

ダイラタンシーを考えたトンネル解析

福島啓一

正会員 技術士 博士(工学)(〒270-1163 我孫子市久寺家1-23-8)

E-mail:fukushima.keiichi@jcom.home.ne.jp

トンネル解析は従来連続体力学に基づいて行われていたが、現実の現象を十分説明出来なかった。粉粒体力学、とくにダイラタンシーとそれに伴う間隙水の移動、有効圧の変化とそれによる強度変化を取り入れることで、従来良く説明出来なかった現象を解析できるようになった。

Key words:statics of granular materials, tunnel statics, powder technology, dilatancy, effective pressure

1. はじめに

構造力学はガリレオの梁の研究に始まり、骨組みの力学、フックの法則を基本とする弾性体力学として発達した。その後降伏後の挙動を取り入れた塑性体力学も研究された。トンネルに対する力学的取り扱いも同じ道をたどったが、この他にすべり面での力のつり合いを考える方法も取りいれられている。これらは連続体の力学と一括りにすることもできる。

固体ではあるが連続体の力学が適用できないものとして、粉粒体の挙動がある。初めてこれに注目したのは電磁気学の創始者として有名なマイケル・ファラデー (Faraday, 1791~1867) であるという。粉粒体の特色としては変形にともなう体積膨張(ダイラタンシー)があるが、これは1885年にレイノルズ (Osborne Reynolds) により発見された。粉粒体が水で飽和しているとき、体積ダイラタンシーが起きると一瞬水が引き乾いたように見える。トンネルを囲む地山の挙動にはこのような粉粒体の性質を持っている部分があるが、従来このような考えでトンネルの挙動を解析した例はないようである。よって粉粒体の力学を取り入れたトンネル解析を試みる。

2. 粉粒体の性質

圧縮に強いが、引張りに弱い(ほとんどゼロ)、堆積、締固めにより密度や強度が上がる。緩める(ゆ

るむ)と体積が増える、強度は下がる。連続体のフックの法則では、せん断変形により体積は変化しないが、粉粒体はせん断変形により体積が増えることも、減ることもある(正負のダイラタンシー、粒子の配列換えにより、体積が増減するため)。粒子の配列替えが容易に起きる。振動に弱い。ブラジルナッツ効果(比重にあまり関係なく寸法の大きなものが上に浮く。斜面崩壊の時根無岩が浮上ってくる)など変わった現象が起きる。

固体、液体、気体に相当する状態がある(流動、浮遊)。固体では、弾性変形と塑性変形に相当する変形状態がある。

粉粒体は球形の粒子の集まりだけでなく、表面の粗い粒子、角張った粒子、粒子間に気体、さらさらしたまたは粘っこい液体があったり、粒子間がかなり固着していたりといろいろのものがある。地山、岩石は粒子間が長年の続成作用で固着しているので一般の粉粒体よりもさらに複雑な性質を示す。空隙の多い軟岩や割れ目のある岩盤も粉粒体に似た性質があり粉粒体工学を利用できる。

粉粒体の代表として同じ径の剛体球が詰まったものを考えると立方配列、正斜方配列などの配列があり、充填率は0.52から0.74まで、空隙率は48%から26%まで変化する。このため容積が変化するのがダイラタンシーの原因である。この球が詰まった間に水などの液体があると現象は更に複雑になる。

『1885 年に出版された論文でReynolds は「稠密に充填されしなやかな袋に入れられた粉粒体は袋が変形する際に必ず体積が増える。袋が変形できるも

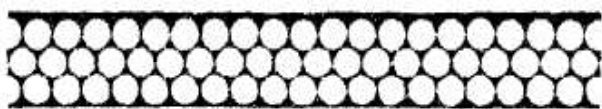
のであっても伸縮性がない場合には加えた力によって袋が破れてしまうか粉粒体の粒子が壊れてしまうまでどんな変形も不可能である」と観察結果を報告している。この観察結果は今なお粉粒体の物理の最も重要な原理の一つであり続けReynoldsの膨張の原理(dilatancy principle)として知られるようになった。それは次に述べるような簡単な実験にも見られる現象である。濡れた砂浜を歩くと足跡のまわりが乾いて見えるのに気づいている人も多いだろう。この現象は膨張の原理で説明できる。すなわち足が地面を押えつくと砂は局所的に体積を増やして変形しそのため間隙が増えて、それが表面の水を吸い込むためまわりが乾いたかのような錯覚を与えるのである。強調すべきことはReynoldsの原理の前提、とくに粉粒体が「稠密に充填されている」という条件は絶対に欠かせない、忘れてはならないことである¹⁾。

『海岸を走ろうとすると、乾いた砂浜(たとえば砂丘)と、波打ちぎわとどちらが走りやすいか、経験している人もあると思うが、ぬれた波打ちぎわのほうがはるかにかたくて走りやすい、かわいた砂浜はザクザク足が埋まって走りにくい。

いま、わざわざ「波打ちぎわ」といった、乾いた砂浜も、また水のなかの砂地も、どちらもやわらかくて歩きにくい、ちょうど砂の表面に水がにじみでているか、いないかの境目のところ、つまり「波打ちぎわ」が一番手ごたえ——いや足ごたえ(?)があって歩きやすいのはなぜだろう。

波打ちぎわを歩くときに足もとにどんな変化が起こるか、グッと急に、強く踏むと、その瞬間砂地が急にかたくなると同時に、踏みつけている足のまわりからスッと水がひく、つまり一瞬砂地が「乾いた」ようになる、これはなぜか?……………

波打ちぎわを歩くと、足で踏みつけたところだけ



(a)自然のままの砂地(水が表面に出ている)

(b)急に強く踏みつけられた砂地(水が内部へ吸いこまれる)

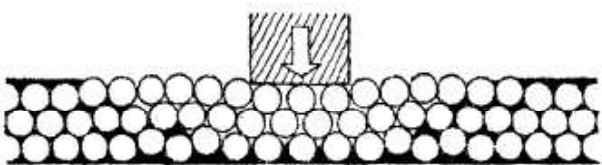


図1 波うちぎわの砂地を踏んだときの変化

急に水がひいてかたくなる。急に水がひいて、砂地はかたくなり、割れ目がついてこわれる。液体を吸った固体の粉末が示すダイラタンシー現象である。

波打ちぎわの砂地は足でゆっくり押したり、手でゆっくりかきまぜると静かに動き(「流れ」)、液体のような性質を示す、しかし砂浜を急にギュッと踏みつけて強い力を加えると、ギッシリつまった球の配列がゆがめられて乱れる、配列が乱れると、前よりも隙間の多い構造になる、

「踏みつけると隙間が多くなる」というのはちょっとわかりにくい、かえってギッシリつまるような気もする、普通の固体なら上から押したら少し縮むが、横に膨らむ、横に膨らむ量は縦に縮むのに比べて少ない、砂などの粉粒体では横に膨らむ量の方が大きい、そのため隙間を埋めていた水では足りなくなり、乾いたように見える。

それではまったく乾いた砂、たとえば砂丘を歩くときひどく歩きにくいのに、海岸の砂浜はなぜ楽に歩けるし、自動車が走ることさえできるのはなぜだろうか、砂の間に僅かにある水に働く表面張力で砂粒が結びつけられているからである、……………

ところが粉末の粒子が丸くなくて角ばっていたり、粒子の表面のすべりが悪かったり、粘っこいものがついていたりすると、密な構造にならず、網構造、房構造というもっと空隙の多い配列になる、この場合は力を加えると密な構造になり、体積が減る、これは負のダイラタンシーで地震の時に液状化被害を起こしたりする²⁾』。

砂がかたくなる現象は急に強い力で踏んだ時だけのことである、何秒かたてば砂の粒子は水が流れてきて元と同じになる、砂、片栗粉、塗料、化粧品などの奇妙な挙動はダイラタンシーの例として子供向けの物理実験にも良く用いられる。これは主に水の存在により載荷速度を速くすると液体状から急速に固体状に変化するのを利用している。トンネル周辺の地山でも似たような現象が起こるはずである。

3. 地山の性質

地山には硬岩から軟岩、土砂までいろいろあるが割れ目のない硬岩は連続体、弾性体と考えてもほぼ正しい。しかし割れ目の多い硬岩や軟岩は空隙が大きく、粉粒体としての性質を持ち、主に鋼材を取り扱うために発達した弾性力学、連続体力学では正しく解析することが難しい。

軟岩の代表、堆積岩は砂、泥などが気中、水中に堆積し、上載荷重により粒子が圧密されあるいは配列が変わり(立方配列→最密配列)、空隙率が減り、

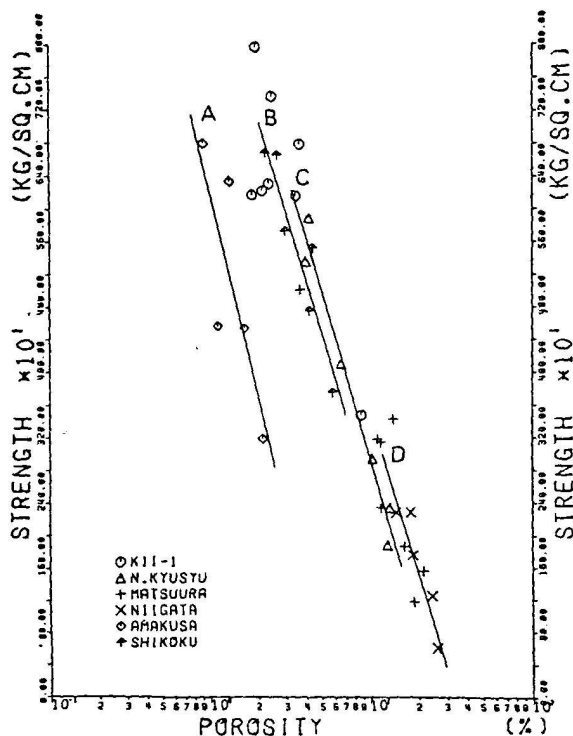


図2 砂岩の空隙と強度(拘束圧1000kg/cm²)の関係³⁾

強度が増してくる。さらに荷重が増すと粒子がつぶれ接触面が増すし空隙が減り、強度が増す。続成作用により粒子の接触部が補強される。星野³⁾はこの進行をⅠ～Ⅲ段階(更に7段階に細分)に分け説明している。空隙率と埋没深度の間にはアーシの式が成り立つ³⁾。

$$n_z = n_0 \cdot e^{-c \cdot z} \quad (1)$$

ここに z :埋没深度, n_z :深さ z 地点の空隙率, c, n_0 :定数, 間隙比 $e = V_v/V_s$, 空隙率 $n = V_v/V = e/(1+e)$ 。

埋没深度と上載荷重はほぼ比例し、そのため空隙率 n と強度 S の間には似たような式が成り立つ。(A, bは定数)。

$$n = A e^{-b \cdot s} \quad (2)$$

鋼球などを箱に詰めると、最密構造に近い並び方になるが、泥混じりの砂などは沈澱するとき最密構造(空隙率26%)にならず、もっと空隙が多くなる。

『濃厚溶液では分散粒子が互いに接近、接触するために粒子間の相互作用が主役となる。粒子の凝集力が強いと低濃度でも足場構造(scaffolding structure)をつくるし、高分子電解質のように非常にひろがり、かつ鎖上に活性点を多数にもつものではやはり低濃度で構造をつくる(図3 参照)』。⁴⁾

液状化を起こすような砂地盤は足場構造になっているし、軟岩もこのような構造のまま固化して大きな空隙率を持っている。

空隙率が大い(高い,30%以上)堆積岩は粘性～延

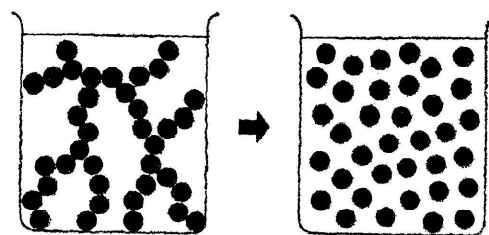


図3 骨組み構造と懸濁状態

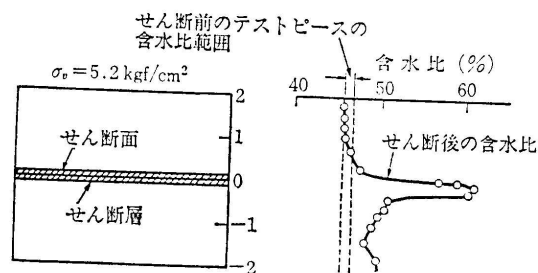


図4 セン断試験後の試験片の含水比⁵⁾

性挙動を示す。空隙率が低い軟岩(泥岩では30%以下)は脆性的破壊をする。この境界は拘束圧により変わり拘束圧が高いと延性的になる。

空隙率の高い軟岩はせん断破壊にともない体積が減り(負のダイラタンシー)。空隙率が低い(少ない)岩は体積が膨張し(正のダイラタンシー)、強度増加(膨張硬化, dilatancy hardening)を起こす。

負のダイラタンシーにより体積が減ると水が滲み出してくる。これは地震時に砂地盤で起きる液状化現象と同じである。仲野⁵⁾は軟岩のせん断実験時に含水率がせん断面付近で増えることを示している(図4)。これに類する現象は多くの現場で観察されている。このため誤って水が原因で地山が膨張すると解釈されてきた。

4. 従来のトンネル力学の解析

密度 γ 、深さ h 、 $p_0 = \gamma g h$ の等方応力を受けている地山内に半径 a の円形トンネルを掘ると、トンネル中心から r だけ離れた地山内には

$$\sigma_r = p_0 - (p_0 - p_i)(a^2/r^2) \quad (3)$$

$$\sigma_t = p_0 + (p_0 - p_i)(a^2/r^2) \quad (4)$$

の応力が働く。トンネル周壁上($r=a$)には

$\sigma_t = 2\gamma g h$ の接線応力が生じる(g :重力の加速度)。この応力が地山の軸圧縮強度より小さければトンネルは支保がなくても弾性状態で安定する(応力は圧縮を正とする)。支保工で p_i の力で抵抗すれば、 $\sigma_t = 2\gamma g h - p_i$ になり、もう少し被りが大きくても安定する。この時地山内空面は

$$u = \int \varepsilon dr = \{(1+\nu)/E\}(p_o - p_i)a \quad (5)$$

だけ押し出す(トンネル掘削前の変形は除く)。

支保工として厚さ t 、強度 σ_c の吹付けコンクリートを施工するものとすれば、支保工の強度 p_i は

$$p_i = T/r = \sigma_c \cdot t/r \quad (6)$$

支保工として半径の5%厚さ(半径3mに対し15cm)、強度 $\sigma_c=30\text{MPa}$ の吹付けコンクリートを施工したとして、 $p_i=30 \times 15/300=1.5\text{MPa}$ の抵抗力しか無い。鋼材(H鋼、アンカーなど)を入れる、高強度のコンクリートを施工するなどしても支保工で抵抗できるのは 2.0MPa ($\approx 200\text{t/m}^2$)程度までであろう。したがって被りが大きく、強度の弱い地山内にトンネルを掘るとき、地山を弾性状態に保つことは無理である。

地山強度 qu が $2\gamma gh$ よりうんと小さければトンネルの周囲は半径 R の所まで塑性状態になり、塑性状態の地山でかなりの大きさの土圧を負担することになる。地山の強度定数を $s=qu=2c/(1-\cos\phi)$ 、 $m=2\sin\phi/(1-\sin\phi)$ で表し、塑性域内の応力はモール・クーロンの強度則 $\sigma_i=s+(m+1)\sigma_r$ に従う、塑性域内では力のつり合い $\sigma_r+r d\sigma_r/dr=\sigma_i$ が成り立つとすると、塑性域内の応力は

$$\sigma_r = -s/m + (p_i + s/m)(r/a)^m \quad (7)$$

$$\sigma_i = -s/m + (m+1)(p_i + s/m)(r/a)^m \quad (8)$$

となる。弾塑性境界では $\sigma_r + \sigma_i = 2p_o$ であるから、弾塑性境界 R の応力 σ_R は弾性状態の時の支保の必要抵抗力と同じで

$$\sigma_R = (2p_o - s)/(m+2) \quad (9)$$

である。塑性域の範囲 R は

$$R = a [2/(m+2)] [(p_o + s/m)/(p_i + s/m)] \quad (10)$$

となる。この時弾塑性境界は

$$\Delta R = [(1+\nu)/E] R [m/(m+2)] (p_o + s/m) \quad (11)$$

だけ押し出す。 $m=1$ ($\phi=0$)の時は

$$\Delta R = (1+\nu) R s / 2E$$

塑性域で体積変化がないものとする、内空面は

$$\Delta a = \Delta R \cdot R/a \quad (12)$$

だけ押し出す(Δa :内空変位)。したがって

$$\Delta a = (R^2/a) [(1+\nu)m/E(m+2)] (p_o + s/m) \quad (13)$$

となり内空変位は R の二乗に比例することが分かる。

多少説明を端折ると、このとき地山内の応力分布は図5のようになり、塑性半径 R が増えるほど内空変位は増加し、支保工に働く応力(力)は小さくなる。内空の押し出しは R^2 の増大に比例して増える。この関係を図6に示す。この図を地山応答曲線とか、Fenner-Pacher曲線とかいう。支保工の変位と支保工に働く力は比例するので、これも同図に書き込むと、交点でトンネルが安定する時の支保工反力と内空変

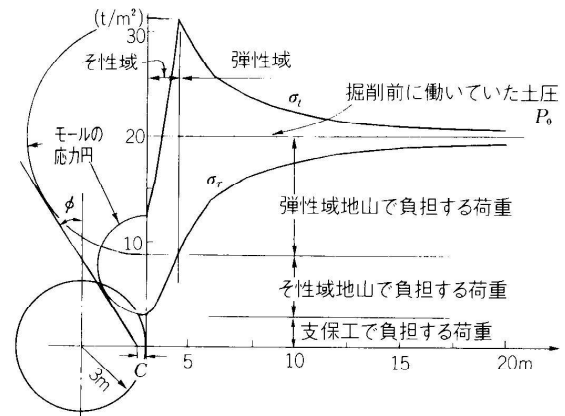


図5 地山内の応力分布、変位の分布

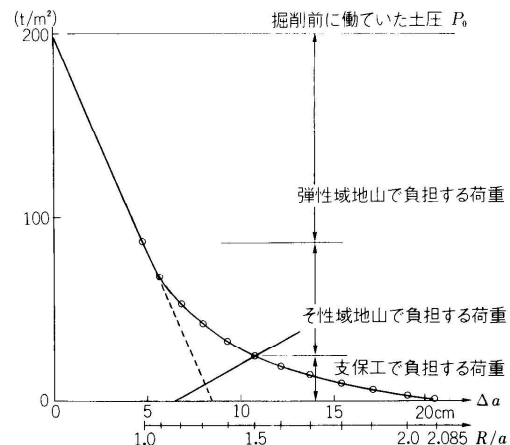


図6 Fenner-Pacher曲線

位量を求めることができる。

以上の考察、式で地山内の応力 γgh (土被り圧力)を弾性地山、塑性地山、支保工で分担して支持することが分かる。Fennerは塑性域内では全圧縮応力が減るので式(13)よりさらに内空変位が増えるとした。相関流れ則という考えではさらに体積膨張が増えることになる。

塑性域の強度を利用するためには、内空変位を大きくする必要があるが、吹付けコンクリートの剛性を小さくすることは難しい。そのような場合には隙間を空けた支保工を施工する必要があるとFennerは論じた。

トンネル壁面が押出してくる例は多い。その原因は、上記のような力学的なメカニズムが原因とする説と、モンモリロナイトなどの吸水膨張説、両者を折衷した説などがある。一例として仲野⁴⁾は、「……トンネル周辺に塑性域が発生すると、この範囲は破壊時における体積増加によってゆるむうえ、無数の亀裂面が生ずるため水がこの部分に集中しやすくなる。この場合の地下水は必ずしも一定の地下水面を持つ一様に存在する地下水ではなく、地山中の水みちを通して移動しているものである場合が多

い。また地下水はほとんど存在しなくても新第三紀層の粘土性岩のようにポーラスで含水比が比較的高い岩の場合は、岩の試料の圧縮試験の際ヒズミの進行につれ、その側面に汗をかいたように水がしみ出してくる(これは実際のトンネルにおいても応力集中の生じている切端や側壁において観察される)ことから、亀裂面に向かってそのごく近くの岩からの水、すなわち空隙中にゆるく保持されている水の移動があるものと推定され、これも軟弱化に相当の寄与をするものと考えられる。」としている。この説明はおかしくて(後で説明する)、負のダイラタンシーによるものであろう。

5. 粉粒体工学を取り入れた考察

上記の従来の考察では、塑性状態になった地山の体積は変わらないか、全圧縮応力が減る分、または相関流れ則に応じて僅かに増えるとしている。しかし、空隙率の多い軟岩ではせん断変形にともない最初は(粒子が乗り越えるために)多少体積が増えるが、次ぎには空隙率が限界空隙率より大きいのか、小さいかにより体積が減る、または増える。体積が増えると塑性半径 R が同じでも上記の(13)式で計算したものより内空変位はさらに増える。逆に体積が減ると、変位は(13)式より減ると考えられる。多くの現場で観察されているように、空隙にあった水が絞り出されてしみ出してくる。泥岩などでは水があると(含水量が増えると)強度が減る⁶⁾。しかし別の現象もある。試験体に比べ実物のトンネルは大きいので、透水経路が長く、透水係数が小さい泥岩などに対してはかなりの急速載荷、非排水試験に当たる。そのため水がしみ出し間隙水圧 u_w が増し、有効拘束圧 σ_3 が減る。土、岩の強度はクーロン則で表されるが、Terzaghi⁸⁾は間隙水圧がある時は、有効拘束圧が減り、強度が減るとした。これを修正クーロン則と呼ぶ。

$$\sigma_s = c + (p - u_w) \tan \phi \quad (14)$$

間隙水圧 u_w は当初(平時)は地下水面からの水頭分 $\gamma_w gh$ である。地震時の液状化現象では負のダイラタンシーに伴い上載荷重をすべて水で負担することになるので、間隙水圧は $u_w = \gamma_w gh$ になる。このため $p - u_w$ がゼロないしマイナスになり砂は液状化して大きな災害を起こす。 $(\gamma_w$:水の密度、 γ_s :地山の密度)。

トンネルの掘削が水の移動に比べ急激に行われると(透水係数の小さい泥岩などではそうなる)、岩石の場合も間隙水圧は $\gamma_w gh$ に急上昇する。すき間に水圧 u_w がかかれれば破壊面に働く見かけ上の圧力は

$p - u_w$ に減少する。したがって、せん断破壊応力も減小する。もし u_w が p に等しくなれば $\sigma_3 = 2c$ となってせん断破壊強度は常圧下(地表面近く)と変わらなくなりせん断破壊が容易に起こるようになる。いわば水が潤滑材の役目をしてせん断破壊、脆性破壊を起こしやすくするわけである。この考えはまず地震学の分野で研究された。当時深い所では拘束圧が高く岩石は延性降伏を起こすはずであるのに、地震の時は脆性破壊が起きるのでおかしいと思われていた疑問がこの考えを入れて解けた訳である(Handin et al, 1963)。

この考えは実験的にも確かめられたが(Brace and Martine, 1968)、偶然にもアメリカのコロラド州デンバー市郊外で起こった廃液圧入事件によってさらに現実的なものとなった。

1962年のことであるがデンバー市の郊外にある軍需工場が多量の汚染された水の処分に困り3 800mの深井戸を掘って地下にこの廃液を圧入した。ところがまったく地震活動がなかったこの付近に小さな地震が群発しはじめ民家の壁にひびが入るなど軽い被害がではじめた。調査したところ毎月の地震回数と廃液の圧入量とが比例していることがわかり原因は廃液の圧入らしいということになった。そこで地震計を据えてくわしく調べた結果地震は深井戸の近くのごく狭い範囲で起こっていることがわかった。

そこでこの地震を調査したダビッド・エバンス(Evans, 1966)は次のような発表を行なった。「地震はこの地域に既に貯えられていた地殻のひずみが解放されることによって起こったのだが、水の圧入はそれを起こす引き金の作用をした」^{8) 9)}。ダム貯水による地震の発生もいくつか報告されている。

仲野⁵⁾の報告にあるようにトンネルでも水がしみ出してくるのが見られているが、地震と同じ現象(強度低下)が起こっていて、これがトンネルで起こる押出しに関係していると考えられる。

粉粒体は塑性域に入ると体積膨張または収縮するほか、密度、強度なども変わる。砂についてのこの間の研究を次ぎに紹介するが、原理的には粘土にも岩石にも通用する。

砂をせん断してゆくと(以下はせん断試験の場合で考える)、まず弾性変形する。力と変形はほぼ比例し、体積変化はほぼゼロである。ピーク強度を過ぎると強度は落ち始め、体積膨張を起こしながら変形が進行する。やがて体積変化を起こさない限界状態に達する。その後は力を加えても、体積変化も、強度低下もなく、変形が進行する。この状態を限界状態という。ピーク強度を ϕ' 、限界状態の強度を ϕ_{crit}' (砂の強度は ϕ' で表す、つまり $c = 0$)、膨

張角を ϕ とすると(膨張角 ϕ は、

$$\tan \phi = -\frac{d \varepsilon_y}{d \gamma_{yz}} = \frac{dy}{dz} \quad (15)$$

で表す), Bolton¹²⁾は、

$$\phi' = \phi'_{crit} + 0.8 \phi \quad (16)$$

になるとした。またBoltonは、相対密度 I_b を次のように定義し、

$$I_b = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \quad (17)$$

(ここに e_{max} は乾燥砂を入れた容器を素早く逆さまにしたときの下に溜まった砂の空隙率、 e_{min} は十分に締固めたときの空隙率である)。相対ダイラタンシ係数 I_R 、ダイラタンシー角 ϕ を求める式を提案した。ダイラタンシー率(膨張角、単位は度)は相対密度 I_b にほぼ比例するが、有効圧力 p (せん断面に働く圧力)の対数が大きくなると小さくなる。ダイラタンシー度は $I_R = I_b(A - \ln p) - B$ になると考えられた。常数 A は石英や長石では10、チョークでは5.5など、 B は常に1となる。

$$I_R = I_b(10 - \ln p) - 1 \quad (18)$$

$$\phi_{max} = 6.25 I_R \text{ (せん断試験)} \quad (19)$$

$$\phi_{max} = 3 I_R \text{ (3軸圧縮試験)} \quad (20)$$

空隙率と強度も関係があるが、示されていない、(岩の場合は式2、図2)。Boltonの集めた実験データはダイラタンシーがプラスの場合だけであるが、マイナスの場合も式は成り立つと考えられる。

Wroth(ロス)¹⁴⁾も同じ趣旨で、多少違う式を示している。これらの式を使えば変形に伴う強度、密度、膨張を計算することができる。岩石でも同じ関係があるはずであるが未だ詳しい研究がみあたらなかった。

6. 粉粒体工学を取り入れたトンネル解析

地下水圧が急上昇して、有効圧が減ると地山強度は修正クーロン則に従い低下する。しかし(14)式はモールの式を利用して次のように修正すべきである。

$$\sigma_t - u_w = s + (m+1)(\sigma_r - u_w) \quad (21)$$

弾塑性境界では $\sigma_r + \sigma_t = 2p_o$ であるから(9)式の代わりに

$$\sigma_r = (2p_o - s + m u_w) / (m+2) \quad (22)$$

$$\sigma_t = [2p_o(m+1) + s - m u_w] / (m+2) \quad (23)$$

u_w が σ_r より大きくなったときは $u_w = \sigma_r$ として

$$\sigma_r = p_o - s/2 \quad (24)$$

$$\sigma_t = p_o + s/2 \quad (25)$$

応力の釣合式 $\sigma_r + r \sigma_t / dr = \sigma_t$ と修正クーロンの式(21)を組み合わせて

$$\sigma_r + r d\sigma_r / dr = s + (m+1)\sigma_r - m u_w \quad (26)$$

$$\frac{dr}{r} = \frac{1}{m} \cdot \frac{d\sigma_r}{\sigma_r + s/m - u_w} \quad (27)$$

積分して

$$\ln r = (1/m) \ln(\sigma_r + s/m - u_w) + A \quad (28)$$

これより塑性域内の応力は

$$\sigma_r = -s/m + [\sigma_r + s/m - u_w](r/R)^m \quad (29)$$

$$\sigma_t = -s/m + (m+1)[\sigma_r + s/m - u_w](r/R)^m \quad (30)$$

$u_w > \sigma_r$ の時は $u_w = \sigma_r$ とする、塑性域内の応力は

$$\sigma_r = \sigma_R - s \ln(R/r) \quad (31)$$

$$\sigma_t = \sigma_R - s \ln(R/r) + s \quad (32)$$

ここに地下水圧は負のダイラタンシーで瞬間的に上昇したときはその値をとる。 σ_r が弾塑性境界の応力 σ_R と等しくなる点で R が求められる。

弾塑性境界の変位 ΔR (掘削前の変位を除く)は

$$\Delta R = [(1+\nu)/E] \cdot (p_o - p_i)R \quad \text{だから}$$

$$\Delta R = -R[(1+\nu)m/E(m+2)][p_o + s/m - u_w] \quad (33)$$

$u_w \geq \sigma_R$ の時は

$$\Delta R = R(1+\nu)s/2E \quad (34)$$

弾塑性境界 R が ΔR だけ変位すると、内空 a は Δa だけ変位する。ダイラタンシー率(増加を+)を β とすると、環状部の体積は $1+\beta$ 倍になるので、トンネル中心に向かう変位を+で表せば

$$(R^2 - a^2)\pi(1+\beta) = [(R - \Delta R)^2 - (a - \Delta a)^2]\pi \quad (35)$$

$$\Delta a = a \pm \sqrt{a^2 - \beta(R^2 - a^2) - 2R\Delta R + \Delta R^2} \quad (36)$$

これより、 ΔR が分かれば Δa を求めることができる。こうして求めた地山の変位曲線と支保工の変位曲線の交点が安定点になる。

軟岩では β がマイナスになることが多い。 β がマイナスで、体積が減ると、一見押出しが減ると思われるが、弾塑性境界 R が大きくなるために、内空の押出し Δa は増えて、見かけ上地山が膨張するように見える。地山が押出してきてトンネル支保が壊れる。これが膨張性地山と従来いわれてきたものの実態ではなかろうか。

粒子の並び替えにより密度が増えると強度は増えるはずである。盛土の締固めでは強度の代わりに相対密度で品質管理をすることが多い。軟岩の場合も空隙が減ると強度が増えるのが星野の図³⁾から推定できる。

過剰水圧で強度低下した地山も、負のダイラタンシーで密度が増え、施工後時間が経つと過剰間隙水圧も低減し、有効応力も元に戻り、いったん下がった強度は元の地山以上に大きくなる。地山の押出し、支保の変形などでさんざん手こずったトンネルが、縫返しのために一時的に無支保になってもまったく安全で、崩れる気配もないことは多くの報告があるところであるが、その理由は施工中の負のダイラタンシー、間隙水圧の増加による強度低下、粒子配列

の変更による密度増加，施工後に過剰間隙水圧がなくなることによる強度増加である。

(1)計算例

トンネルを掘ると，ダイラタンシーのため水が滲み出して，塑性域内の有効拘束圧が減るので三軸圧縮強度が減り，塑性域の半径Rが増える．その結果押し出し量 u_R が増える．

弾性率 $E=150\text{MPa}$ ，ポアソン比 $\nu=0.3$ ，体積弾性率 $B=71.4\text{MPa}$ ，被り $h=100\text{m}$ ，一軸圧縮強度 $q_u=1.5\text{MPa}$ ， $\phi=20^\circ$ ， $c=0.525\text{MPa}$ ，土の湿潤密度 $\gamma_t=2100\text{kg/m}^3$ の所に半径3.0mのトンネルを掘る場合について計算する． $p_o=\gamma gh\approx 2.1\text{MPa}$ ，空隙率 $n=v_v/v=0.3/1.0=0.3$ 空隙比 $e=v_v/v_s=0.3/0.7=0.4285$ ，含水比 $w_n=W_w/W_s=240/1860=0.129$ ，飽和度 $S=V_w/V_v=0.24/0.27=88.8\%$ ，土の乾燥密度 γ_d は $1,860\text{kg/m}^3$ ，土粒子の密度 $G=2550\text{kg/m}^3$ ， 1m^3 の土の中の土粒子の容積 V_s は 0.73m^3 ，

	容積	×	密度	=	重量
土	$V_s=0.73$	×	2550	=	1 860kg
水	$V_w=0.24$	×	1000	=	240
空気	$V_a=0.03$	×	0	=	0
計	1.00	×	2,100	=	2 100

負のダイラタンシー $\beta=-0.03$ により 1.0m^3 の土が 0.945m^3 以下に変化すると飽和度は100%を超え，水が滲み出してくる．ただし全圧力が 6.3MPa から約 24MPa に減るため体積弾性率により体積が約3.3%減るため， $\beta=0.01$ として計算した．

当初地下水圧は $p=\gamma_w gh\approx 1.0\text{MPa}$ だったものが，被り圧 $\gamma_t h$ をすべて負担して， 2.1MPa になる．これは，この付近の地山の拘束圧力 σ_r より大きいので，有効拘束圧力はゼロになる．このため内部摩擦角 ϕ がゼロになったのと同じ効果が出る．このため，塑性域は拡がり，内空面の押し出し量は増える．

塑性域内の応力分布で図3では(弾索性計算では) σ_r と σ_t の差が内空から奥に入ると大きくなるが，図6の負のダイラタンシーの場合は有効拘束圧がゼロになり， σ_r と σ_t が平行になり，このため塑性域の半径Rが大きくなることが分かる．

過剰間隙水圧	あり	なし
	弾塑性	負のダイラタンシー
R	4.5m	6.5m
u_R	7.09cm	16.67cm
P_i	$\approx 0.1\text{MPa}(10\text{t/m}^2)$	$\approx 0.1\text{MPa}(10\text{t/m}^2)$

塑性域はダイラタンシーで2%体積が減るが，応力が 6.3MPa から 5.2MPa に減るので体積弾性率により3%膨張する．押し出し量は弾性域では $1/r$ に比例する

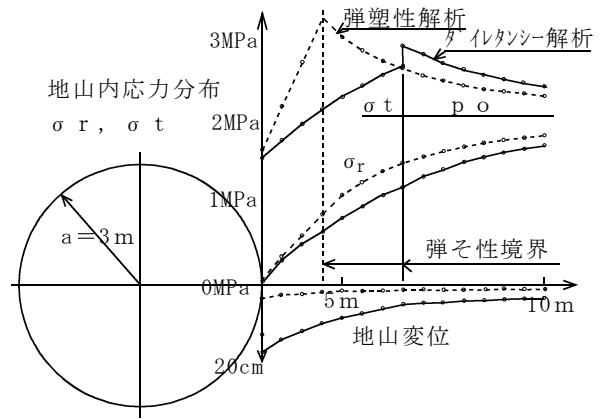


図7 地山内の応力分布(負のダイラタンシー)

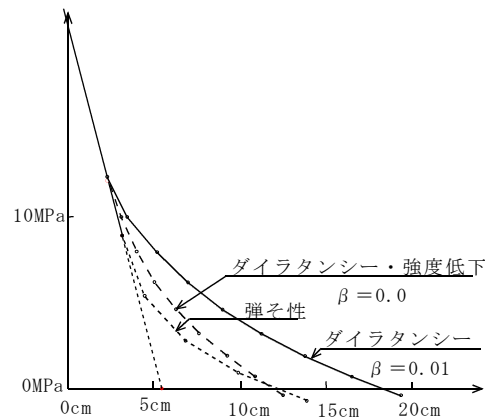


図8 地山応答曲線(負のダイラタンシー)

が，塑性域ではほぼ $1/r^2$ に比例する．したがって塑性域Rが大きくなると急に内空変形量が増える．

データ不足で詳しい計算ができないが，施工後時間がたつと地山内の間隙水圧は低下し(トンネル内空ではほぼゼロ，遠ざかるに従い増え， $\gamma_w gh$ に近づく)，このとき地山内の間隙水圧は

$$p = p_o - (Q/2\pi kb)\ln(R/r) \quad (37)$$

になる．地山の強度は過剰間隙水圧が減ったこと，空隙率が減り，密度が増えたことで元の地山より大きくなっている，

今半径3mのトンネルを導坑として，これを半径5mに切拡げるとすると，トンネル周辺の幅約1.5mの地山はこの強度強化した地山になる，また地下水圧も減って有効圧も増えているので，切拡げ作業は当初の掘削に比べ相当に容易になるはずである，これが導坑先進やいなし工法の利点であろう．

7. 終わりに

トンネルが押し出て来るのだから地山が膨張するのにきまっていると考えて水分吸収による地山の膨張を唱える人もいるが，吸水膨張はせいぜい3%位

までである(北岡⁶⁾らの測定では軟岩の乾燥から吸水飽和までの体積膨張は最大で泥岩で2.8%,掘削前の自然状態の岩石が乾燥していて含水率0ということはないから,実際の吸水膨張は2.8%より小さいはずである).半径3mのトンネルの周辺地山が奥行き1mまで5%膨張したとしても,内空は5.9cm押出すという計算にしかない.力学計算を無視するとこれだけしか変形しない.実際の押出しはもっと大きい.

吸水膨張説はこのように現実の大きな押出しを説明できないが,弾塑性計算でも従来十分に説明出来なかった.地山の間隙率が限界間隙率より大きいと,負のダイラテンシーになる.負のダイラテンシーでは間隙水圧が上がり,実効地山強度が減る.このためFennerの式より押出しが大きくなる.

この間隙水圧は時間がたつとなくなるので,強度低下は時間がたつと消え,さらに地山強度は体積が減った分だけ増える.地山の押出しで苦しんだトンネルが縫返しのため巻立てを撤去したらウソのように自立していたという話はよくあるが,これはこのような強度低下と強度回復のためであろう.施工中にもゆるみと再圧密が起こり,微妙な作用をしている.

径の小さい導坑を先行して湧水量を減らしたり,土圧を逃がし免圧するという工法(いなし工法ともいう)や断面分割して掘削する工法は,このような現象(切羽を小さくしてゆるみを小さくする,過剰水圧を小さくする,再圧密を利用する)を利用したものであろう.

塑性域ではフックの法則が成立しないとして,途中でヤング率を変えるなどの計算をする人もいるがこれ位では地山挙動の複雑さに追いつかない.ダイラテンシーを考えることで実際に一步近づくことが出来た.

今後地質調査の時,空隙率,含水率,飽和度等も

調べる,軟岩の範囲は強度で決めず負のダイラテンシー,空隙率で決める,Boltonの式に相当する軟岩に対する実験,研究がなされ,せん断に伴う密度,膨張,強度の変化,透水の計算をFEMなどで時間を追って計算すれば更に正確な計算ができるようになることを希望している.

参考文献

- 1) ジャック・デュラン:粉粒体の物理学——砂と粉と粒子の世界への誘い——,吉岡書店,2002
- 2) 中川鶴太郎:流れる固体,岩波書店,1975
- 3) 星野一男:岩石の物性を支配する地質要因について,第6回岩の力学国内シンポジウム,1984
- 4) 中川鶴太郎,レオロジー,岩波全書,1960
- 5) 仲野良紀:粘土性岩における押し出し性~膨潤性トンネル地圧のメカニズムと実測例,応用地質,1974,10
- 6) 北岡宗洋,遠藤源助,星野一男:軟岩の力学特性に及ぼす水分の影響—特に破壊強度について—,第5回岩の力学国内シンポジウム,1977
- 7) Terzaghi,Peck:土質力学基礎編,丸善,1969
- 8) 萩原尊禮:地震への挑戦——予知のための基礎知識,講談社ブルーバックス,1972
- 9) 地球惑星科学8地殻の形成,第4章 地殻の変形とテクトニクス(嶋本利彦)1997,岩波書店
- 10) 地球惑星科学7地殻の進化,第3章 堆積物・堆積岩・鉱床(徐垣)1997,岩波書店
- 11) M.D.Bolton: The strength and dilatancy of Sands, *Geotechnique*,1985, Vol. 36, No. 1
- 12) G.T.Houlsby: How the dilatancy of soils affects their behaviour. *Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Florence, Italy.*, 28th May 1991

(2013.9.2 受付)

Tunnel mechanics with dilatancy

Keiichi FUKUSHIMA

Tunnel analysis are used to calculate with continuum mechanics. But the ground around the tunnel is not a continuum material like metals or concrete. You are agreeable to apply a powder technology or a granular mechanics for them. The key aspect of granular materials is a dilatancy and coming in and out of pore water after dilatancy. Effective pressure of the pore water, which affects siverely on the strength and the behaviour of materials, changes according to the positive or negative dilatancy of the material. These analysis make clear the behaviour of the ground around the tunnel.