

はりばねモデル計算法による断面力算定に関する一考察

A COSIDERATION FOR THE CALCULATION METHOD OF SECTIONAL FORCES BY BEAM-SPRING MODEL

藤木育雄¹⁾・中島信²⁾・木村定雄³⁾・小泉淳⁴⁾

Ikuo FUJIKI, Makoto NAKAJIMA, Sadao KIMURA, Atsushi KOIZUMI

The calculation method based on the Beam-Spring model is one of the effective way to compute the sectional forces for shield tunnel lining. However, when the external load acting around the tunnel is uniformity, there are accidentally the case that the numerical results can not be obtained, because the elastic spring evaluating the ground reaction by Winkler's postulation is not working well. Therefore, various sensitivity analysis are carried out to investigate the method getting the stable solutions in such case. Consequently, it is seen that the stable solutions can be obtained by changing the spring constants or using the Beam-Spring model distributed all around the tunnel.

Key Words: shield tunnel, design of tunnel lining, ground reaction, numerical analysis

1. はじめに

”はりばねモデルによる計算法”は、シールドトンネルの主体構造となるセグメントリングの断面力算定法として多用される傾向にある。この方法の特徴は、①セグメントどうしを連結する継手部の剛性低下や継手部における力のやりとりを種々のばね(以下、総称して継手ばねと呼ぶ)にモデル化して表現することでセグメントリングの構造を詳細にモデル化している点、②セグメントリング横断面内の変形によって生じる地盤反力を Winkler の仮定に従う地盤ばねで評価している点にある。この方法は数値計算の技術の進歩により、現在ではセグメント設計の実務において容易に用いられるようになってきたが、一方で対象とする構造物の大型化や複雑化に伴い数値計算上の条件設定等の取扱い方の違いが計算結果に影響を与え、正解が得られないなどの問題が生じてきている。例えば、継手ばねや地盤ばねのばね定数として数値計算上の無限小や無限大の値を設定する場合、それを適切に評価しないと計算結果に与える影響は大きい。また、はりばねモデルでは地盤ばねが働く節点のみがセグメントリングを支持する数値計算上の支点となるという特徴があるため、軟弱地盤で側方土圧係数が大きい場合や土被りが大きく水圧が卓越する場合などではトンネルの全周にわたって作用する土水圧が均等圧に近づき、曲げによる変形量が小さく Winkler の仮定に従う地盤ばねがトンネルの全周にわたって作用しなくなり安定した計算結果が得られない。

1) フェロー会員 帝都高速度交通営団 建設本部

2) フェロー会員 メトロ開発(株)

3) 正会員 工学修士 佐藤工業(株) 中央技術研究所

4) 正会員 工学博士 早稲田大学 理工学部 土木工学科

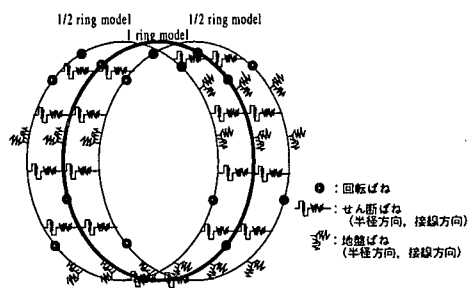


図-1 はり-ばねモデルの概要

以上のような実状を踏まえ、本報告は、はり-ばねモデルによる断面力算定において安定した計算結果を得るための手法について検討したものである。

2. はり-ばねモデルによる計算法の概要

図-1 は、はり-ばねモデルの概要を示したものである。はり-ばねモデルはセグメント主断面を“はり”に、セグメント継手を“回転ばね”に、リング継手を“せん断ばね”にそれぞれモデル化している。継手ばねのばね定数は実験的に求めたものが多く採用されているが、セグメント継手をモデル化した回転ばねのばね定数についてはこれを解析的に求める方法もある¹⁾。地盤反力の評価は慣用計算法の場合とは異なり、セグメントリングの半径方向変位に対応してWinklerの仮定に従うばねでモデル化している。この方法は継手などのセグメントリングを構成する構造部材や周辺地盤を個別にモデル化しているため、セグメント主断面や継手の設計およびトンネルの変形に対する検討などをトンネル周辺の地山の性質に応じて行うことができ、また非対称な構造系や荷重系などにも対応できる特徴がある。

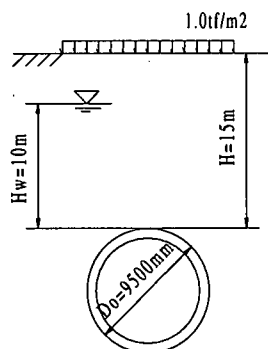


図-2 トンネルの概要

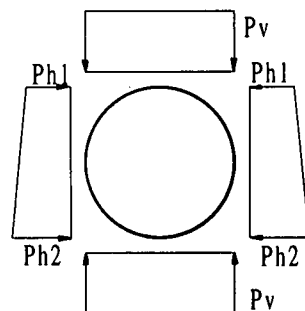


図-3 荷重図の概要

表-1 トンネルの構造条件および基本的な解析条件

セグメントの種類	中子形セグメント(4中子)
セグメントの分割数	8
リングの組み方	2リソク千鳥組(振り角:30°)
セグメントリング外径(mm)	9500
セグメント幅(mm)	1200
セグメント高さ(mm)	530
図心半径(mm)	4536
主断面の面積(m²)	0.43
主断面の断面二次モーメント(m⁴)	0.983×10^{-2}
コンクリートの弾性係数(kN/mm²)	39
セグメント継手の回転ばね定数 正曲げ: $k\theta$ (kNm/rad)	73820
セグメント継手の回転ばね定数 負曲げ: $k\theta$ (kNm/rad)	42940
リング継手のせん断ばね定数半径方向・接線方向: ks (kN/m)	1×10^{10}
1リングあたりの節点数	68
千鳥組のモデル化	0.5リソク+1.0リソク+0.5リソク
地盤ばねが作用する節点の収束判定値 $\Delta\delta$ (mm)	1×10^{-5}

表-2 地盤条件および荷重算定の条件

土質	沖積粘性土
荷重算定における土と水の考え方	土水一体
土被り(m)	15
トンネル天端からの水位(m)	10
N値	0
土の単位体積重量(kN/m³)	18
側方土圧係数 λ	0.75
地盤ばね定数 半径方向 ksr (kN/m³)	10
地盤ばね定数 接線方向 kst (kN/m³)	100
上載荷重(kN/m²)	10

3. 検討の対象にしたトンネルの概要と基本的な解析条件

検討の対象にしたトンネルの概要を図-2に示す。このトンネルは複線の鉄道トンネルを想定したものであり、トンネル構造の詳細および基本的な解析条件は表-1に示すとおりである。トンネルの周辺地盤はN値がゼロ相当の軟弱な地盤を考えている。地盤条件および荷重を算定するにあたっての条件は表-2 および図-3に示すとおりである。

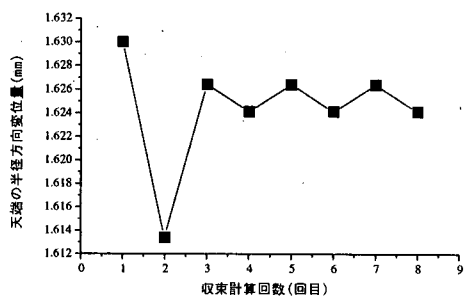


図-4 収束計算の過程の状況

表-3 地盤ばね定数, リング継手のせん断ばね定数の感度解析

解析ケース	kst (kN/m ³)	ksr (kN/m ³)	ks (kN/m)	+Mmax (kNm)	N (kN)	-Mmax (kNm)	N (kN)	備 考
1	1×10 ⁴	1×10 ²	1×10 ¹⁶	254.9	1336	251.1	1580	
2	1×10 ³			289.3	1325	290.7	1616	
3	1×10 ²			293.5	1324	295.5	1620	
4	1×10 ¹			収束せず				
5	1×10 ⁰			294.1	1323	296.1	1621	回転
6	1×10 ²	1×10 ⁴	1×10 ¹⁶	199.4	1352	194.5	1596	
7		1×10 ³		276.8	1329	276.3	1617	
8		1×10 ²		293.5	1324	295.5	1620	
9		1×10 ¹		295.4	1323	297.7	1621	
10		1×10 ⁰		収束せず				
11	1×10 ²	1×10 ²	1×10 ⁴	221.5	1275	176.2	1529	
12			1×10 ³	236.8	1273	227.6	1544	
13			1×10 ²	271.3	1261	276.5	1577	
14			1×10 ¹	294.0	1275	294.8	1602	
15			1×10 ⁰	293.5	1324	295.5	1620	

以上の条件のもとで, はり-ばねモデルを用いて断面力を算定した. その結果, Winkler の仮定に従う地盤ばねの作用する節点が収束せず, 数値解は得られなかった. 図-4 は収束計算の過程を示したものである. この計算では地盤ばね定数の値が微小なため, 1 回目の計算結果から断面力の値はほぼ一定となっているが, 4 回目以降の計算から解が振動し, 地盤ばねの作用する節点が収束した状態での安定解は得られない. このように, はり-ばねモデルを用いた断面力の算定では必ずしも安定した解が得られるとは限らない. 安定した解を得るためには, 継手ばねや地盤ばねのばね定数, 収束の判定条件などを構造条件や地盤条件に応じて合理的に評価することが重要と考えられる. 以下に, これらの要因をパラメータとした感度解析を行い, 安定解を得るための方法について考察する. なお, 本解析にはシールドトンネルの解析プログラム moleman(ver.2.0)を用いている.

4. 感度解析結果に基づく安定解の求め方

前述の計算結果を踏まえて(1)リング継手のせん断ばねおよび地盤ばねのばね定数の感度解析, (2)地盤ばねの収束判定条件の感度解析, (3)側方土圧係数が変化する場合の感度解析および(4)土被りが変化する場合の感度解析を行い, 解が不安定となる状況を明らかにした上で安定した解を得るための方法について検討を加える.

(1)リング継手のせん断ばねおよび地盤ばねのばね定数の感度解析

リング継手をモデル化したせん断ばねのばね定数は, セグメント継手をモデル化した回転ばねのばね定数が解析からも求めることが可能であるの対し, 現状では実験を行う以外にそれを明確に定めることがむずかしい. このため, 設計結果が安全側であることを考慮して半径方向および接線方向のばね定数はともに数値計算上無限大の値を用いているのが実状である. またトンネルの周辺地盤が非常に軟弱である場合には地盤を評価する地盤ばねのばね定数は数値計算上無限小の値を与えることになる. このような数値計算上の無限大や無限小の値はセグメントリング主断面の剛性などを加味して定めることは当然であるが, ここではリング継手をモデル化したせん断ばねや地盤ばねのばね定数をパラメータとした感度解析を行い, その結果をふまえて数値計算上の無限大や無限小の値を評価する.

表-3 は解析ケースとそれに用いたばね定数の組合せおよび解析結果を示したものである. これらの解析に用いた荷重条件は土被り H を 15m, 側方土圧係数 λ を 0.7 とし, 前項で述べた解析条件よりも曲げによる変形が生じやすく地盤ばねが作用する節点が収束しやすい条件としている. なお, 収束判定条件として $\Delta\delta$ は 10^{-5} mm としている. ここに $\Delta\delta$ は当該の計算で得られた解(変位量)と一つ前の計算で得られた解との差であ

る。この結果から、せん断ばね定数 k_s は半径方向および接線方向ともに 10^{16} kN/m, 半径方向の地盤ばね定数 k_{sr} は 10 kN/m³, 接線方向の地盤ばね

定数 k_{st} は 100 kN/m³ とするこ

とがリング継手のせん断ばね定数を無限大や地盤ばね定数を無限小の値として評価するうえで適切であることがわかる。なお, k_{st} は k_{sr} の 10 倍の値となっているが, この値を用いたときのセグメント幅あた

りの接線方向の地盤反力の

最大値は 0.8 kN/m 未満と微小な値である。またトンネルの上下方向や左右方向から作用する荷重が釣合う状況下では k_{st} の影響が小さく無視できる²⁾ことから, ここでは安定解を得るための k_{st} は 100 kN/m³ でよいと判断される。

表-4 荷重条件

(単位: kN/m)

荷重ケース	土被り (m)	側方土圧係数	P_v	$Ph1$	$Ph2$	$Ph0$	$Ph0/P_v$
1	15.0	0.85	336.00	289.53	456.09	372.81	1.110
2	15.0	0.80	336.00	272.50	429.26	350.88	1.044
3	15.0	0.75	336.00	255.47	402.43	328.95	0.979
4	15.0	0.70	336.00	238.44	375.60	307.02	0.914

注) $Ph0 = (Ph1 + Ph2)/2$

表-5 計算結果 ($k_{sr}=10$ kN/m³, $k_{st}=100$ kN/m³)

荷重ケース	変形状態	+Mmax (kNm)	N (kN)	-Mmax (kNm)	N (kN)
1	縦長	361.3	1491	440.0	1977
2	縦長	収束せず			
3	横長	収束せず			
4	横長	295.4	1323	297.7	1621

表-6 計算結果 ($k_{sr}=100$ kN/m³, $k_{st}=100$ kN/m³)

荷重ケース	変形状態	+Mmax (kNm)	N (kN)	-Mmax (kNm)	N (kN)	半径方向地盤反力の最大値 (kN/m)
1	縦長	358.7	1492	436.9	1977	0.6
2	縦長	195.2	1511	238.4	1800	0.2
3	横長	132.7	1390	149.2	1527	0.1
4	横長	293.5	1324	295.5	1620	0.4

表-7 計算結果 (全周地盤ばねモデル^{*1}: $k_{sr}=10$ kN/m³, $k_{st}=100$ kN/m³)

荷重ケース	変形状態	+Mmax (kNm)	N (kN)	-Mmax (kNm)	N (kN)	半径方向地盤反力の最大値 (kN/m)
1	縦長	359.9	1492	438.9	1976	0.06
2	縦長	195.5	1510	239.0	1800	0.03
3	横長	132.8	1390	149.4	1527	0.01
4	横長	294.4	1323	296.7	1620	0.04

*1) 圧縮側と引張側ともに, $k_{sr}=10$ kN/m³, $k_{st}=100$ kN/m³

(2) 地盤ばねの収束判定条件の感度解析

本解析では Winkler の仮定に従う地盤ばねが作用する節点の収束状態は式(1)を用いて判定するものとし, トンネル構造を全体座標系で表したときの全節点の変位が安定するか否かで判断している。

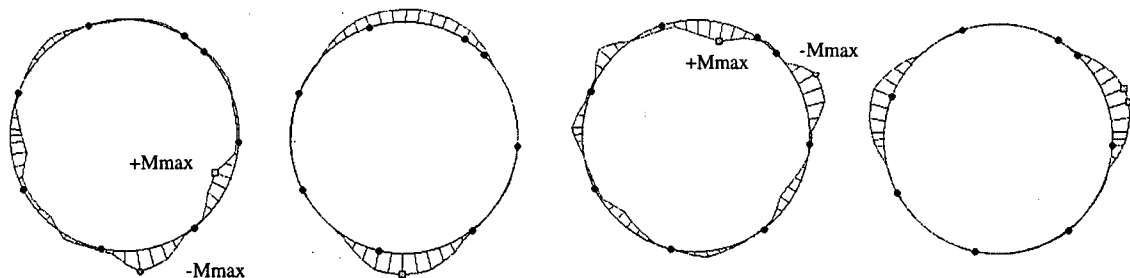
$$\Delta\delta < \sum_{k=0}^N \sqrt{(x_k^n - x_k^{n-1})^2 + (y_k^n - y_k^{n-1})^2} \quad \dots\dots (1)$$

ここで, $\Delta\delta$ は収束判定値, N はセグメント 1 リングあたりの全節点数, x_k^n および y_k^n はそれぞれ k 番目の節点における n 回目の水平方向変位量および鉛直方向変位量である。

ここでは表-1 および表-2 に示した解析条件を用いて $\Delta\delta$ を変化させた感度解析を行い, 安定解を得るための収束判定値の大きさの影響をみることにし, 地盤ばねの作用する節点が収束するまで $\Delta\delta$ を 10^{-5} mm から 10 倍ずつ大きくして解析を行った。その結果, $\Delta\delta$ が 10^{-3} mm のときに図-4 中の 1 回目で計算が収束した。1 回目の計算結果は前述のとおり地盤ばねの作用する節点が収束していない状態の結果であることから, 収束判定値のみを安易に低減して計算することは誤った解を得る可能性があることがわかる。

(3) 側方土圧係数が変化する場合の感度解析

トンネルの鉛直方向と水平方向から作用させる荷重が等しい場合, セグメントリングは全周にわたって内側に変形し, Winkler の仮定に従う地盤ばねが作用しなくなることから, 安定した解が得られない。このような荷重条件の場合に安定した解を得る方法を検討するため, 側方土圧係数の大きさをパラメータとした感度解析を行った。表-4 は解析に用いた荷重ケースを示したものである。この表から側方土圧係数が $0.75 \sim 0.80$ のときに鉛直方向荷重 P_v と水平方向荷重の平均値 $Ph0$ がほぼ等しくなることがわかる。表-5 は(1)の検討から得られた k_s , k_{sr} および k_{st} を用いて計算した結果を示したものである。なお, 収束判定値 $\Delta\delta$ は 10^{-5} mm



曲げモーメント図

半径方向の地盤反力図

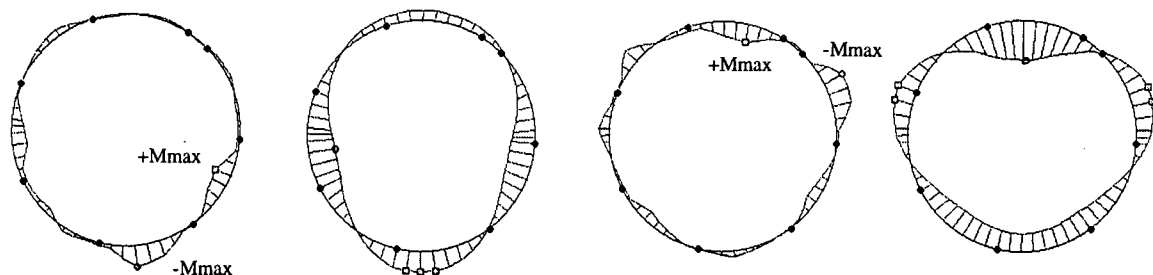
曲げモーメント図

半径方向の地盤反力図

(a) $\lambda = 0.80$ (荷重ケース2)

(b) $\lambda = 0.80$ (荷重ケース3)

図-4 ①の方法による計算結果の例



曲げモーメント図

半径方向の地盤反力図

曲げモーメント図

半径方向の地盤反力図

(a) $\lambda = 0.80$ (荷重ケース2)

(b) $\lambda = 0.80$ (荷重ケース3)

図-5 ②の方法による計算結果の例

を用いている。Pv と Ph0 がほぼ等しくなる荷重ケースでは地盤ばねの作用する節点が収束せず、安定解が得られない。そこで、安定した解を得る方法として、① ksr の値を 10 倍とする方法および②トンネルの全周にわたって地盤ばねを配するモデル(全周地盤ばねモデル)を用いる方法により解析を行った。表-6 および表-7 はそれらの計算結果を、また図-4 および図-5 は計算結果の一例を図示したものである。これらの図表から、①または②の方法を用いることで計算上安定した解が得られることがわかる。

次に荷重ケース2 および 3 の計算結果をもとに、数値計算上の地盤ばねの取扱い方を変えることが計算結果に与える影響を調べた。①の方法の計算結果では、荷重ケース2 および 3 のセグメント幅あたりの半径方向の地盤反力の最大値はそれぞれ 0.2kN/m および 0.1kN/m と微小な値であり、数値計算上これらは無視できるものと考えられる。②の方法の計算結果では、荷重ケース2 および 3 のセグメント幅あたりの半径方向の地盤反力の最大値はそれぞれ 0.03kN/m および 0.01kN/m であり、また引張のばねとして作用するセグメント幅あたりの半径方向の反力の最大値もそれぞれ 0.03kN/m および 0.02kN/m と微小な値である。以上のことから、①や②の方法は断面力の計算結果に影響を与えることなく安定解を得るために有効な方法と考えられる。

(4) 土被りが変化する場合の感度解析

(3)の検討結果をふまえて、土被りが変化する場合について検討を加えた。表-8 は側方土圧係数を 0.75 と一定値として土被りが 13m から 15m となる場合の荷重を示したものである。荷重ケース5~8 の鉛直方向荷重と水平方向荷重の平均値の比 Ph0/Pv は前述した荷重ケース2,3 の場合よりもさらに 1 に近づく条件となる。これらのケースは(1)の検討から得られた条件を用いて計算すると、すべてのケースで安定解は得られない。そこで、(3)

の検討方法と同様に① ksr の

値を10倍とする方法および②

全周地盤ばねモデルを用いる

方法により解析を行った。表

-9 および表-10 はそれぞれの

方法により求めた計算結果を

示したものである。これらの結果から①や

②の方法を適用することにより安定解が得

られることがわかる。また、これらの方法

を適用した場合、解に与える影響の程度は

(3)で述べたそれと同程度であり、このよう

な処理が断面力の計算結果に与える影響は

小さい。

5. まとめ

はり-ばねモデルによる断面力の算定の

際に安定解を得るための方法を検討する目

的で種々の感度解析を行った。その結果、以下の知見が得られた。

(1) 継手ばねや地盤ばねのばね定数として無限大や無限小の値を設定する場合、セグメント主断面の剛性

などを加味して数値計算上の無限大や無限小を評価する必要がある。

(2) 鉛直方向荷重と水平方向荷重の大きさが等しくトンネルの全周にわたってほぼ均等な力が作用する

場合には、Winkler の仮定に従う地盤ばねがトンネルの全周にわたって作用しなくなることから、安

定した解が得られない。このようなケースでは断面力の計算結果に影響を与えない程度に地盤ばねの

ばね定数の大きさを変えたり、全周地盤ばねモデルを用いることで安定した解が得られるようになる。

本文では軟弱地盤中のトンネルを対象とした検討結果を述べた。一方、大土被りで土圧に比べて水圧が卓

越するような地盤においてもトンネルに作用する力がトンネルの全周にわたって均等になることが予想され

る。このような条件下では、地盤も良好であり地盤ばねのばね定数は大きな値となることから、地盤ばねが

作用する節点が収束しない場合には設計に採用すべき断面が大きく異なることが予想される。この場合には、

本文で述べたような安定解を得るための方法など、地盤ばねの取扱い方を十分に検討する必要があるものと

思われる。

参考文献

1)村上, 小泉: シールド工事用セグメントのセグメント継手の挙動について, 土木学会論文報告集, No.296,

1980.4.

2)木村, 渡邊, 小泉: 全周地盤ばねモデルを用いたセグメント設計の合理化に関する研究, トンネル工学研

究論文・報告集, Vol.6, 1996.11.

表-8 荷 重 条 件

(単位: kN/m)

荷重ケース	土被り (m)	側方土圧係数	Pv	Ph1	Ph2	Ph0	Ph0/Pv
5	15.0	0.75	336.00	255.47	402.43	328.95	0.979
6	14.0	0.75	314.40	239.27	386.23	312.75	0.995
7	13.5	0.75	303.60	231.17	378.13	304.65	1.003
8	13.0	0.75	292.80	223.07	370.03	296.55	1.013

注) Ph0=(Ph1+Ph2)/2

表-9 計算結果 (ksr=100kN/m³, kst=100kN/m³)

荷重ケース	変形状態	+ Mmax (kNm)	N (kN)	- Mmax (kNm)	N (kN)
5	横長	132.7	1390	149.2	1527
6	中間	97.6	1391	119.2	1433
7	中間	109.1	1333	110.5	1539
8	縦長	122.2	1283	134.1	1510

表-10計算結果 (全周地盤ばねモデル^{*1}:ksr=10kN/m³, kst=100kN/m³)

荷重ケース	変形状態	+ Mmax (kNm)	N (kN)	- Mmax (kNm)	N (kN)
5	横長	132.8	1390	149.4	1527
6	中間	97.6	1391	119.2	1433
7	中間	109.0	1333	110.4	1539
8	縦長	122.1	1283	134.0	1510

*1) 圧縮側と引張側ともに, ksr=10kN/m³, kst=100kN/m³