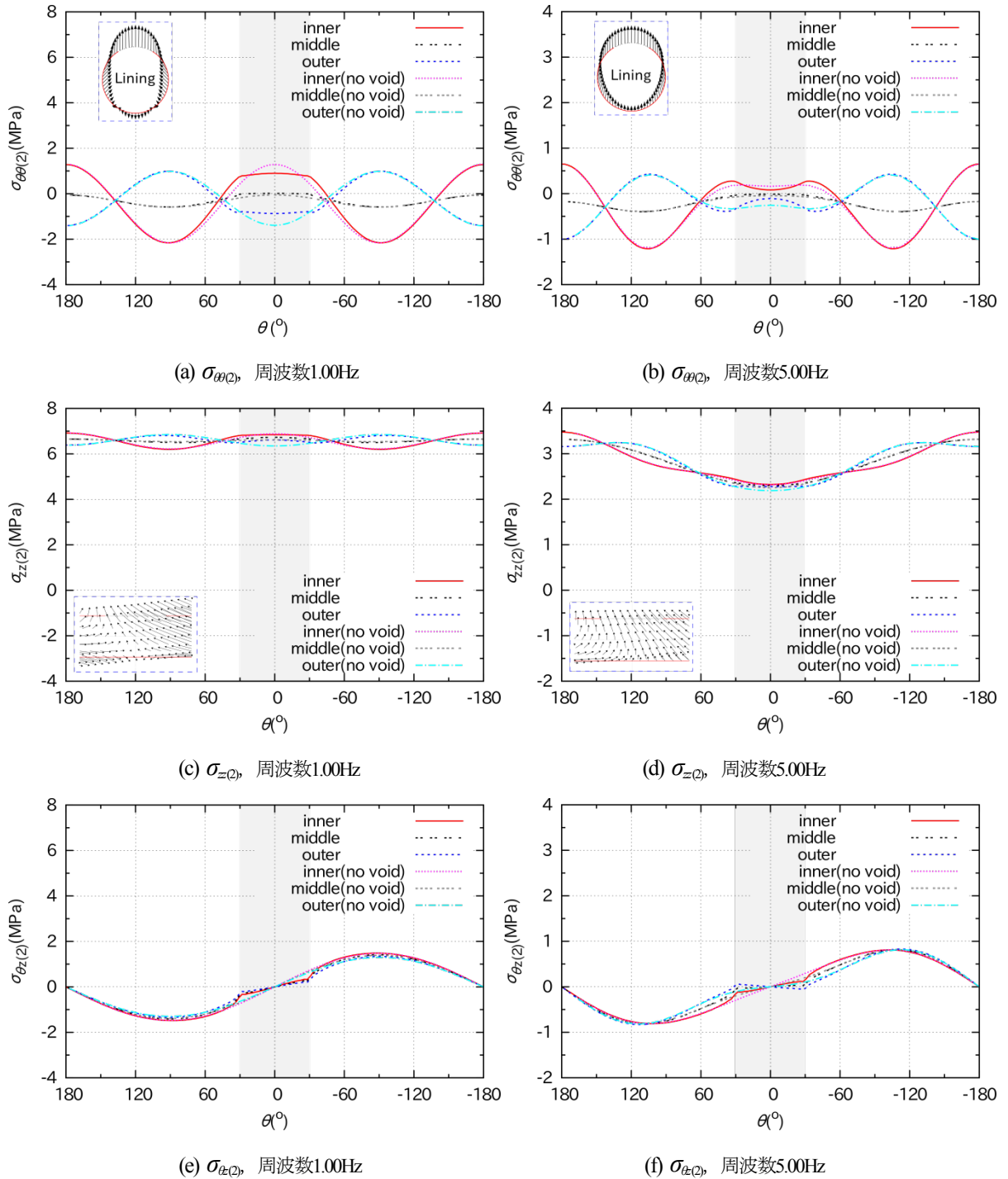


図-5 覆工内壁面に生じる周応力が最大となった時刻における覆工内の応力の分布 (S_2 波入射, $z=0$ の横断面)

(3) S_2 波が入射する場合

次に, S_2 波, つまり, トンネル軸を含む面内に変位成分をもつS波が入射した場合の応答について考察する. 図-5は覆工内壁面に生じる周応力が最大となった時刻における覆工内の応力の分布を示したものである. この場合では, 覆工内では $\sigma_{zz(2)}$ が卓越すること, また, その応力分布は位置 θ であまり変化していないことから, 0次の変形モード(軸伸縮変形モード)が卓越していることが分かる.

背面空洞による影響についてみると, $\sigma_{\theta\theta(2)}$ や $\sigma_{\theta z(2)}$ では, 背面空洞がある箇所付近で若干の影響が見られるが, $\sigma_{zz(2)}$ では, ほとんど影響がみられない.

0次の軸伸縮変形モードによって生じる切り欠き地盤変位 $u_{(1)}^g$ は, 軸方向の変位が卓越しており, 半径方向の変位はほとんど生じていない⁹⁾. つまり, 0次の変形モードでは, もともと, 地盤から半径方向の拘束をあまり受けていない. そのため, $\sigma_{zz(2)}$ の値は圧縮試験とは違い, 側面の拘束条件の影響をあまり受けなかったと考えられる.

4. まとめ

本研究では、背面空洞を有する円形トンネルに地震波が斜めに入射する問題を3次元弾性波動論を用いて解き、その結果をもとに、背面空洞がトンネルの地震時応答に及ぼす影響について考察した。その結果として、S波が円形トンネルに対して斜めに入射する場合では、背面空洞が存在しても、覆工に生じる応力状態はあまり変化しないということが明らかとなった。したがって、地震被害への対策としては、背面空洞により地震前に覆工に生じた応力集中が山岳トンネルの地震被害と関連している可能性が高いので、地震前に大きな応力集中が生じている箇所を補強することが効果的となる。

参考文献

- 1) 朝倉俊弘, 志波由紀夫, 松岡茂, 大矢敏雄, 野城一栄: 山岳トンネルの地震被害とそのメカニズム, 土木学会論文集, No.659/III-52, pp.27-38, 2000.
- 2) Yasuda, N., Tsukada, K. and Asakura, T.: Stress analysis of circular tunnel with void behind the lining, *Proc. of 8th Asian Rock Mechanics Symposium*, CD-ROM, 2014.
- 3) Mow, C. and Pao, Y.: *the diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations*, Rand Corporation, 1971.
- 4) Flügge, W.: *Stress in Shells*, Berlin and New York: Springer-Verlag, 1973.
- 5) 保田尚俊, 塚田和彦, 朝倉俊弘: 円筒地中構造物に生じる地震時軸方向変形の応答変位法を用いた評価に関する波動論的考察, 土木学会論文集A1(構造・地震工学), Vo.70, No.2, pp.306-318, 2014.

(2015. 8. 7 受付)

SEISMIC RESPONSE OF MOUNTAIN TUNNEL WITH A VOID

Naotoshi YASUDA, Kazuhiko TSUKADA and Toshihiro ASAKURA

Seismic response of circular tunnel with a void under the oblique-incidence of seismic wave was derived to consider the influence of the void for stress state of the lining. These solutions are based on elastodynamics and derived from the solution method which combine sub-structure method and point-matching method. As a result of that, these solutions show that a void causes little changes to the stress state of the lining under the oblique-incidence of shear waves. Therefore, reinforcements of the lining where large stress concentration is occurred before earthquake are the effective countermeasures for earthquake because it is likely that there are correlations between large stress concentration of the lining before earthquake and seismic damage of the mountain tunnel.