

# 極限状態の仮定に基づく Terzaghi のゆるみ土圧 に関する一考察

## A CONSIDERATION ON TUNNEL PRESSURE DERIVED FROM THE TERZAGHI'S FORMULA BASED ON AN EQUILIBRIUM ASSUMPTION IN A LIMIT STATE

芥川真一<sup>1)</sup>・木谷努<sup>2)</sup>・阿部泰典<sup>3)</sup>・桜井春輔<sup>1)</sup>

Shinichi AKUTAGAWA, Tsutomu KITANI, Yasunori ABE and Shunsuke SAKURAI

The Terzaghi's formula has been and is widely used to derive design tunnel pressure in various different conditions. However, with a critical view, the assumptions, concepts, derivation method need to be confirmed with reference to the ways it is applied in current practices. Through several years of experimental and analytical investigation on mechanics of tunnel failure and force equilibrium in a limit state, the authors have come to a recognition that the formula might be used in design practices not in the way that it was derived for. This paper details on the reasons for this view and addresses such points as should be treated with care to achieve a better definition method of tunnel pressure.

**Key Words:** Terzaghi's formula on tunnel pressure, limit equilibrium state, design tunnel pressure

### 1. はじめに

Terzaghi の緩み土圧式<sup>1)</sup>はシールド、NATM トンネル<sup>2)</sup>の両方において様々な場面で設計土圧算定式として用いられていることは周知の事実である。しかしながら、この土圧式が用いられているそれぞれの状況を注意深く比較すると、トンネルの形式、地質条件、施工形態、土被り、等が微妙に、あるいは大きく異なっていることも事実である。では、Terzaghi の土圧式はこのような条件の違いをすべて考慮できるように作られているのであろうか？この式が導かれた根本的考え方は何だったのか？この式を用いて設計土圧を算定し、それが実測値に近くなった時、それは何を意味すると考えればよいのか？今、トンネル施工技術が着実な進歩を見せる中、その理論的裏付け、計測データの合理的解釈、さらに合理的設計・施工手法などを確立するには、これらの問いに対して明確な見解を出しておく必要がある。本稿では、円形トンネルの崩壊に関する室内実験と数値解析の結果を通して、極限状態を仮定して導かれている Terzaghi のトンネル土圧をどう考えればよいのかに関する一つの考え方を示すことを試みる。

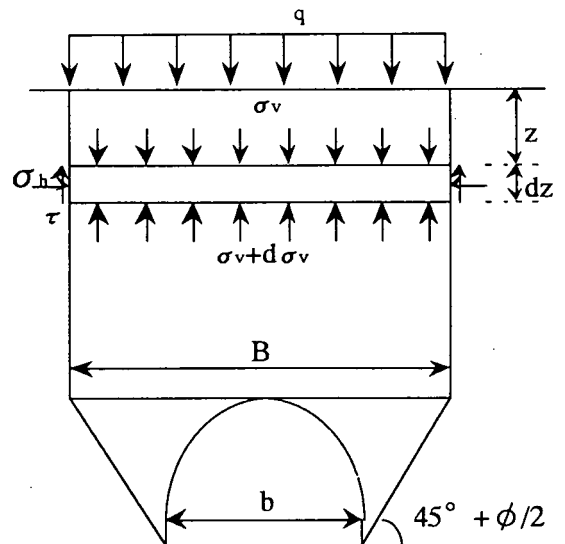


図-1 Terzaghi の緩み土圧の考え方

1) 正会員 神戸大学工学部建設学科(土木系教室)

2) 正会員 (株) パシフィックコンサルタンツ

3) 学正会員 神戸大学大学院自然科学研究科博士前期課程建設学専攻

## 2. 極限状態の仮定に基づく Terzaghi の緩み土圧

Terzaghi の緩み土圧式の導出概念は図-1 に集約されている。まず、図-1 に示すような領域がトンネル内部に向かって変形しようとする極限状態を仮定する。今、トンネル天端を通る水平線より上の矩形部分（領域 $\Omega_1$ とする）において高さ  $dz$  の微小スライスを考え、このスライスにおける鉛直方向の力の釣り合いを考えると以下の関係を得る。

$$\gamma B dz = B(\sigma_v + d\sigma_v) - B\sigma_v + 2\tau dz \quad (1)$$

ここで、 $\gamma$ ; 単位体積重量、 $B$ ; 領域 $\Omega_1$ の幅、 $\sigma_v$ ; 地表面から  $z$  の場所の鉛直応力、 $\tau$ ; 微小スライス側面に働くせん断応力、である。ただし、図-1 の太線領域内は今まさにトンネル内に崩壊しようとする極限状態と仮定されているので、領域 $\Omega_1$ の側面上ではその全線において破壊条件が満たされていることになる。従って、せん断応力 $\tau$ は、モール・クーロンの破壊条件式より、次式で与えられることになる。

$$\tau = c + \sigma_h \tan \phi = c + K\sigma_v \tan \phi \quad (2)$$

ただし、 $c$ ; 粘着力、 $\phi$ ; 内部摩擦角、 $K$ ;  $\sigma_h$  と  $\sigma_v$  の比、である。式(2)を式(1)に代入し、地表面における鉛直応力が  $q$  (地表面載荷重) とする境界条件より、トンネル天端を通る水平線における鉛直応力、即ち Terzaghi の緩み土圧 $\sigma$ が次のように得られる。

$$\sigma = \frac{B(\gamma - 2c/B)}{2K \tan \phi} \left\{ 1 - \exp\left(\frac{-2Kz \tan \phi}{B}\right) \right\} + q \exp\left(\frac{-2Kz \tan \phi}{B}\right) \quad (3)$$

式(3)が与える $\sigma$ の導出背景とその意味を箇条書きによって再確認しよう。

- 1) トンネル天端を通る水平線より上の矩形として定義される領域 $\Omega_1$ は、今まさに崩壊しようとしている。
- 2) その重量（もし、地表面載荷重があればそれを加えたもの）は領域側部（すべり線）に作用するせん断抵抗力と領域 $\Omega_1$ の下端に沿って緩み土圧を積分して得られる力によって極限釣り合い状態にある。
- 3) 側部のせん断抵抗力は水平土圧 $\sigma_h$ に対して期待できる最大限の抵抗力であり、その状態はすべり線の全線において共通である。
- 4) Terzaghi の緩み土圧はトンネル天端を通る幅  $B$  の水平線に沿って一様に作用している。
- 5) このような土圧が作用する時の地山の変形量は不定である。

このような特徴を有する Terzaghi の緩み土圧を考える時、例えばこれを設計土圧として用いるならば、その値のみでなく、その背景にある仮定・状況のすべてが当てはまる場合にのみ有意なものとなる。現場計測結果と設計土圧としての緩み土圧を比較する場合も同様である。筆者らは、これまでに行ってきた室内実験、数値解析の結果を通して、Terzaghi の緩み土圧の考え方と、現場でのその適用方法、捕らえ方にギャップがあるのではないかとの認識を得るに至った。以下に、その理由を示す。

## 3. エアーバッグ（応力境界）を用いた円形トンネルの崩壊実験の概要

エアーバッグを用いた応力制御型のトンネル崩壊実験<sup>3),4)</sup>を実施した。地山材料として、長さ5cm、直径が1.6mmと3.0mmのアルミ棒を、粒度曲線が標準砂の粒度曲線と平行になるよう重量比3:2で混合させたアルミ棒積層体<sup>5)</sup>を用いた。単位体積重量は $\gamma = 2.18 \text{gf/cm}^3$ である。供試体は、内寸幅90cm、高さ65cm、奥行き5cmの枠内に、締め固めを行わずに注意してアルミ棒を積み上げて作成した。エアーバックで作成したトンネル径は $D = 15 \text{cm}$ であり、実験領域はトンネルモデルより左右2.5D、下0.5D確保した。実験方法の詳細は文献3)に譲ることとし、その概要だけを述べれば次の様である。即ち、初期状態を設定する際はエアーバッグ内に土盛り圧相当の空気圧を保持し、

アルミ棒を積み上げて地盤を作成する。その後、エアバッグの空気圧を  $0.5\text{gf}/\text{cm}^2$  ピッチで下げ、それぞれの段階で天端沈下、地表面沈下、地山内変位などを計測する。空気圧がある程度高い段階では、トンネルは安定状態に至り変形は収束する。空気圧がある程度低くなり限界値に達すると、地山の変形は収束しなくなりトンネルが崩壊したとみなせる状態に至る。この時の空気圧をここではトンネルの最小支保圧と呼ぶ。最小支保圧はトンネルの上部が安定状態に達することができず、まさに崩壊しようとする時の圧力である。これは Terzaghi の緩み土圧が導かれている前提条件と同格のものであり、したがって、以降の部分では本実験における最小支保圧を Terzaghi の緩み土圧に対する比較対象として取り扱うこととする。

#### 4. 土被りが1Dの場合の実験と解析結果

ここでは、土被り (H) を変えて行った実験シリーズ<sup>4)</sup>の内、 $H=1D$  のケースについて、その実験と数値シミュレーションの結果を概説する。まず、 $H=1D$  において崩壊の瞬間をやや過ぎた時点でのトンネル周辺の最大せん断ひずみ分布を図-2 に示す。この図からは、緩み土圧の定義で示されているようなトンネル底盤角部からではなく、それよりやや上部からすべり面が発達し、天端より上の部分についてはすべり面はそのまま鉛直に地表面に達するのではなく、やや内側にカーブする傾向がある事が分かる。これは、土被りを変えた他のケース<sup>4)</sup>についても同様であった。図-3 に実験と解析結果の比較の一部を示す。

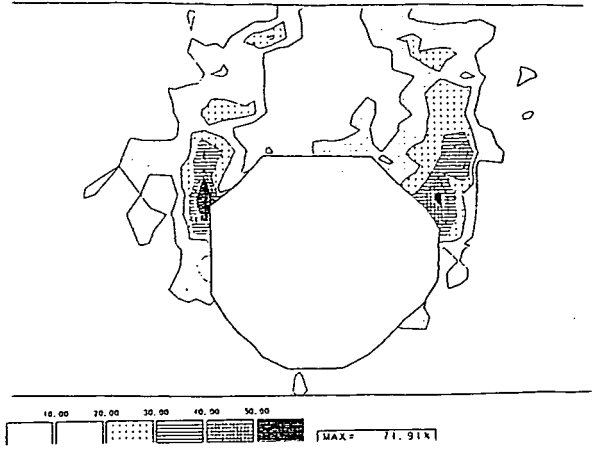
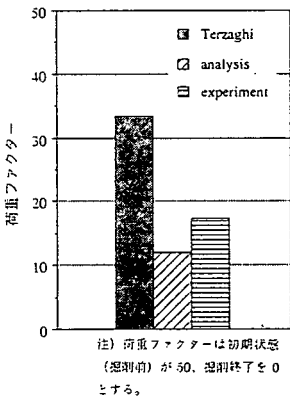
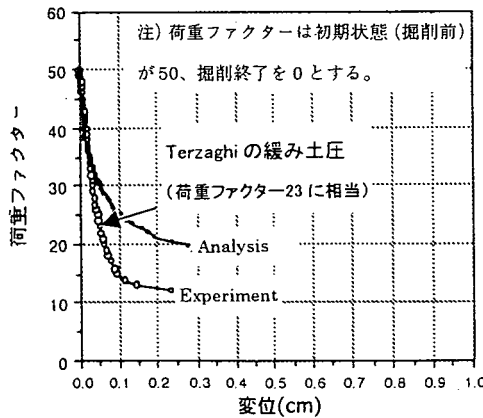


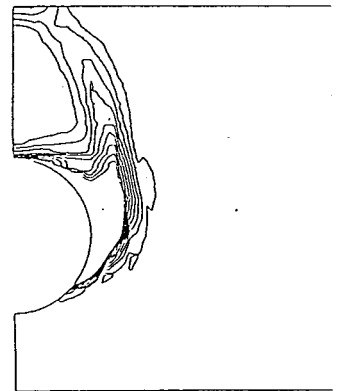
図-2 崩壊をやや過ぎた時点での最大せん断ひずみ分布 (実験結果)



(a) 崩壊時の空気圧



(b) 天端沈下-空気圧関係



(c) 最大せん断ひずみ (解析)

図-3 実験と解析結果の比較

ここで、解析においてはトンネル崩壊実験に用いたものと同様の材料で一面せん断試験を行った結果を入力パラメータ (内部摩擦角  $\phi=28.8^\circ$ 、粘着力  $c=2.6\text{gf}/\text{cm}^2$ ) とし、モール・クーロンの破壊規準を用いた弾完全塑性モデルを使用した。また、弾性係数は文献5)によりトンネル中心における平均応力で定義した代表値 ( $7858\text{gf}/\text{cm}^2$ ) を用いた。また、ポアソン比は  $0.333$  とした。

図-3(a)によれば、Terzaghi の緩み土圧が、実験および解析から得られた最小支保圧力に比べかなり大きくなっていることが分かる。天端沈下-空気圧の関係 (図-3(b)) は一般に地山特性曲線 (Fenner-Pacher 曲線) と呼ばれるものである。図中に示しているように、空気圧が Terzaghi の緩み土圧に等しいレベルまで下がった時、天端沈下-

空気圧の関係は、線形状態と非線形状態のちょうど境界あたりに位置している。緩み土圧の導入背景を考慮すると、空気圧、即ちトンネル土圧が緩み土圧に達した時には、その上部には矩形の領域が形成され崩壊する寸前の状況が存在しなければならない。しかし、現実にはそのような領域は形成されておらず、トンネルが崩壊する状態には至っていない。空気圧をさらに小さくすると、その間に天端沈下は増大し、やがてトンネルは崩壊する。その時の空気圧は図-3(a)に示すように緩み土圧よりはかなり小さい。また、崩壊した後のトンネル周辺のひずみ分布（実験結果は図-2、解析結果は図-3(c))を観察すると、図-1のような矩形領域よりも、トンネル肩部から回り込みながら地表面に達するすべり線に囲まれた領域（これを $\Omega_2$ と呼ぶ）を崩壊領域として考えたほうが妥当であることが分かる。

### 5. 極限状態における崩壊領域の力の釣り合い

これまでの検討から、本実験で用いた材料による円形トンネルの崩壊シミュレーションに関しては次のようなことが言える。即ち、空気圧を初期の圧力から減少させ、それが緩み土圧程度になった時、地山の変形挙動は概ね弾性的であり、崩壊までにはまだ十分余裕がある。また、その時に $\Omega_1$ のような領域は形成されていない。さらに空気圧を減少させトンネルを崩壊させた時の圧力は緩み土圧よりはかなり小さい。そして、その時に崩壊したと考えられる形状は $\Omega_2$ として定義したほうが適當である。

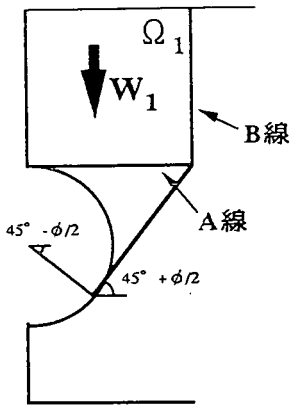


図-4  $\Omega_1$ と力の釣り合い

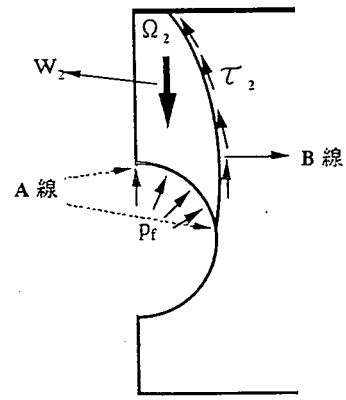


図-5  $\Omega_2$ と力の釣り合い

このような傾向について力のバランスから見た検証を行うため図-4、5に示すように $\Omega_1$ 、 $\Omega_2$ 領域の周辺に作用する応力状態を考慮し、それらの領域の重量を周辺地盤からの抵抗とトンネルからの抵抗（空気圧）がどのような割合で分担しているかを確かめた。

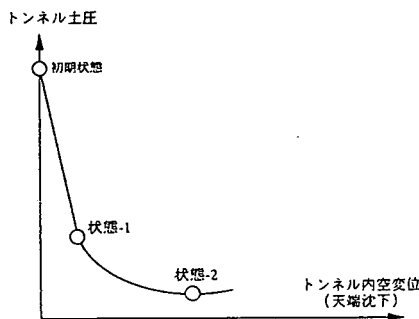


図-6 崩壊領域の力のバランスを考慮した2つの状態と地山特性曲線

計算結果は図-6 に示す地山特性曲線において状態-1（地山の挙動が弾性から非弾性へ変化する前後）と状態-2（終局の限界状態）において求めたものであり、その結果を表-1 に示す。ここで、A 線、B 線は図-4、5 に示すように $\Omega_1$ 、 $\Omega_2$ に対してそれぞれ異なる場所を指すことに注意されたい。

表-1 極限状態に至るまでの領域 $\Omega_1$ 、 $\Omega_2$ に関する力の釣り合い

対象とする領域とその自重	トンネル土圧推定手法	地山の状態	A線での抵抗力 (トンネルに作用する土圧)	B線での抵抗力 (地山からの支持力)
$\Omega_1$ 100	Terzaghiの緩み土圧式	状態-1	71	29
	FEM	状態-1	95	5
$\Omega_2$ 71	FEM	状態-2	17	54

表-1 のデータを元に、初期状態から終局の崩壊状態に至るまでの領域 $\Omega_1$ 、 $\Omega_2$ における力のバランスを検証してみよう。Terzaghi の緩み土圧式を用いると $\Omega_1$ の崩壊領域を支えるトンネルを設計することになる。その重さを仮に100とすると、緩み土圧は71、地山からのせん断抵抗力は29となる。従って、この場合のトンネル構造体は71の荷重に耐えるように設計されることになる（ここでは安全率の話は抜いておく）。しかし、ここで検討してきたように、アルミ棒実験、数値シミュレーションの結果を検証したところ、トンネル土圧が71程度になった時点で、 $\Omega_1$ のような崩壊領域が形成されている様子はなく、地山の状態は十分健全である。この状態で、比較のために $\Omega_1$ 周辺の応力から計算すると、ほとんど弾性状態にある $\Omega_1$ の自重のうち95がトンネル土圧として、また残りの5が地山からのせん断抵抗として算定されている。これは、周辺地山が弾性状態にあり変形の少ない時点で起こる当然の結果である。

さらに空気圧を減少させ崩壊状態に至った時を考えてみよう。前述したように、実際の崩壊状態においては $\Omega_2$ を対象とするのが妥当と考えられる。 $\Omega_1$ より小さいこの領域の自重は71である。周辺の応力状態から計算したところ、71の自重の内、54は地山のせん断抵抗により分担されるため、トンネル土圧は17でよいことになる。これは、Terzaghi の緩み土圧式を用いた場合の土圧の約1/4であり、これまでの実験結果を支持する数値である。

## 6. Terzaghi の緩み土圧に関する考察

これまでに示した結果は、あくまでもアルミ棒積層体という材料を用いた1G場での室内モデル実験と通常の弾塑性計算から得られたものである。また、トンネル径も15cmと小さい。しかしながら、ここで示された結果は現場でも十分起こりうる可能性があると考えられ、現に「ほとんど地山を緩めなかったトンネル工事で計測された土圧がTerzaghi の緩み土圧に近かった。」ということが報告されたとも聞く。従って、この機会にTerzaghi の緩み土圧とはどのような値かを、今一度確認する必要があると思われる。

地山材料の力学特性がここで用いたアルミ棒積層体に類似している場合を想定しよう。設計土圧を算定する際にTerzaghi の緩み土圧式を用い、それが現場計測結果とほぼ同一となった場合を考える。この場合2つの解釈が可能である。第一の見解は、「計測された土圧が緩み土圧と同程度になったからといって、トンネル上部の地山に $\Omega_1$ のような崩壊領域が形成されているわけではない。むしろ、地山は健全な状態であり、崩壊までには十分な余裕がある。」とうものである。この見解が正しいかどうかを確認するには地山内の変位分布を計測するなどして非弾性な挙動が顕在化していないかどうかを確かめる必要がある。それが確認されれば、「もう少し変形を許せば土圧はかなり小さくすることができる。」という議論が意味を持つてくる。

第二の見解は、地山内の地中変位計測結果などを分析し、そこに相当の非弾性挙動が存在していることが確かめられ、しかも計測土圧が緩み土圧と同程度になった時に持つべきである。それは、「地山特性曲線の最初の極値、

すなわち最初の崩壊が生じた後、さらに地山内での崩壊、変形現象が進み、 $\Omega_2$ とは異なる領域が崩壊してトンネルに土圧を作用させている。」というものであり、きわめて危険な状況を意味するものである。ただし、今回取り扱った変形状態は最初の崩壊のポイントまでであり、それ以後にどのような現象が起こるかについては本稿の対象範囲を超えている。

## 7. おわりに

Terzaghi の緩み土圧には変形概念がない。従って、それを用いた時、適用の方法が正しかったかどうかは土圧の値だけで確認することは困難である。例えば、土圧を精度よく (NATM に比較しての話) 計測できるシールド施工では地中変位、もしくはトンネル壁面の変位を計ることがほとんどない。したがって、周辺地盤の変形挙動特性を特定することが難しい。逆に、地中変位を容易に計測できる (予算の問題はクリアーしているとして) NATM では土圧を計測することがほとんど不可能に近い。と言うより、何と何の間に作用する力を土圧と呼ぶのかを定義することさえ容易でない。特に、土圧、変形挙動などを詳細に把握する必要のある都市 NATM においては、施工技術の高度化、複雑化により「土圧」が何を意味するのかを明確にすることは容易でなくなっている。

しかし、我々は地山特性曲線というきわめて合理的な考え方を持っている。上に述べた理由から、作業が簡単でないことは明らかであるが、シールド、NATM にとられることなく分析可能な計測データは確実に処理して「変形と土圧の関係」を現場レベルで蓄積することにより、「変形を考慮したトンネルの設計土圧式」を確立する必要性はきわめて高いと考えられる。これは、状況によっては現在の設計土圧を小さくすることで経済的トンネル施工を実現できる可能性があることを意識してのことである。

## 参考文献

- 1) 土木学会トンネル工学委員会：トンネル標準示方書 (シールド編) 同解説、土木学会、pp.34-36, 1977.
- 2) 土木学会トンネル工学委員会都市トンネル設計法検討部会：都市 NATM とシールド工法との境界領域—設計法の現状と課題—、土木学会、1996.
- 3) 桜井春輔、川嶋幾夫、川端康祝、皿海章雄：土被りの浅いトンネルの力学的挙動に関するモデル実験、土木学会論文集、Vol. 487, pp271-274, 1994.
- 4) 木谷努：トンネルに作用する土圧と変形挙動に関する研究、神戸大学大学院自然科学研究科博士前期課程修士論文、1997.3.
- 5) 足立紀尚、田村武、八嶋厚：砂質地山トンネルの挙動と解析に関する研究、土木学会論文集、Vol. 358, pp.129-136, 1985.