

地下空洞の三次元逆解析法の開発

Development of three-dimensional back analysis for underground cavity

久武勝保¹⁾・塹江 譲²⁾・山崎康裕²⁾

Masayasu HISATAKE, Yuzuru HORIE, Yasuhiro YAMAZAKI

In order to identify the initial stresses and the elastic constants of the ground around a tunnel, a simple method has been proposed. The method is advantageous in that the ratio of displacements measured at the ground around the tunnel is not sensitive to the modulus of elasticity of the ground. The displacement ratio analyzed by a three-dimensional analysis is linked together with that of the field measurements. Iteration procedure of Newton-Raphson method is employed to get a new value of modulus of elasticity. Then, the initial stresses are estimated successively from this relation. Numerical calculation supports the accuracy and the simplicity of the new method.

Key words: identification, initial stresses, elastic constants, three-dimensional analysis, Newton-Raphson method

1. はじめに

NATM は代表的な山岳トンネル工法であり、近年では補助工法の開発などにより適用範囲が広まっており、都市域内においても多く採用されている現状にある。トンネルを合理的に建設するとともに周辺環境に有害な影響を及ぼさないためには、トンネル周辺地山の初期応力や力学定数をあらかじめ推定することが重要である。しかし事前の推定値の精度があまり高くないことから、施工中の計測結果を逆解析してこれらを求めることが行われている。

ところが、従来の逆解析は2次元解析であり、厳密に適用できるのはトンネル通過後の平面歪条件成立状態においてである。近年では、トンネル通過前において、周辺の地盤あるいは構造物の挙動をあらかじめ推定するための三次元逆解析法の開発が必要とされている。従来の三次元逆解析法には直接定式化法^{1), 2)}と逆定式化法³⁾等が挙げられる。直接定式化法では逆解析のための特別な定式化の必要がなく、粘弾性地山、弾塑性地山を対象とした非線形問題にも適用可能であるが、三次元問題のように未知数が多い場合には収束が容易でないという欠点が認められる。一方、逆定式化法では繰返し計算を必要とせず一度の計算によって直ちに解を得ることができるが、アルゴリズムが複雑であるという欠点が指摘される。すなわち、現在の段階では現場で求められる実用的な三次元逆解析法は開発されていないといつてよい。

本論文では従来の三次元逆解析法の欠点を解消し、簡単なアルゴリズムにより切羽掘削に起因するトンネル周辺地盤の変位から、初期応力及び力学定数のすべてを三次元的に逆解析する手法を提案するものである。本手法では、変位の計測値と解析値の誤差と地盤の弾性係数との間にニュートン・ラフソン法を適用し、この誤差が0になるように弾性係数を変化させる繰返し解析を行い、未知量を推定する。通常使用されている三次元順解析FEMプログラムをそのまま用い、特別な逆解析プログラムを必要としない点が本逆解析手法の特徴である。

1) 正会員 近畿大学理工学部 社会環境工学科

2) 学生会員 近畿大学大学院 総合理工学研究科

2. 解析手法

本論文では次の 2 種類の現場計測値を用いた三次元逆解析手法を提案する。すなわちトンネル内壁での 6 測線のひずみの計測値、及びトンネル周辺地盤の 6 測点の沈下計測値である。本解析の概略手順は以下の通りである。

- 1) 任意の値の力学定数、初期応力のもとで三次元順解析を行い、得られた地盤変位を真値とみなし、その一部を逆解析の入力変位とする。なお、三次元順解析で与える力学定数、初期応力を真の値と定義する。
- 2) ポアソン比 ν を仮定し、また真の弾性係数 E^* の $1/10$ の値を初期値 E_1 と仮定する。そして、地盤に一樣な単位応力成分がそれぞれ作用している状況を想定し、それらの状況下でトンネル切羽を一間掘削する事によって生じる変位を順解析で求める。
- 3) トンネル掘削位置の鉛直方向初期応力を土被り圧力に一致すると仮定し、実測ひずみの比（又は実測変位の比）と解析ひずみの比（又は解析変位の比）が一致するように初期応力を求める。
- 4) 変位誤差と弾性係数 E の間にニュートン・ラフソン法を適用し、新たに E 値を仮定し直す。
- 5) 以降、弾性係数 E が収束するまで 2)～4) を繰り返す。

3. 解析手順と結果

3.1 解析条件

表-1 に示した解析条件を仮定し、このパラメータのもとで本手法の妥当性を検討することとする。

表-1 解析条件

真の地山の弾性係数	$E^* = 500MPa$	トンネル高さ	3.6m
弾性係数の初期仮定値	$E_1 = 50MPa$	トンネル幅	6.6m
真の地山のポアソン比	$\nu^* = 0.30$	真の地山の初期水平応力	$\sigma_{11}^* = 1.0MPa$
吹き付け厚	0.2m	真の地山の初期鉛直応力	$\sigma_{22}^* = 2.0MPa$
コンクリートの弾性係数	$E_s = 8,000MPa$	真の地山の初期軸方向水平応力	$\sigma_{33}^* = 1.0MPa$
コンクリートのポアソン比	$\nu_s = 0.20$	真の地山の初期せん断応力	$\sigma_{12}^* = \sigma_{23}^* = \sigma_{13}^* = 0.5MPa$

3.2 測線ひずみを用いた手法

3.2.1 解析手法

図-1 (a) のトンネル縦断面の A-A 断面の壁面上に、図-1 (b) に示す位置に 5 点の測点を設け、それらを結ぶ測線を 6 本定め、元の長さを $l_1 \sim l_6$ 、切羽の一間掘削に起因する変位発生後の測線長を $l'_1 \sim l'_6$ とする。したがって測線ひずみ ε_k (k は測線番号) は以下のように表される。

$$\varepsilon_k = (l'_k - l_k) / l_k \quad (1)$$

逆解析の手順は以下の通りである。

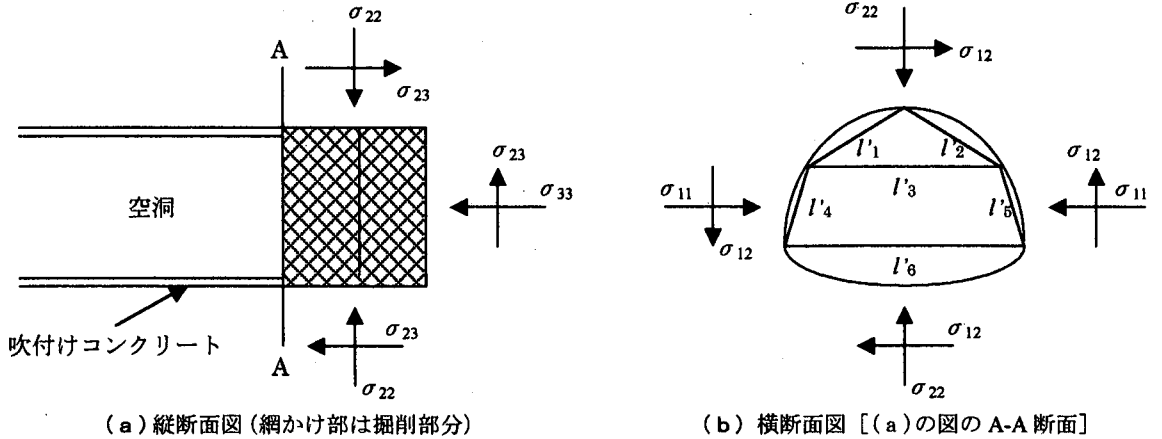


図-1 トンネル縦断面図と横断面図

1) 表-1 で与えた入力値のもとで三次元解析を行い、切羽一聞掘削に起因する測線のひずみ $\varepsilon_1^* \sim \varepsilon_6^*$ の値をあらかじめ算出しておく。ここで求めた値を現場計測値の真値とみなし、これに*を付す。一方、弾性係数を真値の1/10の値 $E_1=50(MPa)$ と仮定し、地盤に各单位応力を単独に作用させ、切羽掘削を行った場合の各測線ひずみ $\varepsilon_1^{yn} \sim \varepsilon_6^{yn}$ を算出する。ここに、 ε_k^{yn} は単位応力 $\sigma_{ij}=1.0(MPa)$ のみが地盤に作用している場合について、切羽掘削に起因して生じる測線 k のひずみであり、また解析の繰返し回数を n で表している。任意の初期応力 σ_{ij} が作用している場合には重ね合わせの原理により測線ひずみを表すことができる。ところで、たとえ地山の弾性係数の仮定値が実際と異なっている、各測線ひずみの比率の値はそれ程大きく変動しないことが分かっている^{4), 5)}。そこで、各測線ひずみ ε_k と測線6のひずみ ε_6 との比について、計測値と解析値を等置すれば、

$$\frac{\varepsilon_k^*}{\varepsilon_6^*} = \frac{\sigma_{11}\varepsilon_k^{11n} + \sigma_{22}\varepsilon_k^{22n} + \sigma_{33}\varepsilon_k^{33n} + \sigma_{12}\varepsilon_k^{12n} + \sigma_{13}\varepsilon_k^{13n} + \sigma_{23}\varepsilon_k^{23n}}{\sigma_{11}\varepsilon_6^{11n} + \sigma_{22}\varepsilon_6^{22n} + \sigma_{33}\varepsilon_6^{33n} + \sigma_{12}\varepsilon_6^{12n} + \sigma_{13}\varepsilon_6^{13n} + \sigma_{23}\varepsilon_6^{23n}}, \quad (k=1 \sim 5) \quad (2)$$

2) 鉛直方向応力 σ_{22} を地山の土被り圧力と仮定し、残りの初期応力5成分を $\sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij} / \sigma_{22}$ と無次元化すると、

$$\frac{\varepsilon_k^*}{\varepsilon_6^*} = \frac{\sigma_{11}^0 \varepsilon_k^{11n} + \varepsilon_k^{22n} + \sigma_{33}^0 \varepsilon_k^{33n} + \sigma_{12}^0 \varepsilon_k^{12n} + \sigma_{13}^0 \varepsilon_k^{13n} + \sigma_{23}^0 \varepsilon_k^{23n}}{\sigma_{11}^0 \varepsilon_6^{11n} + \varepsilon_6^{22n} + \sigma_{33}^0 \varepsilon_6^{33n} + \sigma_{12}^0 \varepsilon_6^{12n} + \sigma_{13}^0 \varepsilon_6^{13n} + \sigma_{23}^0 \varepsilon_6^{23n}}, \quad (k=1 \sim 5) \quad (3)$$

3) 式(3)において、 $k=1 \sim 5$ として測線ひずみ比を5個とることにより以下のマトリックスが得られる。

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11}^0 \\ \sigma_{33}^0 \\ \sigma_{12}^0 \\ \sigma_{23}^0 \\ \sigma_{13}^0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここに、 $C_k = \varepsilon_k^* \varepsilon_6^{22n} - \varepsilon_6^* \varepsilon_k^{22n}$, $a_{k1} = \varepsilon_6^* \varepsilon_k^{11n} - \varepsilon_k^* \varepsilon_6^{11n}$, $a_{k2} = \varepsilon_6^* \varepsilon_k^{33n} - \varepsilon_k^* \varepsilon_6^{33n}$, $a_{k3} = \varepsilon_6^* \varepsilon_k^{12n} - \varepsilon_k^* \varepsilon_6^{12n}$, $a_{k4} = \varepsilon_6^* \varepsilon_k^{23n} - \varepsilon_k^* \varepsilon_6^{23n}$, $a_{k5} = \varepsilon_6^* \varepsilon_k^{13n} - \varepsilon_k^* \varepsilon_6^{13n}$

4) 初期応力比 $\sigma_{11}^0, \sigma_{33}^0, \sigma_{12}^0, \sigma_{23}^0, \sigma_{13}^0$ は式 (4) を解いて算出される。したがって、これらの値に σ_{22} を乗じると、全ての初期応力が決定される。また次式により、各測線の解析ひずみ ϵ_k^n が求められる。

$$\epsilon_k^n = \sigma_{11}^0 \epsilon_k^{11n} + \sigma_{22}^0 \epsilon_k^{22n} + \sigma_{33}^0 \epsilon_k^{33n} + \sigma_{12}^0 \epsilon_k^{12n} + \sigma_{23}^0 \epsilon_k^{23n} + \sigma_{13}^0 \epsilon_k^{13n} \quad (5)$$

5) 測線 l_6 のひずみの計測値 ϵ_6^* と 1 回目の解析値 ϵ_6^1 の比 $F_1 = \epsilon_6^* / \epsilon_6^1$ を算出し、新たな弾性係数 E_2 を式 (6) により求める。

$$E_2 = E_1 / F_1 \quad (6)$$

6) 新たに求まった弾性係数 E_2 のもとで 2)～4) の計算を繰り返す。ただし、繰り返し 3 回目の弾性係数と測線誤差との関係に対して、ニュートン・ラフソン法を適用して新たな弾性係数 E_3 を以下により求める。

$$E_3 = E_2 - \frac{f(E_2)}{(f(E_2) - f(E_1)) / (E_2 - E_1)} = E_2 - \frac{\epsilon_6^* - \epsilon_6^2}{\epsilon_6^1 - \epsilon_6^2} \times (E_2 - E_1) \quad (7)$$

ここに、 $f(E_1) = \epsilon_6^* - \epsilon_6^1$, $f(E_2) = \epsilon_6^* - \epsilon_6^2$

3 回目以降の解析では、式 (7) を一般化し次式を採用する。

$$E_{n+1} = E_n - \frac{\epsilon_6^* - \epsilon_6^n}{\epsilon_6^{n-1} - \epsilon_6^n} \times (E_n - E_{n-1}) \quad (8)$$

7) 以上の繰り返し解析により弾性係数と初期応力が求められる。しかしポアソン比も未知量であるから、以下の手順を行う。すなわち、ポアソン比 ν を 0.1～0.4 まで 0.1 ごとに 1)～6) の解析を行い、それぞれの収束値を求める。次に、その時の各測線の誤差の 2 乗和 $g(E_n) = \sum (\epsilon_k^n - \epsilon_k^*)^2$ を求め、この値が最小となる場合の ν の値を真の ν として決定する。

3.2.2 解析結果と考察

ポアソン比 ν を真の値 $\nu = 0.3$ と仮定したときの弾性係数と繰り返し回数の関係を図-2 に示す。弾性係数は繰り返し解析を行うことにより精度の良い値に収束していることがわかる。図-3～図-7 は各初期応力と繰り返し回数との関係である。図-3 の水平初期応力 σ_{11} の 1 回目の値は真値の 1.5 倍強であるが、2 回目以降の繰り返し解析と共に精度が改善され、最終的には真の値にほぼ一致した。図-4 はトンネル軸方向の水平初期応力 σ_{33} と繰り返し回数との関係である。1 回目は真の値の約 1.2 倍であるが、2 回目以降の繰り返し解析と共に精度が改善され、最終的には真の値にほぼ一致した。その他の初期応力も同様の結果が得られた。

ポアソン比の推定に関しては、ポアソン比の値を $\nu = 0.1$ から 0.1 ごとに 0.4 まで仮定し、初期弾性係数の値を真値の 1/10 として逆解析を行った。測線ひずみの計測値と解析値の誤差の 2 乗和を調べると図-8 のような結果が得られた。これより、測線ひずみの誤差の 2 乗和を最小にするポアソン比として地山の真のポアソン比 $\nu = 0.3$ を推定できることが確認できる。当然の事ながら、この場合における弾性係数の推定値が最も真の値に近くなった。以上より、本

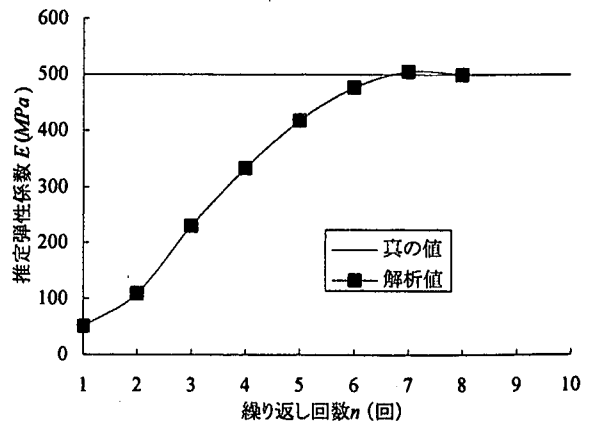


図-2 弾性係数 E と繰り返し回数 n の関係

提案手法により繰り返し順解析を行えば初期応力，弾性係数，ポアソン比を十分な精度で推定できることが確認できる。

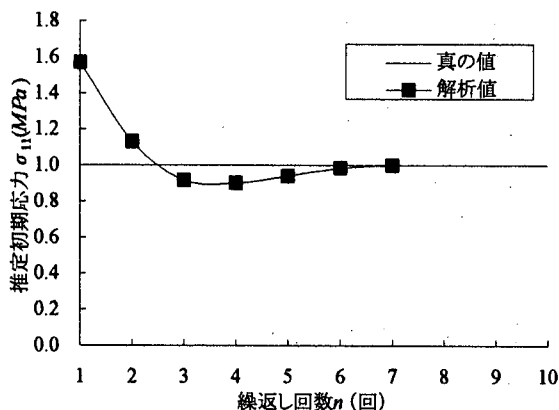


図-3 初期応力 σ_{11} と繰返し回数 n の関係

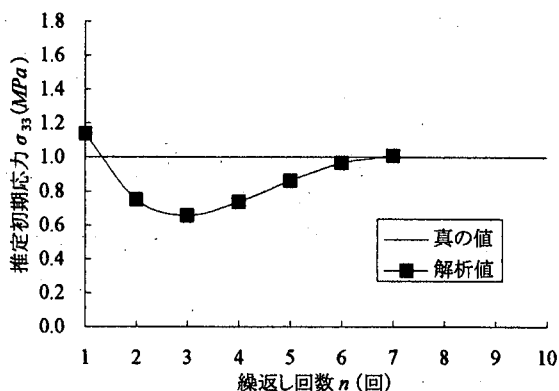


図-4 初期応力 σ_{33} と繰返し回数 n の関係

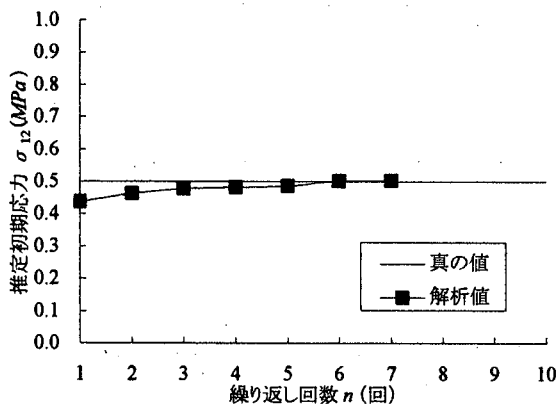


図-5 初期応力 σ_{11} と繰返し回数 n の関係

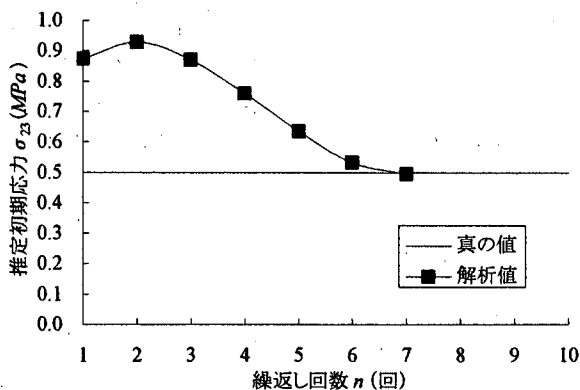


図-6 初期応力 σ_{23} と繰返し回数 n の関係

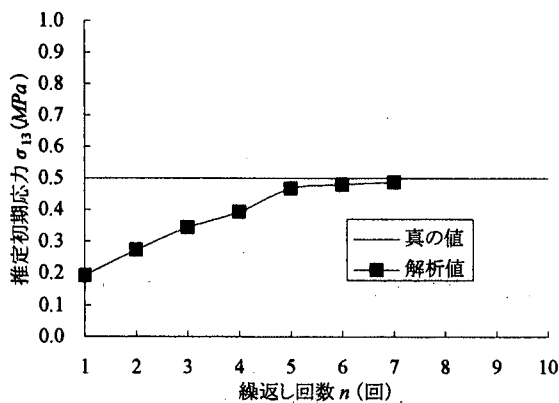


図-7 初期応力 σ_{13} と繰返し回数 n の関係

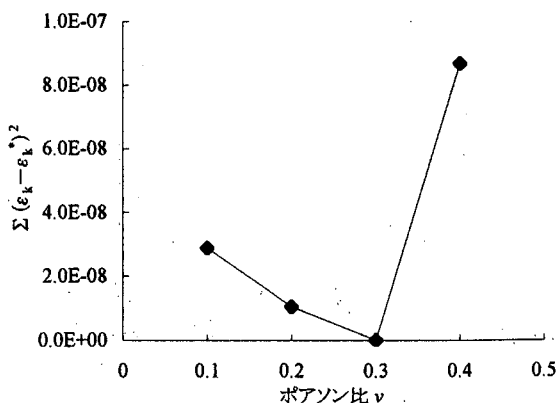
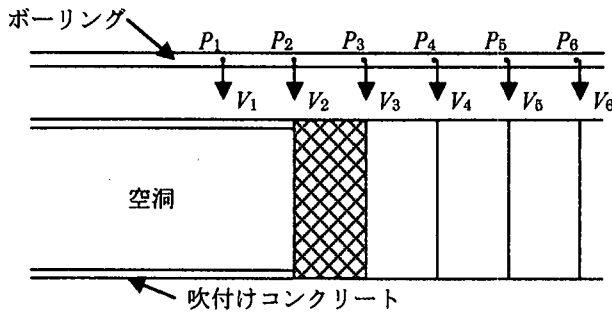
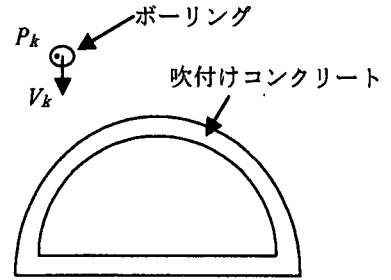


図-8 ひずみの誤差の二乗和とポアソン比の関



(a) 縦断面図 (網かけ部は掘削部分)



(b) 横断面図

図-9 トンネル縦断面図と横断面図 (変位の計測位置)

3.3 測点沈下量を用いた手法

3.3.1 解析手法

図-9のように1本のボーリングを通し、測点 P_k (k は測点番号)を設け、その沈下量 V_k を用いて初期応力、弾性係数、およびポアソン比を求める解析を行うこととする。手順は以下の通りである。

1) 真の力学定数を用いた順解析により実測沈下量 $V_1^* \sim V_6^*$ に対応する値を算出しておく。一方、真の弾性係数の $1/10$ の弾性係数を仮定し、地盤に各単位応力 σ_{ij} を単独に作用させた場合の各測点の沈下量 $V_1^{*1} \sim V_6^{*1}$ を順解析により算出する。各測点の沈下量を測点2の沈下量 V_2 で除し、実測と解析の沈下量比を等置すると、

$$\frac{V_k^*}{V_2^*} = \frac{\sigma_{11}V_k^{11n} + \sigma_{22}V_k^{22n} + \sigma_{33}V_k^{33n} + \sigma_{12}V_k^{12n} + \sigma_{13}V_k^{13n} + \sigma_{23}V_k^{23n}}{\sigma_{11}V_2^{11n} + \sigma_{22}V_2^{22n} + \sigma_{33}V_2^{33n} + \sigma_{12}V_2^{12n} + \sigma_{13}V_2^{13n} + \sigma_{23}V_2^{23n}} \quad (9)$$

2) 鉛直初期応力 σ_{22} が地山の土被り圧力に一致すると仮定し、残りの初期応力を $\sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij}/\sigma_{22}$ と無次元化すると、

$$\frac{V_k^*}{V_2^*} = \frac{\sigma_{11}^0V_k^{11n} + V_k^{22n} + \sigma_{33}^0V_k^{33n} + \sigma_{12}^0V_k^{12n} + \sigma_{13}^0V_k^{13n} + \sigma_{23}^0V_k^{23n}}{\sigma_{11}^0V_2^{11n} + V_2^{22n} + \sigma_{33}^0V_2^{33n} + \sigma_{12}^0V_2^{12n} + \sigma_{13}^0V_2^{13n} + \sigma_{23}^0V_2^{23n}} \quad (10)$$

3) 式(10)を変形した後、マトリックス表示すると、

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11}^0 \\ \sigma_{33}^0 \\ \sigma_{12}^0 \\ \sigma_{23}^0 \\ \sigma_{13}^0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

ここに、 $C_k = V_k^*V_2^{22n} - V_2^*V_k^{22n}$ 、 $a_{k1} = V_2^*V_k^{11n} - V_k^*V_2^{11n}$ 、 $a_{k2} = V_2^*V_k^{33n} - V_k^*V_2^{33n}$ 、 $a_{k3} = V_2^*V_k^{12n} - V_k^*V_2^{12n}$ 、 $a_{k4} = V_2^*V_k^{23n} - V_k^*V_2^{23n}$ 、 $a_{k5} = V_2^*V_k^{13n} - V_k^*V_2^{13n}$

4) 5つの初期応力比 $\sigma_{11}^0, \sigma_{33}^0, \sigma_{12}^0, \sigma_{23}^0, \sigma_{13}^0$ は式(11)を解いて算出される。これらの値に σ_{22} を乗じて、全ての初期応力が決定される。これより各測点の解析沈下量 V_k^* が求められる。

$$V_k^n = \sigma_{11}^0 V_k^{11n} + \sigma_{12}^0 V_k^{22n} + \sigma_{13}^0 V_k^{33n} + \sigma_{22}^0 V_k^{12n} + \sigma_{23}^0 V_k^{23n} + \sigma_{33}^0 V_k^{13n} \quad (12)$$

5) 式(6)により新たな弾性係数 E_2 を求める。ただし、 $F_1 = V_2^* / V_2^1$ である。

6) 新たに求まった弾性係数 E_2 のもとで2)～4) の計算を収束するまで繰返し行ふ。ただし、弾性係数と測点 P_n の沈下量誤差との関係にニュートン・ラフソン法を適用して新たな弾性係数 E_{n+1} を決定する。すなわち、

$$E_{n+1} = E_n - \frac{f(E_n)}{(f(E_n) - f(E_{n-1})) / (E_n - E_{n-1}))} = E_2 - \frac{V_2^* - V_2^n}{V_2^{n-1} - V_2^n} \times (E_n - E_{n-1}) \quad (13)$$

ここに、 $f(E_n) = V_2^* - V_2^n$

7) ポアソン比の解析においては、前節の7)と同様の手法を用いた。ただし $g(E_n)$ は沈下量の解析誤差の2乗和 $g(E_n) = \sum (V_k^n - V_k^*)^2$ である。

3.3.2 解析結果と考察

図-10 はポアソン比を $\nu=0.3$ と仮定したときの弾性係数と繰返し回数との関係である。繰返し回数2度目の値は真の値の1.6倍であるが、繰返し回数と共に、その値は真の値を挟んで振動しながら精度の良い値に収束していくのが理解できる。図-11～図-15 は初期応力5成分と繰返し回数との関係である。図-11 の水平初期応力 σ_{11} は繰返し解析を行うことにより精度の良い値が得られることがわかる。その他の初期応力についても同様の結果が得られた。図-16 はポアソン比の値を $\nu=0.1$ から0.1ごとに0.4まで仮定して繰返し逆解析を行い、弾性係数が収束したときの沈下量の解析誤差の2乗和とポアソン比の関係である。この結果より真のポアソン比の値0.3が容易に求められる事がわかる。

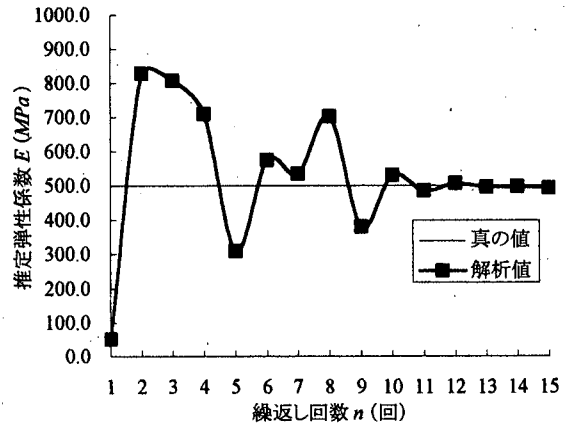


図-10 弾性係数と繰返し回数の関係

以上より、測点の沈下量を用いた本提案法は測線ひずみを用いた手法と同様に繰返し解析により初期応力、弾性係数、ポアソン比が推定でき、簡易な逆解析手法であるといえる。

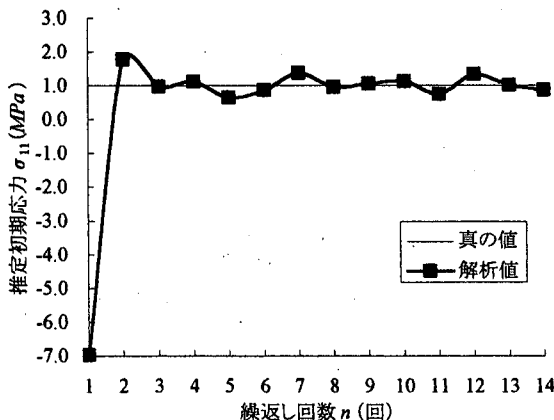


図-11 初期応力 σ_{11} と繰返し回数の関係

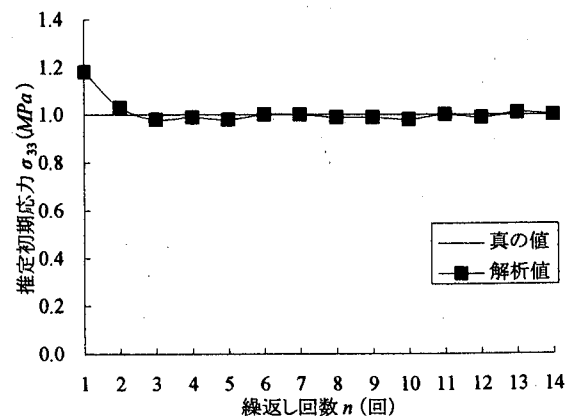


図-12 初期応力 σ_{33} と繰返し回数の関係

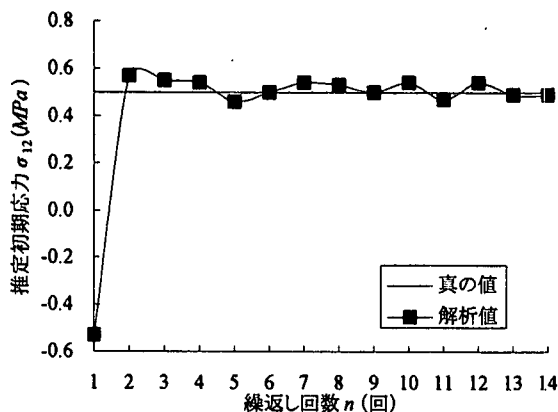


図-13 初期応力 σ_{12} と繰返し回数の関係

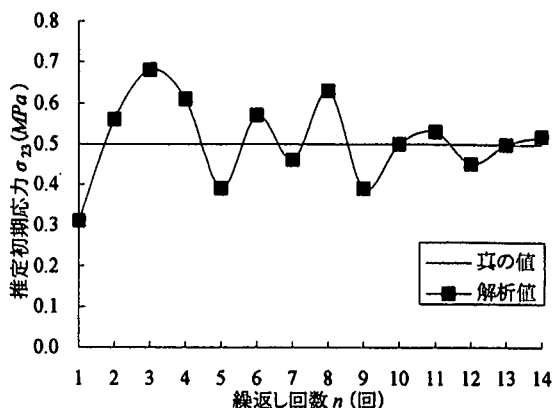


図-14 初期応力 σ_{23} と繰返し回数の関係

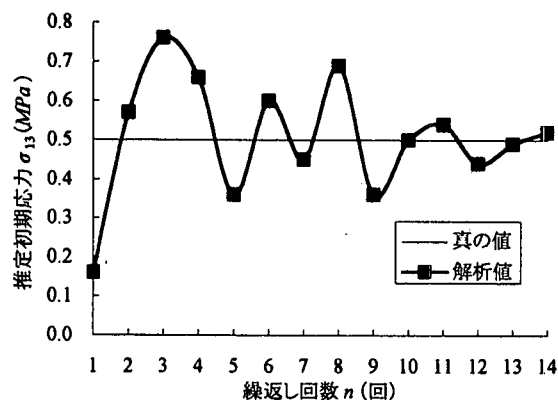


図-15 初期応力 σ_{13} と繰返し回数の関係

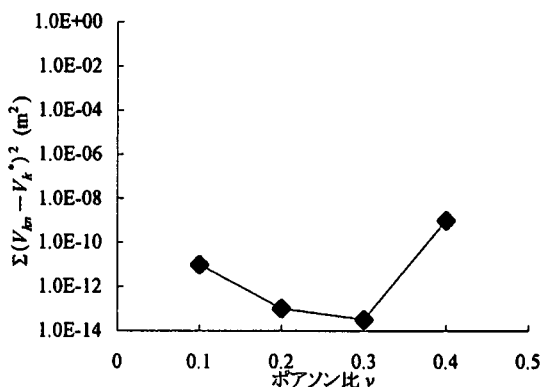


図-16 沈下量誤差の2乗和とポアソン比の関係

4. 結 論

三次元順解析結果にニュートン・ラフソン法を適用し、繰返し解析により初期応力、ポアソン比、弾性係数を求める逆解析手法を提案した。現場計測量としては、①トンネル壁面での測線ひずみ、または②切羽周辺地盤の沈下量であるが、いずれの計測量を用いても共に精度の良い結果を得ることができた。

本手法では特別な逆解析プログラムは必要とせず、通常使用されている三次元 FEM プログラムにより順解析を繰返し行って未知量が推定されるので、現場に容易に適用しやすいという長所を有している。

参考文献

- 1) 久武勝保, 伊藤富雄, 上久保裕介, 加藤茂樹: 最適化手法を用いた三次元逆解析法のトンネル問題への適用, 第 19 回土質工学研究発表会, 2 冊分の 2, pp.1395-1396, 1984 年 6 月
- 2) 久武勝保, 稲葉力, 平田篤夫: 三次元逆解析に基づく最適トンネル形状の決定, 材料, 第 38 巻, 第 426 号, pp.235~240, 1989 年 3 月
- 3) 久武勝保: トンネルにおける三次元逆解析法の開発, 土木学会論文集, 第 376 号/Ⅲ-6, pp.259-265, 1986
- 4) M.Hisatake: Direct estimation of initial stress of the ground around a tunnel, Proceedings of the 7th international symposium on numerical models in geomechanics, NUMOGVII, p.373-377, 1999.
- 5) M.Hisatake: Reasonable tunnel execution based on a field measurement analysis, Proc. 26th ITA World Tunnel Congress, 2000.