

静的耐震計算法の適用範囲に関する理論的考察

保田 尚俊¹・西藤 潤²・塚田 和彦³・朝倉 俊弘⁴

¹学生会員 京都大学大学院工学研究科 学生 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂C)
E-mail: 694@t05.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

²正会員 京都大学大学院工学研究科 准教授 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂C)

³非会員 京都大学大学院工学研究科 准教授 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂C)

⁴正会員 京都大学大学院工学研究科 教授 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂C)

地震時のトンネルの耐震計算法として応答変位法などの静的耐震法がよく用いられているが、本来は動的な現象である地震動を静的な現象として取り扱うことの妥当性は十分には議論がなされていない。そこで本研究では地盤と覆工が完全に接着しているという仮定のもとで覆工を円形の弾性体リング、地盤を無限に広がる弾性体とみなし2次元弾性論を用いて理論的に考察を行った。その結果地盤のヤング率が覆工のヤング率の100分の1程度以上あるならば静的耐震設計で地震時に覆工に発生する応力を上手く表現できるという結果が得られた。また、考察を行う中で地盤が軟らかい時には覆工の厚さを厚くすることが必ずしもトンネルの耐震性能の向上にはつながらないという結果も得られた。

Key Words : seismic wave, tunnel, elastodynamics, cross-section, elastostatics

1. はじめに

山岳トンネルは一般に安定した地山内にあることにより地表面に比べ地震動が小さく耐震性に富む構造物であるとされている。しかしながら2004年の新潟県中越地震での上越新幹線魚沼トンネルにおける覆工剥落の例に見られるように地震の規模や震源域からの距離および構造条件、地質条件によっては地震被害を受けることがあり¹⁾、一度被害を受けるとその空間的閉鎖性から地表面に比べ復旧に多大な時間を要する。このような背景をうけ地震時の被害を軽減するためにもトンネルの精度のよい耐震計算法が必要とされている。

既存の研究では地震時のトンネルの耐震計算法として応答変位法などの静的耐震設計が提案され、研究や実務においても用いられている。しかし、本来は有限な波長(有限な周波数)である地震波を、波長が無大(周波数が無限小)とみなして静的な現象として扱うということがどの程度許容されるかについて、理論的に詳しく考察されたものは多くない²⁾。そこで本研究では、トンネルを円孔と仮定し覆工を円孔周りにある円形の弾性体リング、地盤を弾性体リング周りの無限に広がる弾性体とし、覆工と地盤の境界面は完全に接着しているという仮定のもとで2次元弾性論を用い、地震波を静的な荷重として扱った場合と動的な波の現象として扱った場合の2つの条件で解析を行った。さらにそれらの理論解を用いて地震時に覆工内側に発生する最大応力が覆工の厚さとどのよ

うな関係を示すかの考察も行った。

2. 解析方法

(1) S波入射に対応する動的解析

地震時のトンネル被害は一般にP波よりもS波によるものが多いと考えられる。そのため、地震波はS波が入射してくるケースのみを考える。以降、円孔の中心を座標の原点とし、図-1にあるように座標系、変数を定義する。

図-1にあるようなトンネル断面に対して鉛直にS波が平面波として入射しその入射波と円孔で散乱をおこした反射波が定常波を作る問題を考える。ここで地盤、覆工は均質等方弾性体を仮定し、体積力が無視できるとする。このとき応力の釣り合い式、応力-ひずみの関係式、変位-ひずみの関係式の3つの式をまとめることによって変位で表わされた運動方程式(navierの式)

$$(\lambda + \mu)\nabla\nabla \cdot \mathbf{u} + \mu\nabla^2 \mathbf{u} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad (1)$$

が導かれる。ここで λ と μ はラメの定数、 $\mathbf{u}$ は変位ベクトルとする。式(1)を満たす変位の一般解は2つのスカラー波動方程式を満たすようなポテンシャル関数を用いて

$$\mathbf{u} = \nabla\phi + \nabla \times (\Psi \mathbf{e}_z) \quad (2)$$

と表わすことで解くことができる^{3), 4)}。ここで $\mathbf{e}_z$ はトン

ネル軸方向の単位ベクトルを表すものとする。また時間に関しては周波数領域で扱うこととする（時間の項に関しては $e^{2\pi i f t}$ と仮定する。ここで f は周波数を表す）。問題を解く手順としては、入射波、覆工内側での反射波、地盤と覆工の境界面での反射波をそれぞれ変位ポテンシャルであらわし、変位の一般解を求める。さらにその変位を微分し、応力-ひずみの関係式を用いることで、応力の一般解を得ることができる。最後に応力と変位の一般解が求められると境界条件を用いることで変位と応力の具体的な解を得ることができる。ここで境界条件とは覆工の内空側で表面力が 0 であり、地盤と覆工の境界面で応力と変位が連続であるという条件である。

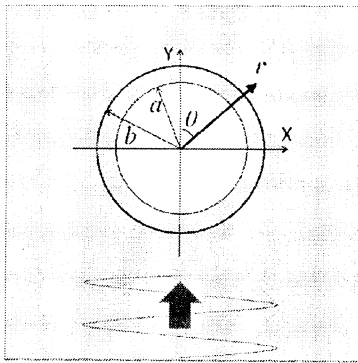


図-1 トンネル断面へのS波入射

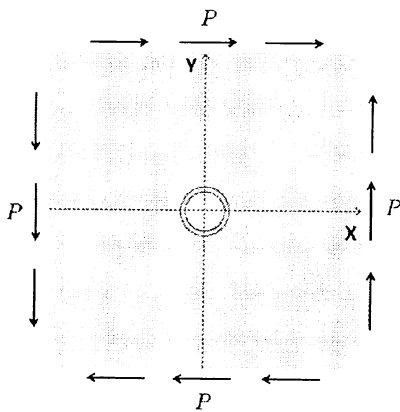


図-2 静的な荷重（S波入射）

(2) S波入射に対応する静的解析

S波入射に相当する静的な問題（動的な解析で用いた入射波の周波数を限りなく 0 に近づけた場合に相当する静的な問題）は、弾性基礎方程式を覆工の内空側で表面力が 0 であり、地盤と覆工の境界面で応力と変位が連続、さらに図 2 のように円孔 から無限遠方でせん断応力 $\tau_{xy}=p$ （ここで p は定数）という境界条件

のもとで解いたものとなる。

このような問題では 2 次元複素弾性論より 2 つの複素応力関数 $\phi(z)$ と $\Psi(z)$ が与えられると以下の式によって地盤や覆工で発生する応力 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ や変位 u, v を求めることができるということが知られている³⁾。

$$\begin{aligned}\sigma_x + \sigma_y &= 2[\phi'(z) + \overline{\phi'(z)}] \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2[\overline{z}\phi''(z) + \psi'(z)] \\ 2\mu(u + vi) &= \chi\phi(z) - \overline{z\phi(z)} - \overline{\psi(z)}\end{aligned}\quad (3)$$

ここで z は複素数、 μ は剛性率とし、また χ は

$$\chi = (3 - \nu)/(1 + \nu) \quad (4)$$

である。ここで ν はポアソン比とする。今回の問題に対応する複素応力関数の具体的な関数に関しては文献³⁾ に詳しく書かれているのでそちらを参照していただきたい。

(3) 無次元化

地震時に覆工に発生する応力は覆工内空側で最大となると考えられるので、以降は覆工内空側で発生する周方向応力に関してのみ考える。（境界条件より覆工内空側で発生する応力は周方向応力のみと考えることができる。）

以降、動的な解析の場合では、S波入射時に覆工内空側で発生する最大応力を、円孔が地盤に存在しないと仮定した時に地盤で発生する応力の最大値で除したものを $\sigma_{\theta\theta(d)}^*$ 、また、静的な解析の場合では、覆工内空側で発生する最大応力を無限遠方で作用させたせん断応力 P で除したものを $\sigma_{\theta\theta(s)}^*$ とする。無次元化された 2 つの応力 $\sigma_{\theta\theta(d)}^*, \sigma_{\theta\theta(s)}^*$ はともに、覆工内空側で発生している周方向応力が無限遠方で発生している最大応力の何倍になっているかを示すものである。

このような無次元化を行うと動的な解析では無次元化された応力は 6 つの無次元パラメーターを用いて表わされるが^{3), 4)}、議論をさらに簡単にするために以降では地盤と覆工の密度とポアソン比はそれぞれ同じであると仮定すると無次元パラメーターは 4 つとなる。

- 1) 地盤と覆工のヤング率の比
- 2) 地盤と覆工のポアソン比
- 3) 覆工の外径と内径の比
- 4) 地盤でのS波の波数と覆工内径の大きさを掛けたもの

地盤のヤング率を覆工のヤング率で除したものを E^* 、地盤と覆工のポアソン比を ν 、覆工外径の値を覆工内径の値で除したものを η 、地盤でのS波の波数 k と覆工内径 a を掛けたものを ka とする。ここで波数 k とS波の波長 λ の間には以下のような関係が成り立つ

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (6)$$

静的な解析の場合では動的な解析に比べて時間の項が

ないために無次元パラメーターは動的な場合と比べて1つ少ない

- 1) 地盤と覆工のヤング率の比
 - 2) 地盤と覆工のポアソン比
 - 3) 覆工の外径と内径の比
- の3つで表わされる。

3. 解析結果と考察

(1) 静的な解析と動的な解析の比較

まず静的な解析で、動的な現象である地震動によって覆工内空側に生じる応力をどの程度再現できるかの考察を行う。地盤、覆工のポアソン比の値は一般的なコンクリート材料に用いられる0.2とし、密度は 24kN/m^3 とする。また覆工のヤング率を 20GPa とする。上記の地盤、覆工のポアソン比の値、地盤、覆工の密度の値、覆工のヤング率の値は以降のすべての解析で用いるものとし、覆工の外径と内径の比 η に関しては1.05, 1.10, 1.20の3つの値を考える。解析に用いる周波数に関しては、まず、 x 軸方向に進む1次元の平面波を考え、その平面波の変位を u 、速度を v 、ひずみを ε とすると

$$\begin{aligned} u &= A \sin(kx - 2\pi ft) \\ v &= \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{du}{dt} = -2\pi f A \cos(kx - 2\pi ft) \\ \varepsilon &= \frac{\partial u}{\partial x} = -k A \cos(kx - 2\pi ft) \\ \varepsilon &= \frac{k}{2\pi f} v = \frac{v}{C_s} \end{aligned} \quad (7)$$

と表すことができる。ここで C_s は地盤でのS波の位相速度とする式(7)より、せん断波速度 C_s は地盤の物性で決まる定数なので、ある周波数の平面波が入射したときに発生するひずみの大きさはその周波数の波のもつ速度の大きさに比例するということがわかる。したがって、今回の解析で考えるべき周波数の範囲は、地震波の速度波形のスペクトルを参考に決めるべきであると考えられる。地震波の速度波形スペクトルの大きくあらわれている周波数は、高くとも数Hz程度であると考えられるので、今回の解析では周波数は上限を5Hzとする。以下の議論では一般性を強調するために周波数は直接扱わず、周波数の代わりに、地盤でのS波の波数 k と覆工内径 a を掛けたもの ka を用いて議論を行う。ここで周波数 f と波数 k の関係は式(5)で表わされる。以下の解析結果の図に用いる ka の上限値はすべて覆工内空側の半径を5m、入射波の周波数を5Hzとした時に計算される値とする。

ka に関して補足すると、式(6)を変形することで

$$\frac{\lambda}{2a} = \frac{\pi}{ka} \quad (8)$$

と表すことができる。ここで式(8)の左辺は波長の長さの半分が覆工内空側の円の直径の何倍となるかを示している。したがって、覆工内空側の半径を5mとした時には、 $ka=0.0314$ で入射波の波長が覆工内空側の円の直径100倍、 $ka=0.314$ で波長が覆工内空側の円の直径10倍となる。

以下に解析結果を示す。まず初めに $E^*=1$ のとき、すなわち地盤のヤング率が覆工のヤング率と等しい場合を考える。このときの解析結果を図-3に示す。図-3の縦軸の値は動的な解析で得られる無次元化された覆工内側での最大応力 $\sigma_{\theta\theta(d)}^*$ を、静的な解析で得られる無次元化された覆工内側での最大応力 $\sigma_{\theta\theta(s)}^*$ で除したものであり、以降この無次元化されたものを応力比と呼ぶとする。この応力比が1に近いほど動的な解析と静的な解析の差が小さいと考えることができる。 $E^*=1$ のときは覆工と地盤のヤング率が完全に等しく、さらに上記の仮定からポアソン比、密度も等しいとしているため、覆工の厚さによる影響はない。図-3をみると応力比の値は ka の値によらずほぼ1に等しくなっている。このことから覆工と地盤のヤング率が等しい場合（覆工が存在しない場合）では、一般に考えられるようなトンネル断面の大きさ、地震波の周波数では静的な解析でも十分に地震動の影響を評価できるということがわかる。

次に $E^*=0.1$ のとき、すなわち覆工のヤング率に比べて地盤のヤング率が10分の1となっている場合に、応力比がどのようになるかを考える。このときの解析結果を図-4に示す。このときのグラフの縦軸、横軸は図-3の場合と同じように横軸に ka 、縦軸に応力比をとる。この場合でも先ほどと同じく解析で求められる応力比の値はほぼ1に等しくなっている。 $E^*=1$ のときと比べると動的な解析と静的な解析のずれは少し大きくなっているが、それほど大きな違いはみられない。また $E^*=1$ のときと同じように、動的な解析のほうが静的な解析よりも大きな値を示している。覆工の厚さによる影響をみると厚さによる違いは若干みられるものの、どの厚さでも動的な解析のほうが静的な解析よりも大きな値を示すという傾向は変わらない。

さらに $E^*=0.01$ のとき、すなわち地盤のヤング率が覆工のヤング率の100分の1となる場合を考える。このときの解析結果を図-5に示す。グラフの縦軸、横軸は図-3の場合と同じように横軸に ka 、縦軸に応力比をとる。このときは覆工の厚さによって挙動に変化がみられる。相対的に覆工が薄い2つの場合すなわち $\eta=1.05$ 、 $\eta=1.10$ の2つの場合では先の2つのケースと同様に動的な解析の方が静的な解析に比べ応力の値が大きくなる傾向を示している。相対的に覆工が薄い場合には $\sigma_{\theta\theta(d)}^*/\sigma_{\theta\theta(s)}^*$ の値に極大値がみられ、動的な解析は静的な解析に比べ大きな値を示すが、その違いは今回の条件では10%未満になるということが

示されている。一方、相対的に覆工が厚い場合、すなわち $\eta=1.20$ の場合では、覆工が薄い場合と比べて異なる傾向がみられる。このときは先ほどまでとは違い動的な解析で求められた応力の方が静的な解析求められるものよりも ka の値によらず常に小さくなっている。

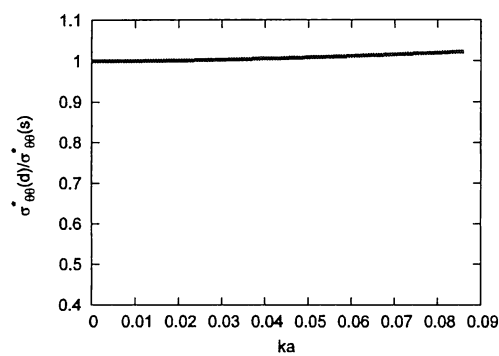


図-3 動的解析と静的解析の比較
(無次元化されたヤング率 $E^*=1$)

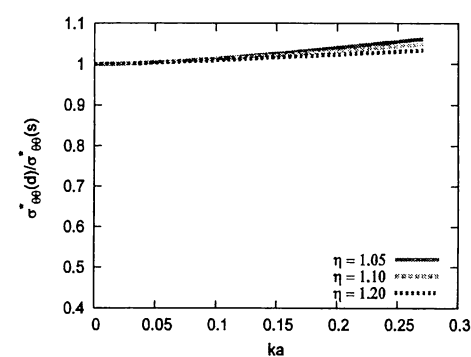


図-4 動的解析と静的解析の比較
(無次元化されたヤング率 $E^*=0.1$)

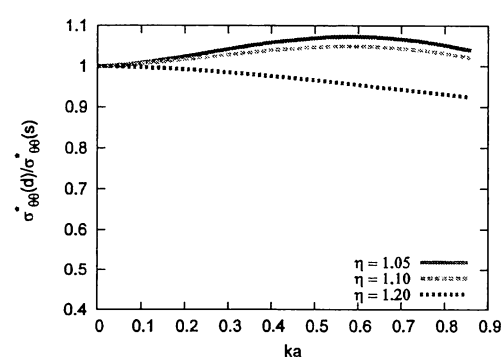


図-5 動的解析と静的解析の比較
(無次元化されたヤング率 $E^*=0.01$)

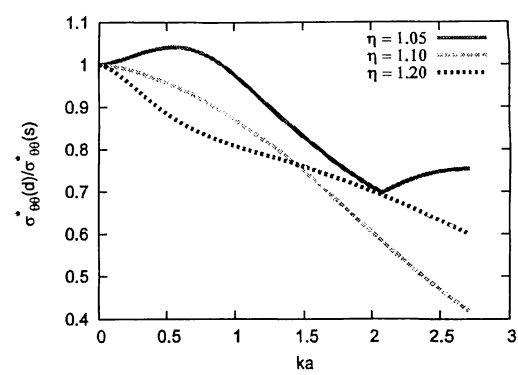


図-6 動的解析と静的解析の比較
(無次元化されたヤング率 $E^*=0.001$)

最後に $E^*=0.001$ のとき、すなわち地盤のヤング率が覆工のヤング率の1000分の1となっている場合を考える。このときの結果を図-6に示す。図-6をみると覆工の厚さによる影響は、 ka の値が小さい時には $E^*=0.01$ のときと同じ傾向がみられる。また ka の値が大きくなると、覆工の厚さにかかわらず動的な解析によって求められた応力の方が静的な解析で求められたものよりも小さくなっている。この場合では先ほどまでと違い、動的な解析と静的な解析の違いが非常に大きくなっている。

今回図には示していないが、図3-5にある横軸の、 ka の値の範囲を3.0程度まで計算を行うと、 $E^*=0.01$ のときの $\eta=1.20$ の場合を除いて図-6の $\eta=1.05$ の時と同じようなグラフが得られる。すなわち、 E^* が1に近い場合や E^* が0.01程度よりも小さくとも η の値が小さい場合では ka がおよそ0.6のとき(覆工内空側の半径を5mとした時には、波長が覆工内空側の円の直径の約5倍となるときに $\sigma_{\theta\theta}^*(d)/\sigma_{\theta\theta}^*(s)$ の値に極大値がみられ、以降は減少するといった傾向がみられる。また、 E^* の値が0.01程度よりも小さいかつ η の値が大きな場合は、 ka の増加とともに $\sigma_{\theta\theta}^*(d)/\sigma_{\theta\theta}^*(s)$ の値は極大値をとらずに、単調に減少していく傾向がみられる。静的な場合(波長が無限小の場合)よりも動的な場合(波長が有限の場合)が高くなる理由としては、 ka (波長)がある大きさでは、反射波が特定の場所に強くでる傾向があるためであると考えられる。また、静的な場合(波長が無限小の場合)よりも動的な場合(波長が有限の場合)が小さくなる理由としては ka (波長)が小さくなるにつれ、到達する物質の境界面各点で発生する反射波の位相が一致しなくなるため、応力や変位の打ち消し合いが強くなるためと考えられる。

(2) 静的解析と動的な解析の応力分布の比較

ここでは地震波が1波長、円孔を通過した際に、トンネルの覆工内側各点でとりうる最大応力の分布の様子を比較

する。図-1のようにトンネル断面上で θ をとり、また地震波は図の下側から入射してくるものとする。 $E^*=1$ や $E^*=0.1$ のときでは ka の値にかかわらず静的に荷重を作用させたときとほとんど同じような応力分布となった。そのためここで $E^*=0.01$ の場合と $E^*=0.001$ のときの場合についてのみ示す。以降の議論では、 η は今回用いた3つの数値の中で中間となる $\eta=1.1$ を用いるものとし、ポアソン比や密度は先ほどと同じ値を用いる。 $E^*=0.01$ のときの覆工内側での応力分布の様子を図-7に示す。 ka が0.17の時の応力分布は静的に荷重をかけた場合とほぼ同じようになっており、 θ の値が45度、135度、225度、315度で最大となるような応力分布となっている。また ka の値が大きくなるにつれて地震波が入射してきている側の応力比がその反対側に比べて小さくなってきていることがわかる。この結果は光や音波（地震波よりも周波数が高く波長が短い波）から予想される結果とは反対の結果を示している。これは静的な場合（波長が無限小の場合）よりも動的な場合（波長が有限の場合）のほうが高くなる理由としては、ある波長では、反射波が特定の場所に強くでる傾向があるためであると考えられる。

次に $E^*=0.001$ のときの覆工内側での応力分布の様子を図-8に示す。 $ka=0.53$ では静的な荷重をかけた場合に比べて全体的に小さな値となっているが、応力分布の形状はほとんど静的な荷重を作用させた場合と等しくなっている。 ka が大きくなるにつれ全体的に応力分布が小さくなり、応力分布の形状も異なっている。 $ka=2.65$ の場合では $E^*=0.01$ での $ka=0.85$ の場合と異なり地震波が入射してきている側の最大応力の方がその反対側に比べ大きくなっている。この結果は光や音波から予測される結果と同じようになっている。これは周波数が高くなるにつれ回折が起こりにくくなり、入射方向と反対側に波の影響が伝わりにくくなったためと考えられる。

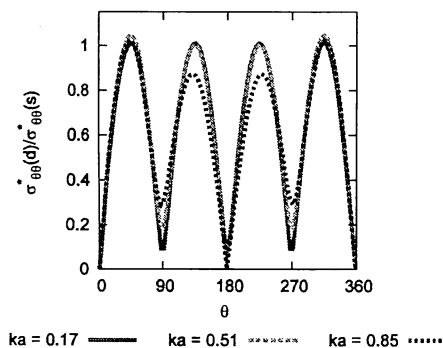


図-7 覆工内側の応力分布
(無次元化されたヤング率 $E^*=0.01$)

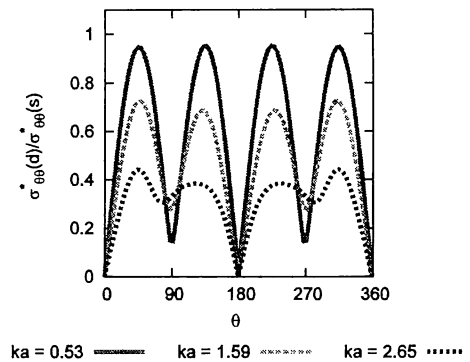


図-8 覆工内側の応力分布
(無次元化されたヤング率 $E^*=0.001$)

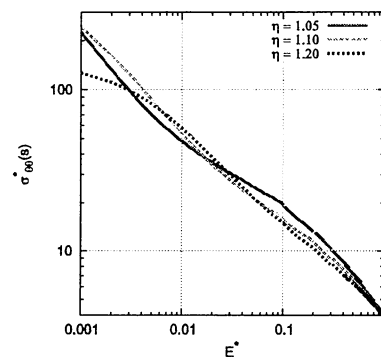


図-9 覆工の厚さと発生する最大応力の関係

(3) 覆工内側に発生する最大応力と覆工の厚さの関係

図-10は地盤のヤング率と覆工の厚さを変化させたときに無次元化された覆工内側での最大応力 $\sigma_{\theta\theta(d)}$ がどのように変化するかを求めたものである。静的な解析では地盤、覆工の物性値にかかわらず θ が45度、135度、225度、315度で最大となることが知られているので図-9は θ が45度のときの応力を用いるとする。ここで、覆工がない場合 ($E^*=1$ の場合) では $\sigma_{\theta\theta(s)}=4$ となる。つまり無限遠方であつた荷重に対して4倍の応力が覆工まわりで発生する。

図3-4の解析結果より E^* が0.1よりも大きければトンネルの地震波応答解析は静的な荷重でも十分評価できることがわかっている。そこで、 E^* が0.1よりも大きい場合は地震波の周波数に依らずに図-9にあるような結果となると考えられる。図-9をみると地盤のヤング率が覆工のヤング率に近い時には覆工の厚さが厚いほど覆工内側で発生する応力の値は小さくなっている。しかしながら、地盤のヤング率が覆工のヤング率の100分の1程度付近では先ほどとは反対に覆工の厚さが厚いほど覆工内側で発生する応力が大きくなるという傾向がみられる。

E^* が0.1よりも小さくなると波長を無限大と仮定した

静的な解析では、有限な波長である地震波の影響をうまく評価することができないと考えられるので、 E^* が0.1よりも小さい時の例として E^* が0.01のときの覆工内側に発生する最大応力と覆工の厚さの関係を動的な解析によって求めたものを図-10にまた E^* が0.001のときのものを図-11に示す。

E^* が0.01のときでは図-10にあるように、 ka が0.45より大きいところでは η が1.10の場合と1.20の場合が逆転しているが、全体的にみると覆工内側で発生する最大応力は覆工の厚さが薄いほど小さくなっている。

E^* が0.001のときでは η が1.20の場合では他の2つに比べて覆工内側で発生する最大応力の値が ka によらず、非常に小さくなっている。 η が1.05の場合と1.10の場合を比較すると ka が小さい場合には1.05の方が大きい、 ka の値が大きくなると1.10の方が大きくなっている。

以上の結果より、地盤のヤング率が覆工のヤング率に近い場合は覆工の厚さを厚くすることでトンネルの耐震性能を上げることができると考えられるが、地盤のヤング率が覆工のヤング率に比べて小さい場合には覆工の厚さを厚くすることが必ずしもトンネルの耐震性能の向上にはつながらないと考えられる。

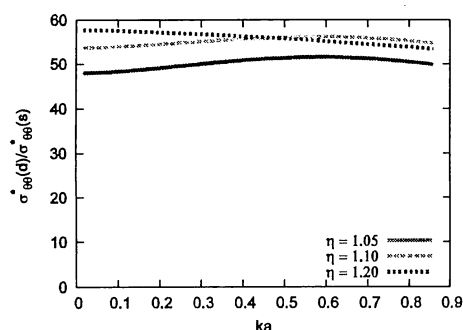


図-10 覆工の厚さと発生する最大応力の関係
(無次元化されたヤング率 $E^*=0.01$)

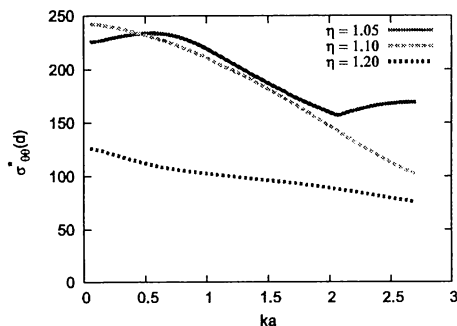


図-11 覆工の厚さと発生する最大応力の関係
(無次元化されたヤング率 $E^*=0.001$)

4. 結論

本研究ではトンネルを円孔と仮定し、覆工を円孔周りにある円形の弾性体リング、地盤を弾性体リング周りの無限に広がる弾性体とし、覆工と地盤の境界面は完全に接着しているという仮定のもとで2次元弾性論を用い、地震波を静的な荷重として扱った場合と動的な波の現象として扱った場合の2つの条件で解析を行った。その結果として得られた結論を以下に示す。

- 1) 一般的に考えられるトンネル断面の大きさ、地震波の周波数では地盤のヤング率が覆工のヤング率の100分の1程度よりも硬ければ静的な解析でも十分に地震動の影響を評価でき、静的な解析では動的な解析を行った場合に比べ覆工内側に発生する応力は過小評価される。しかしながらその相違は最大でも10%程度と考えられる。また覆工内側でみられる応力分布の様子は静的な解析でみられたものとはほとんど同じような結果が得られる。
- 2) 地盤のヤング率が覆工のヤング率100分の1よりも軟らかければ静的な解析では動的な解析を行った場合に比べ覆工内側に発生する応力は過大評価される。またその相違は地盤が軟らかくS波の波数と覆工内径の積が大きくなるほど大きくなる。また覆工内側でみられる応力分布の様子も同様に波数と覆工内径の積が大きくなるにつれ静的な解析でみられた応力分布との乖離が大きくなる。
- 3) 地盤のヤング率と覆工のヤング率の値が近い場合には覆工の厚さを厚くすることでトンネルの耐震性能を上げることができると考えられる。しかしながら地盤のヤング率が覆工のヤング率に比べて小さい場合には覆工の厚さを厚くすることが必ずしもトンネルの耐震性能の向上にはつながらない。

参考文献

- 1) 朝倉俊弘, 志波由紀夫, 松岡茂, 大矢繁雄, 野城一栄, “山岳トンネルの地震被害とそのメカニズム”, 土木学会論文集, No.659, pp.27-38 (2000)
- 2) 浜田政則, 泉博充, 岩野政浩, 志波由紀生, “岩盤空洞の地震時ひずみの解析と耐震設計”, 土木学会論文報告, No.341, pp.197-205 (1984)
- 3) YH Pao, C.c.Mow, “Diffraction of elastic Waves and Dynamic stress Concentrations” pp.35-63 *United States Air Force Project Rand* (1971)
- 4) Lawrence J. Mente, Francis W.French “Response of Elastic Cylinders to Plane Shear Waves”, *Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol.90, No.EM5, pp103-118 (1964)
- 5) G.N.SAVIN, “Stress Concentration around Hole”,

STUDY ON THE COVERAGE OF STATIC SEISMIC DESIGN FOR TUNNEL

Naotoshi YASUDA, Jun SAITO, Kazuhiko TSUKADA and Toshihiro ASAKURA

Static analysis is usually used for the seismic design of tunnel. However, the coverage of the method is not understood very much. Therefore, the dynamic stresses in a lined cylinder embedded in an infinite elastic medium are evaluated during the passage of plane harmonic shear waves. The analysis is based on the assumption of perfect bond between cylinder and medium.

Moreover, we consider the relationship between lined thickness and hoop stress around the inside of lined tunnel in various material constants.