

ひずみ軟化挙動を示す地山変形挙動の逆解析の一例

AN EXAMPLE OF BACK ANALYSIS OF A DEFORMATIONAL BEHAVIOR OF GROUND SHOWING STRAIN SOFTENING EFFECTS

芥川真一¹⁾・長谷川明子²⁾・山下涼³⁾

Shinichi AKUTAGAWA, Akiko HASEGAWA and Ryo YAMASHITA

Back analysis of a ground deformational behavior involving strain softening is discussed. It is of primary importance to make reliable prediction of deformational behavior for shallow tunnels in soft ground. However, predictions made often prove to be incorrect due to complexity of constitutive law and other relevant factors. Back analysis therefore becomes more important, for it may be used to interpret measured displacement to derive non-linear material characteristics, especially a strain softening behavior. The paper shows some examples in which a deformational mechanism is studied in the light of inhomogeneous distribution of Young's moduli, from which a logic is derived to identify strain softening parameters.

Key Words: tunnel, back analysis, softening action

1. 背景

岩盤の構造は複雑であるため、事前調査によって地山の初期応力や力学的特性等を正確に把握することは困難である。まず地山の力学モデルを仮定し、力学定数を求めて順解析を行うが、複雑な地質条件、地盤材料の力学特性、初期地圧の測定の高難さなどにより、解析で得られる予測と実際の構造物の挙動は異なったものとなる。そこで、施工中の現場計測結果を設計・施工にフィードバックする情報化施工が必要となる。背景として、櫻井、武内により直接ひずみ評価¹⁾が提唱された。これは、この手法で提案された指標である限界ひずみおよび破壊ひずみと現在のひずみとを比較することにより、岩盤の安定性を定量的に評価する手法である。それをもとに初期応力パラメータと非弾性ひずみを未知数としてノルム最小化により解を同定する逆解析（以下、N-DBAP²⁾、³⁾と呼ぶ）が開発された。この解析では、初期応力パラメータと非弾性ひずみを一度に逆解析で同定する。実際には非弾性ひずみは塑性、不連続性挙動等に起因して発生する。しかし、N-DBAPでは地山を均質な弾性体と仮定し、変位計測結果に合わない部分に架空の外力（これがその部分に発生している非弾性なひずみに起因すると考える）を導入して変位場を強制的に調整する。このため応力状態については非現実的な結果になることがある。これを解決するため、本報では地下空洞のように周囲の非均質挙動が卓越する場合に適した逆解析手法を開発し、数値実験によりその妥当性や実用性を考察した。基本的には、変位場を再現する手法として架空の外力を導入する代わりに弾性係数の不均一な分布を求めることとした。また、逆解析が終わった段階で得られているひずみと応力の分布から岩盤材料の破壊基準に関する情報を読み取る方法を提案し、そこから場合によっては材料の軟化特性を求めることが出来ることを示した。

2. 解析手法と定式化

本文で開発した解析手法の基となった N-DBAP の定式化についてまとめる。掘削による外力の変化を ΔF 、応力変化を $\Delta \sigma$ とすると、外力の釣り合い条から

$$-\int B^T \Delta \sigma dV + \Delta F = 0 \quad (1)$$

と表すことができる。ここに、 V は解析領域、 B は変位・ひずみマトリックスである。また、全ひずみの増分 $\Delta \epsilon$ は、一般的に弾性成分 $\Delta \epsilon_e$ と非弾性成分 $\Delta \epsilon_p$ に分解される。 $\Delta \epsilon_p$ は塑性、不連続性挙動等に起因すると考える。ひずみの弾性成分 $\Delta \epsilon_e$ に対応する応力増分はフックの法則に従い次式で与えられる。

1) 正会員 Ph.D. 神戸大学工学部

2) 学生員 神戸大学大学院 自然科学研究科 博士前期課程

3) 正会員 大阪市

$$\Delta\sigma = D_e \varepsilon_e = D_e (\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon_p) \quad (2)$$

ここに、 $\Delta\sigma$: 応力増分

D_e : 弾性応力-ひずみマトリックス

式(2)を式(1)に代入し、非弾性ひずみに関与する物体力項を荷重項に移項すると、全ての複雑な非弾性挙動は右辺の外力項により取り扱われることになる。ここで、逆解析の仮定として岩盤の弾性挙動部分については周辺岩盤全体において、巨視的な視点から、等質等方の弾性体であると仮定する。すると、両辺を弾性係数 E で除して整理することが可能となり、 V_e を掘削領域、 V_p を塑性領域として以下の式のようにまとめることができる。

$$[K^*] \{\Delta u\} = \int_V [B]^T \{\sigma_0^*\} dV_e + \int_V [B]^T [D_e^*] \{\varepsilon_p\} dV_p \quad (3)$$

ここに、 $[K^*]$: 正規化した剛性マトリックス ($= [k]/E$)

σ_0^* : 初期応力パラメータ $\{\sigma_{0x}, \sigma_{0y}, \tau_{0xy}\}^T$

ここで、未知数ベクトル $\{x\}$ を導入し、その中に初期応力パラメータ $\{\sigma_{0x}/E, \sigma_{0y}/E, \tau_{0xy}/E\}$ と、非弾性ひずみ $\{\varepsilon_p\}$ を取り込んで整理すると以下に示す式となる。

$$[K^*] \{\Delta u\} = [R_1^*] [R_2^*] [R_3^*] \cdots [R_i^*] [R_{i+1}^*] [R_{i+2}^*] \cdots [R_N^*] [R_{N+1}^*] [R_{N+2}^*] \{x\} \quad (4)$$

ここに、 $\{R_i^*\}$: i 番目の未知パラメータが1のときの節点荷重ベクトル

$\{x\}$: 初期応力パラメータと非弾性ひずみからなる未知ベクトル

現場で計測された測定点における変位を $\{\Delta u\}$ とすれば、逆解析に関する観測方程式は次の式となる。

$$\{\Delta u\} = [F] \{x\} = \{F_1\} \{F_2\} \cdots \{F_n\} \{x\} \quad (5)$$

ここに、 $[F]$: 柔性マトリックス ($\{F_1\} = [K^*]^{-1} \{R_1^*\}, \cdots, \{F_n\} = [K^*]^{-1} \{R_n^*\}$)

ここで、地下空洞周辺に設定した非弾性挙動を考慮する領域の中に、等方弾性体ではあるが周辺の堅岩部の弾性領域とは異なる弾性係数を有する非均質層が存在すると仮定する³⁾。今、初期弾性係数を E 、その部分の全ひずみと同じ大きさのひずみを発生させるのに必要な弾性係数を E_{eq} で表わすものとした。図-1は地下空洞の掘削問題を単純化して示したものであり、この岩盤材料が仮に完全弾塑性体だとすれば、その応力-ひずみ関係は模式的には図-2のように示される。 ε_e は弾性ひずみ、 ε_p は塑性ひずみである。2次元問題を対象にすると、各要素の弾性係数低減率 A_i は次式のように最大せん断ひずみ比で算定できるものと仮定した⁴⁾。

$$A_i = \frac{E_{eq}}{E} = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_e + \varepsilon_p} = \frac{\Delta\gamma_{max}^e}{\Delta\gamma_{max}^i} \quad (6)$$

ここに、 $\Delta\gamma_{max}^e$: i 番目要素の弾性最大せん断ひずみ

$\Delta\gamma_{max}^i$: i 番目要素の全最大せん断ひずみ

また、対象領域内における A_i の平均値が一定値に収束するまで計算を繰り返すこととした。この方法はN-DBAPで算出される非弾性ひずみができる限り小さくなるまで弾性係数を操作する原理で動作するものである。その意味で、これを非均質N-DBAPと呼ぶ。また、図3はこの解析のフローチャートを示す。

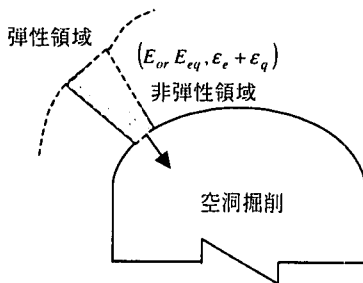


図-1 地下空洞の掘削問題のモデル化

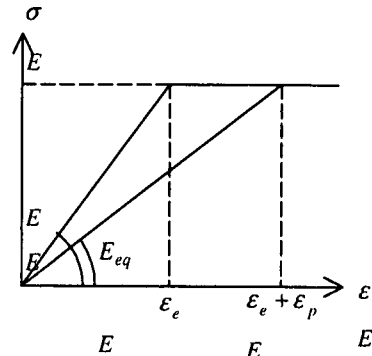


図-2 非均質層の弾性係数低減 A_i 算定

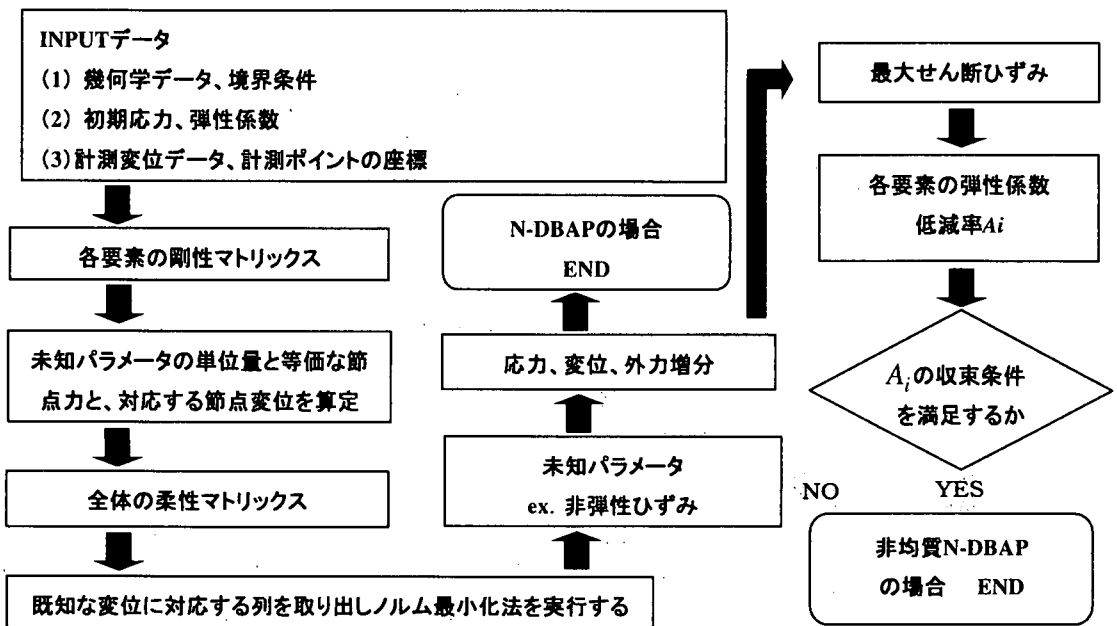


図-3 非弾性ひずみを考慮した逆解析のフローチャート

3. 解析モデルおよび解析結果

(1) 解析モデル

非線形な変形挙動を示す計測データから地山のひずみ分布、また材料の軟化特性までを逆解析によって求めることを目的として数値実験を行った。まず、逆解析に用いる変位計測データを順解析によって作成する。解析に用いた有限要素メッシュ、変位計測の位置および地中変位計の番号を図-4に示す。灰色の部分が逆解析において非弾性ひずみを考慮する領域である。土被りは $H=1D$ 、トンネル径は $D=10\text{m}$ とした。上辺は自由表面とし、左右辺では水平変位を、下辺では鉛直変位を拘束するものとする。また、順解析に用いた諸定数を表-1に示す。今回、計測変位データがより少ないときの逆解析の動作性を確認するため、弾塑性解析において図-4に示す8本の地中変位計と3つのコンバージェンス変位をインプットデータとした場合（以下、パターン1と記す）と、4本（5、6、7、8）の地中変位計と3つのコンバージェンス変位をインプットデータとした場合（以下、パターン2と記す）の2つのパターンで逆解析を行った。ここで、図-4の地中変位計のうち7以外はは変位計測線に沿った伸び縮み変位量、7は側線の回転に関する変位量を計測するラインとする。

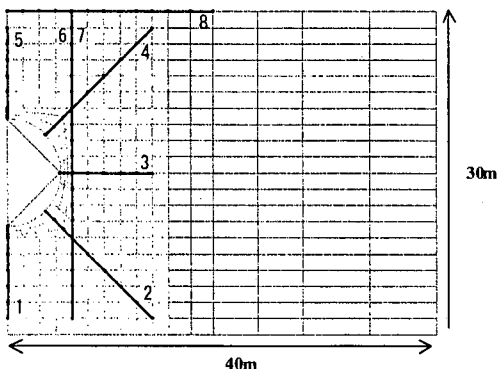


図-4 有限要素モデル

表-1 解析に用いた物性値

パラメータ		数値	
ヤング率 (E)		1000 (MPa)	
ポアソン比 (γ)		0.3	
単位体積重量 (γ_w)		0.026 (MN/m ³)	
項目		弾塑性 解析	ひずみ 軟化解析
破壊基準線		Mohr - Coulomb	
内部摩擦角 (ϕ)		30	30
粘着力 C (MPa)	初期値 C_i	0.1	0.1
	残留値 C_r		0.01
C が低減するせん断ひずみ 増分 $\Delta \gamma$		—	0.001

(2) 逆解析結果

・最大せん断ひずみ分布

図-5の最大せん断ひずみ分布を比較すると、(a)の正解値よりはやや控えめであるが、本逆解析の結果である(c)、(d)ともに同じような場所に最大せん断ひずみの集中域が発生している。また、(b)のN-DBAPによる結果と比較してわずかではあるが、(c)の非均質N-DBAPによる結果のほうが、正解値に近い0.3%以上のひずみが多く出ている。しかし、(d)のように最大せん断ひずみの集中域付近の地中変位計を逆解析に用いない場合、N-DBAPと同程度の精度しか得られなかった。図-6はひずみの増大に依存して強度が下がる、ひずみ軟化特性を示す地山モデルを作成し、逆解析を行った結果である。このように地山でせん断帯が上方に伸びているような場合は、(b)のようにN-DBAPによる逆解析ではこのせん断帯の再現にやや問題があるが、(c)をみると本逆解析を用いることで、比較的良好にこのせん断帯の存在が再現できていることが確認できる。以上の結果より今回開発された非均質N-DBAPの方がより実際に近いひずみ場を再現することができることがわかった。

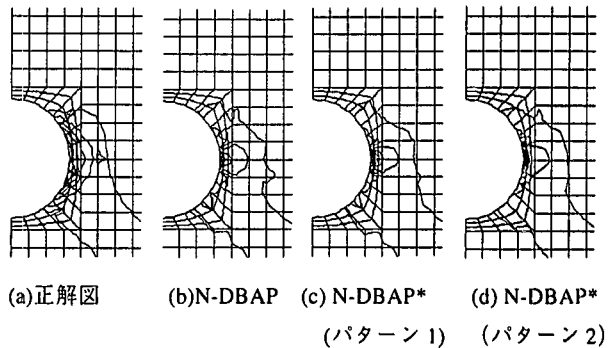


図-5 $C=0.1$ (Mpa) $\phi=30^\circ$ の時の解析結果

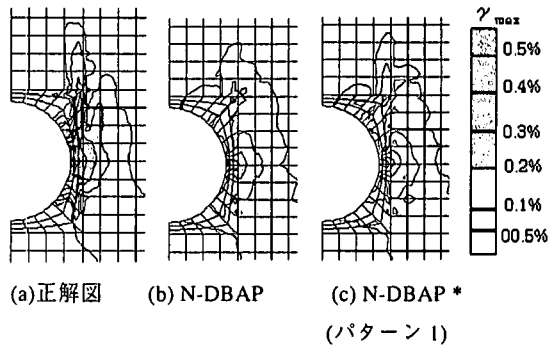


図-6 ひずみ軟化特性のあるモデルの解析結果
(N-DBAP*非均質N-DBAPを表す)

(3) 解析結果の詳細な検討

・弾塑性モデルの破壊基準の推定

非均質N-DBAPでは塑性ひずみが発生する場所で、計測変位に柔軟に対応して弾性係数を低下させ、柔らかくすることで、変位場の再現を計っている。このため、塑性化挙動と弾性係数の低下は厳密には異なるが、弾塑性的な地山の挙動を近似的に再現できるものと思われる。よって、変位場の不整合性を強制的な架空外力の導入によって解決するN-DBAPに比べて応力の再現性に優れていると予想される。そこで、逆解析の結果として得られている応力、ひずみ分布の情報を有効に利用して、材料の破壊基準ならびに軟化特性に関するパラメータを求めることが考えられる。ここでは、応力状態を表す際に一般的に用いられるモールの応力円をヒントにし、モールの応力円の中心を σ 座標に、半径を τ 座標にとった点をプロットして、その分布を分析することによって破壊基準特性の解明を試みる。

図-7に解析結果の応力状態にモール・クーロン型の破壊規準線を当てはめた例を示す。グレーのポイントは比較の為にプロットした弾性挙動の結果の応力点である。黒の応力ポイントは逆解析の結果のうち、弾性係数が低下した場所における最終的な応力状態をあらわすものである。式(7)の正解値に対し、式(8)、(9)の通りパターン1、2ともにある程度の精度で破壊基準が同定できている。

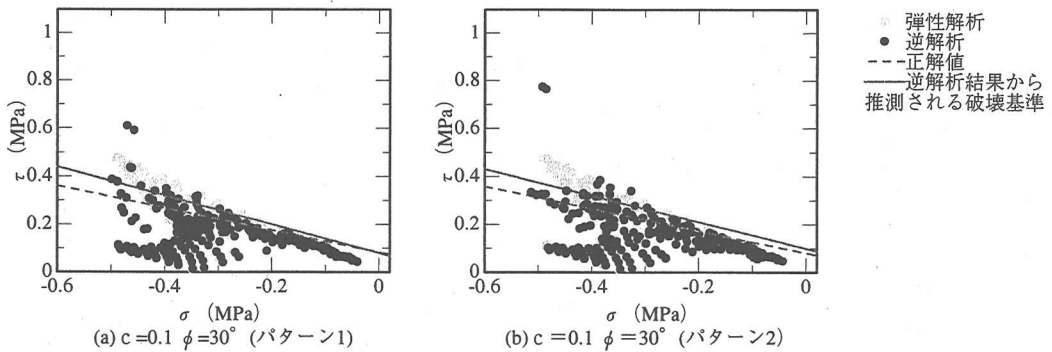


図-7 地山の応力状態

破壊規準線の正解値 : $\tau = 0.1 - \sigma \tan 30^\circ$ (7)

(a)から推測される破壊規準線 : $\tau = 0.1 - \sigma \tan 36.9^\circ$ (8)

(b)から推測される破壊規準線 : $\tau = 0.12 - \sigma \tan 33.4^\circ$ (9)

・ ひずみ軟化特性のあるモデルの検討

ひずみ軟化挙動を示すデータを用いた逆解析結果も同様にプロットした。この結果を、解析領域における軟化特性の有無が未知であるとして破壊規準を判断すると、図-8の通り軟化前の破壊規準線とほぼ一致する破壊規準線が推測される。しかし、この図からは、解析領域に軟化特性があるのかは判断できない。そこで、各ポイントをひずみのレベルごとに色分けして表示したものを図-9に示す。

(a)が軟化特性のない地山モデル、(b)が軟化特性のある地山モデルを非均質 N-DBAP により逆解析した応力状態である。仮定した二つのモデルは、どちらも降伏し始める応力レベルは等しい。しかし、軟化特性のあるモデルのみ、ひずみの増大に依存して、強度が下がる。(b)において軟化前の破壊規準を同定した付近のポイントは、淡色であり、比較的ひずみレベルが小さくなっている。そして、色の濃い応力ポイント、つまりひずみレベルが大きなポイントの応力状態は、ひずみレベルが小さな淡色のポイントの応力状態より下がっている。つまりひずみが増えるほど降伏応力レベルが下がる軟化特性を示しているといえる。軟化特性のないモデルの結果である(a)と比較してみると、こちらはひずみレベルが増えるほど応力レベルが高くなっており、これは軟化特性を示しているとはいえない。

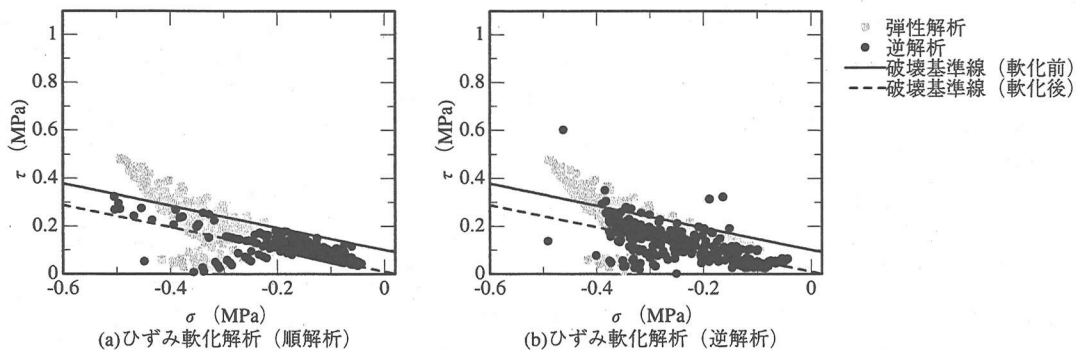


図-8 ひずみ軟化特性のあるモデルの応力状態

軟化前の破壊規準線 $\tau = 0.1 - \sigma \tan 30^\circ$ (10)

軟化後の破壊規準線 : $\tau = 0.01 - \sigma \tan 30^\circ$ (11)

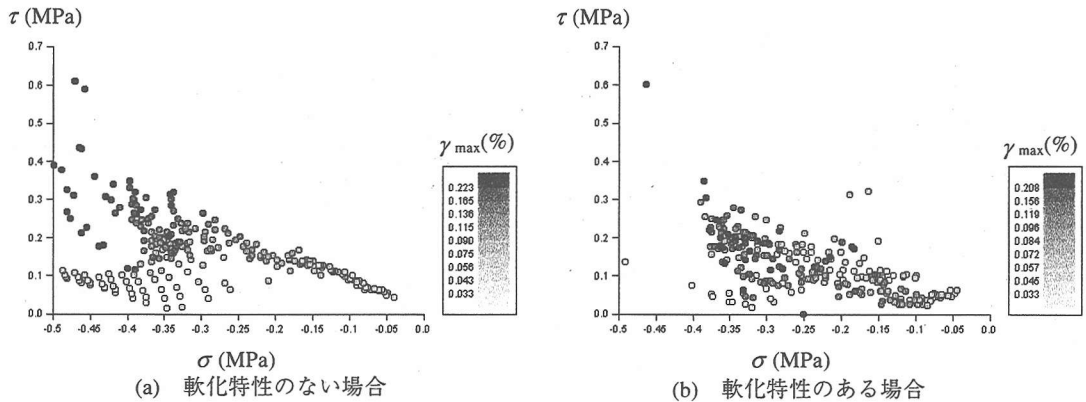


図-9 ひずみレベルで色分けした逆解析結果の応力状態

図-10 は、ひずみレベルごとに算定された破壊基準線から推測される地山物性値である、粘着力 C と最大せん断ひずみ γ の関係を表している。これは、ひずみ軟化解析においてモデルを作成する際用いた、粘着力の初期値 $0.1(\text{MPa})$ と残留値 $0.01(\text{MPa})$ をほぼ再現できているといえる。

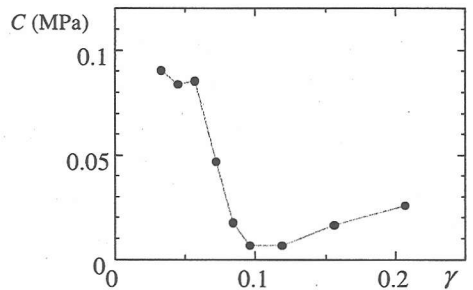


図-10 推測される C と γ の関係

4. まとめ

最大せん断ひずみ分布、応力分布ともに以前の解析より精度よく求めていることが確認できる。今回開発した非均質 N-DBAP では弾性係数低減率により可能な限り計測変位に適合する非均質弾性解を求め、最後に残る相違のみを非弾性ひずみで適合させる。このため、変位に対する追従性に優れ、部分的に存在する非均質層を精度よく同定できるものと思われる。非均質 N-DBAP は、破壊基準のデータがなく、弾塑性理論とは厳密に一致しないにもかかわらず、破壊基準が同定できたことは、大きな成果であるといえる。これに加えて、応力状態をひずみレベルごとに把握することによって、軟化特性のあるモデルと無いモデルが、計測変位のみから判別できた。ここで述べた手法は、土被りの浅いトンネルなどで情報量が限られている場合に正確な予測解析が要求される場合の逆解析の方法論を構築するツールの一つとして考えることが出来、今後、実データの分析を検討する予定である。

参考文献

- 1) 櫻井春輔、武内邦文：トンネル掘削時における変位計測結果の逆解析、土木学会論文集、第 337 号、pp. 173-145、1983。
- 2) 櫻井春輔、芥川真一、徳留修：ノルム最小化法に基づく非弾性ひずみの逆解析、土木学会論文集、No.517/Ⅲ-31、pp.197-202、1995。
- 3) 武内邦文、志村友行、芥川真一、櫻井春輔：岩盤の非均質性を考慮した逆解析手法の開発とその適用性、土木学会論文集、No. 659/Ⅲ-52、pp. 241-252、2000。
- 4) 山下涼：変位計測結果に基づく岩盤の破壊基準に関する研究、修士論文、神戸大学工学部建設学科、2002。