

# 圧縮状態における地盤材料の破壊に関する研究

## A Study on Collapse of Ground Materials in Compression

吉川正治<sup>1)</sup>・西岡隆<sup>2)</sup>

Masaharu Kikkawa, Takashi Nishioka

The generation mechanism of shear zone in ground materials under compression is discussed theoretically. Mohr-Coulomb's yield condition and non-associated flow rule are adopted as the constitutive equation in plane strain condition. Stability of soft rock in tri-axial stress condition is analyzed by elastoplastic Finite Element Method. Concentration and dispersion of shear zone are explained by using internal friction angle, dilatancy and confined stress. It is concluded that the generation of shear zone is mainly influenced by dilatancy and confined stress.

**Key Words:** Stability of the ground materials, Dilatancy, Confined Stress

### 1 はじめに

地中構造物は山岳トンネルのように地盤そのものが構造物に直接触れ、全周が地盤に支持された構造物であるため、地中構造物の設計では周辺地盤の安定性を確保することが前提になる。特に地盤変位が地中構造物に影響を与えるため、その地盤の安定性を十分照査することが必要である。そして地盤の力学的挙動を表すモデル、すなわち構成式が地盤全体の挙動を支配する重要な役割を果たす。地盤固有の力学挙動を具体的に表す構成式の研究は、Drucker [1] および Drucker & Prager [2] の「弾性エネルギー以上の有効な正味のエネルギーを材料およびそれに働く力の系から引き出すことはできない。」とする塑性変形における加工硬化の定義に始まった。以来、これまで多くの研究成果が発表され、地盤の本質的な力学挙動をかなり表現できるようになってきている。また最近の研究によれば、地盤材料が破壊する場合に観測されるせん断帯やすべり面は、破壊前から生じることが明らかとなった。このようなことから最近では、より詳細に破壊現象に至るまでのメカニズムを議論するための室内実験や数値解析によるモデルシミュレーション等の研究が行われるようになってきている。

S.T. Pietruszczak & Z. Mroz [3] は有限要素法にせん断帯を導入し、F. Oka 他 [4] は非局所理論により、構成式に塑性体積ひずみの二階の空間勾配項を導入して地盤の局所化について解析している。また、実験で得た材料の挙動をそのままの形で構成式として計算に取り込んで解析に利用するなど様々な方法により議論されている。周辺地盤の塑性変形が地中構造物に与える影響については、西岡他 [5] [6] の研究がある。そこでは、地震時におけるトンネル天端から発生する塑性領域が地表面に到達し、すべり

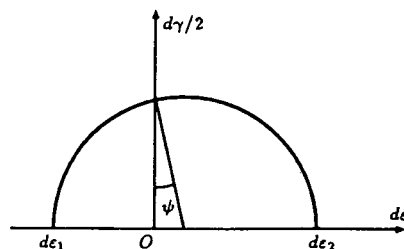


図- 1: ダイレイタンスー角  $\psi$

1) 正会員 工学修士 東日本旅客鉄道株式会社 小田原保線区

2) 正会員 工学博士 筑波大学 構造工学系

面を形成する状態を一つの指標として、トンネルと周辺地盤の相互作用を解析している。

本論文では、地盤の破壊現象における挙動の重要性を考え、軟岩のようにある程度延性破壊する地盤材料の平面ひずみ条件下での一軸圧縮および三軸圧縮の数値実験を行ない、変形挙動や破壊について定性的・定量的に解析する。そして、粘着力 $c$ 、内部摩擦角 $\phi$ 、ダイレイタンシー角 $\psi$ などの地盤の物性値や三軸圧縮状態における拘束圧 $\sigma_3$ が変形挙動や破壊に及ぼす影響を調べるためにパラメトリック・スタディを行う。また、せん断帯の発生する方向について調べる。地盤のモデル化には、Mohr-Coulomb の非関連流れ則を用い、弾塑性有限要素法により解析している。

## 2 地盤のモデル

地盤材料についての弾塑性応力～ひずみ関係については、Mohr-Coulomb の降伏条件と非関連流れ則を用いる。いま、降伏関数を $F(I_1, J_2, \Psi, k)$ とすると、Mohr-Coulomb の降伏条件は以下の式で与えられる。

$$F(I_1, J_2, \Psi, k) = f(I_1, J_2, \Psi) - k(\kappa) = 0 \quad (1)$$

ここで、

$$f(I_1, J_2, \Psi) = \frac{1}{3} I_1 \sin \phi + (J_2)^{1/2} \left( \cos \Psi - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \Psi \sin \phi \right) \quad (2)$$

である。ただし、 $k(\kappa)$ は相当応力、 $\kappa$ は硬化係数、 $I_1$ は応力の第1不変量、 $J_2$ は偏差応力の第2不変量、 $\phi$ は内部摩擦角である。また、 $\Psi$ は次式により与えられる。ここで $J_3$ は偏差応力の第3不変量である。

$$\Psi = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{(J_2)^{3/2}} \quad (3)$$

非関連流れ則を用いる場合には、式(1)のMohr-Coulombの降伏条件式において、内部摩擦角 $\phi$ をダイレイタンシー角 $\psi$ (図-1参照)で置き換えることにより、塑性ポテンシャルを用いる。すなわち、 $\psi > 0$ であれば、塑性変形が生じると体積膨張(ダイレイタンシー)が伴う。 $\psi < 0$ ならば体積収縮を伴う。塑性ポテンシャルを $G(I_1, J_2, \Psi, k)$ とすると、

$$G(I_1, J_2, \Psi, k) = g(I_1, J_2, \Psi) - k(\kappa) = 0 \quad (4)$$

ここで、

$$g(I_1, J_2, \Psi) = \frac{1}{3} I_1 \sin \psi + (J_2)^{1/2} \left( \cos \Psi - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \Psi \sin \psi \right) \quad (5)$$

表 1: 地盤物性の基本値

| 諸元               | 数値        | 記事 |
|------------------|-----------|----|
| 変形係数 $E$         | 100 (MPa) | 軟岩 |
| ポアソン比 $\nu$      | 0.3 (-)   | -  |
| 内部摩擦角 $\phi$     | 30 (°)    | -  |
| ダイレイタンシー角 $\psi$ | 0 (°)     | -  |
| 粘着力 $c$          | 0.5 (MPa) | -  |

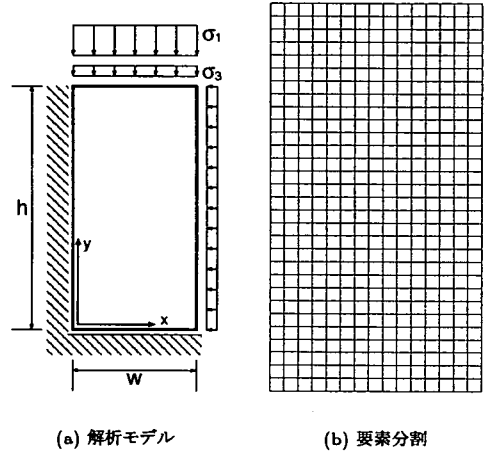


図- 2: 解析モデルと要素分割

そして、ベクトル  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  を次のように定義する.

$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{\partial f}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial f}{\partial J_2} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} + \frac{\partial f}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma} \\ \mathbf{b} &= \frac{\partial g}{\partial \sigma} = \frac{\partial g}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial g}{\partial J_2} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} + \frac{\partial g}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma}\end{aligned}\quad (6)$$

全ひずみ増分  $d\epsilon$  は弾性ひずみ増分  $d\epsilon^e$  と塑性ひずみ増分  $d\epsilon^p$  の和で次のように表すことができる.

$$d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p \quad (7)$$

弾性ひずみ増分  $d\epsilon^e$  は, Hooke の法則より次のようになる.

$$d\epsilon^e = [\mathbf{D}^e]^{-1} d\sigma \quad (8)$$

ここで,  $\mathbf{D}^e$  は弾性マトリクス,  $d\sigma$  は応力増分である. 塑性ひずみ増分については, 非関連流れ則により, 次のように表す.

$$d\epsilon^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} = d\lambda \mathbf{b} \quad (9)$$

ここで,  $d\lambda$  は塑性比例係数で降伏関数の適合条件より決定される. すなわち,

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma^T} d\sigma + \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa = \mathbf{a}^T d\sigma - A d\lambda = 0 \quad (10)$$

式 (9), (10) より,

$$d\lambda = \frac{1}{A + \mathbf{a}^T \mathbf{D}^e \mathbf{b}} \mathbf{a}^T \mathbf{D}^e d\epsilon \quad (11)$$

ただし,  $A$  は単軸に相当する応力～塑性ひずみ曲線の勾配となる.

以上, 式 (7), (8), (9), (11) より弾塑性応力～ひずみの増分関係は次式のようにになる.

$$d\sigma = \mathbf{D}^{ep} d\epsilon \quad (12)$$

ここで,  $\mathbf{D}^{ep}$  は弾塑性マトリクスで,

$$\mathbf{D}^{ep} = \mathbf{D}^e - \frac{\mathbf{D}^e \mathbf{b} \mathbf{a}^T \mathbf{D}^e}{A + \mathbf{a}^T \mathbf{D}^e \mathbf{b}} \quad (13)$$

で与えられる.

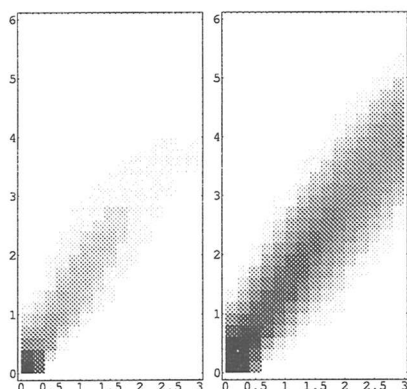
この構成式をもちいて地盤材料の塑性変形を解析する.

### 3 数値解析

弾塑性有限要素法を用いて, 地盤材料の塑性変形挙動について解析を行う. 解析の対象は平面ひずみ状態での一軸圧縮および三軸圧縮を受ける地盤材料である. その際, 地盤の物性については, 標準値として表-1の軟岩を用い, これをもとに物性値を変化させて解析を行う. 解析するモデルは, 変形の対称性を考慮し, 図-2のような 1/4 断面モデル ( $h/w = 2$ ) とし, 4 節点四辺形アイソパラメトリック要素で分割している. 拘束圧は  $\sigma_1$  と  $\sigma_3$  の組合せを変えて与える. 局所化を進めるために, 左端下に初期不整を配置している. すなわち, 初期不整とは, せん断帯を発生させるための種の役割をはたしている. 境界条件は左端垂直境界では Roller 支持, 右端垂直境界では自由, 下端水平境界は Roller 支持, そして上端水平境界は自由としている.

#### 3.1 塑性変形の局所化

図-3 ～ 図-5 は, 解析から得られた地盤材料に発生する塑性変形の進行を, 供試体に発生する相当塑性ひ

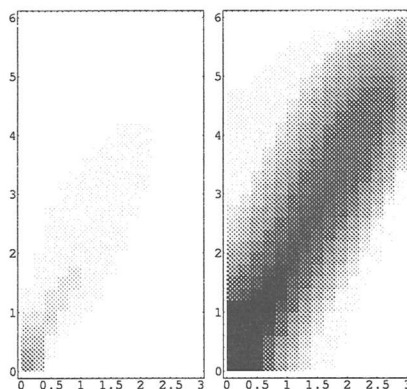


(a) 降伏前

(b) 降伏後

図- 3: 相当塑性ひずみ分布

( $\phi = 30^\circ, \psi = 0^\circ, \sigma_3 = 0$ )



(a) 降伏前

(b) 降伏後

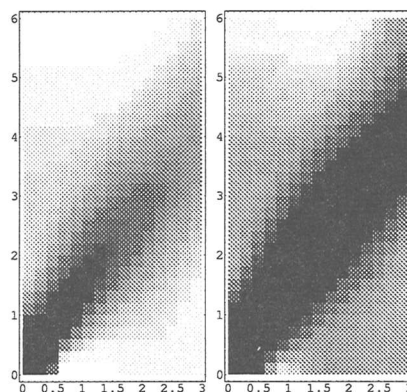
図- 4: 相当塑性ひずみ分布

( $\phi = 30^\circ, \psi = 40^\circ, \sigma_3 = 0$ )

ずみの程度で表している。それぞれ、変形係数  $E = 100.0 \text{ MPa}$ , ポアソン比  $\nu = 0.3$ , 粘着力  $c = 0.5 \text{ MPa}$ , 内部摩擦角  $\phi = 30^\circ$  としている。

解析ではいずれも軸ひずみを増加させながら、塑性の進行状態を調べた。軸ひずみが増加するにつれて、塑性化する領域(図中の黒色部分)は、モデルに設置した初期不整から発生し(左図)、右端表面に到達してせん断帯(すべり面)を形成するようになる(右図)。図ではこの状態を降伏後と名付けている。図-3は、一軸圧縮状態( $\sigma_3=0$ )の供試体に発生する相当塑性ひずみを表している。地盤材料の物性値としては表-1の値を用いており、本解析において地盤の破壊を定性的に判断するための基準にしている。図-4は、一軸圧縮状態でダイレイタンシー角を $\psi = 40^\circ$ とした場合の相当塑性ひずみ分布である。このとき、塑性領域は図-3のときよりも広がっており、また、塑性領域が右端表面に到達するのに必要なステップ回数も多くなる。これは、ダイレイタンシー角が大きいつき、塑性化した要素の体積膨張によりその周辺の要素の変形が拘束され、結果として、周辺要素の平均応力が増加するためである。図-5は、三軸圧縮で $\sigma_1/\sigma_3 = 3.87$ とした場合の相当塑性ひずみ分布である。このときは、平均応力が大きくなるため塑性領域は供試体全体に広がり、明確なせん断帯は発生しない。

図-6に、縦軸を偏差応力の第2不変量の平方根 $\sqrt{J_2}$ にとり、横軸に軸ひずみ $\epsilon_1$ をとって拘束圧 $\sigma_3$ の影響の違いを示した。偏差応力の第2不変量は、地盤に発生する形状変化に関する指標であり、偏差応力に関する指標と見なすことができる。この図から $\sigma_3$ が増加するにつれて、降伏点が増加する様子を見てとることができる。すなわち、拘束圧( $\sigma_3$ )が増加すれば、地盤材料の平均応力が増加し、せん断変形に対する抵抗が増すことを意味している。したがって、不変量 $\sqrt{J_2}$ の大小によって、地盤材料の破壊におけるせん断変形の支配



(a) 降伏前

(b) 降伏後

図- 5: 相当塑性ひずみ分布

( $\phi = 30^\circ, \psi = 0^\circ, \sigma_1/\sigma_3 = 3.87$ )

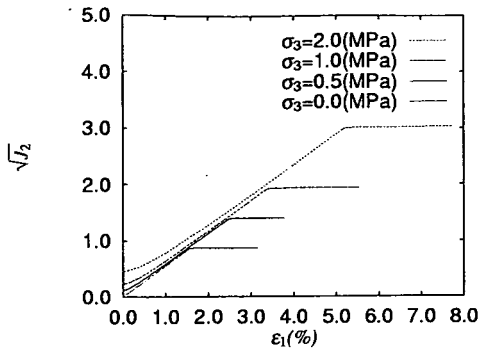


図- 6: 応力の第 2 不変量と軸ひずみの関係

する割合を評価することができる。図では二次元平面ひずみ状態での解析であるため、軸ひずみ  $\epsilon_1$  が 0 のときに必ずしも原点を通っていないが、三次元の解析では原点を通ることになる。

### 3.2 せん断帯の方向

地盤材料の内部摩擦角やダイレイタンシー角の違いによるせん断帯の方向  $\theta$  を調べるために、一軸圧縮状態の数値解析を行った。内部摩擦角  $\phi$  が  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  のとき (粘着力  $c = 0.5 \text{ MPa}$ , ダイレイタンシー角  $\psi = 0^\circ$ ) に供試体に発生する相当塑性ひずみ分布を図-7 に示す。計算結果より得られたせん断帯の角度はそれぞれ、 $43^\circ$ ,  $53^\circ$ ,  $57^\circ$  を示している。また、ダイレイタンシー角  $\psi$  が  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  のとき (粘着力  $c = 0.5 \text{ MPa}$ , 内部摩擦角  $\phi = 0^\circ$ )

に供試体に発生する相当塑性ひずみ分布を図-8 に示す。このときのせん断帯の発生する角度は、それぞれ  $53^\circ$ ,  $58^\circ$ ,  $60^\circ$  を示している。せん断帯の方向  $\theta$  について提案されている式は、

$$(a) \theta = 45^\circ + \phi/2$$

$$(b) \theta = 45^\circ + \psi/2$$

$$(c) \theta = 45^\circ + (\phi + \psi)/4$$

などがある [7]。本解析結果は提案式 (c) の Arthur や Vardoulakis の実験結果 [8] に近い値となった。

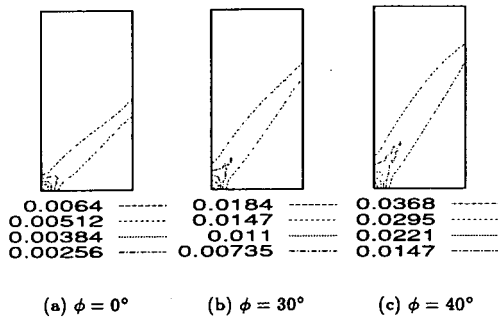


図- 7: 内部摩擦角  $\phi$  を変化させたときの相当塑性ひずみ分布 ( $\psi = 0^\circ$ )

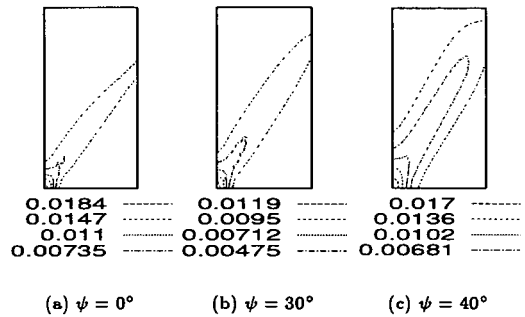


図- 8: ダイレイタンシー角  $\psi$  を変化させたときの相当塑性ひずみ分布 ( $\phi = 0^\circ$ )

### 3.3 境界条件による違い

実験で、一軸もしくは三軸圧縮試験を行う場合、その載荷面には摩擦力が作用する。ここでは、載荷面の拘束条件が完全固定時の解析を行った。地盤材料の物性値は、粘着力  $c = 0.5 \text{ MPa}$ 、内部摩擦角  $\phi = 30^\circ$ 、ダイレイタンシー角  $\psi = 0^\circ$ 、拘束圧  $\sigma_3 = 0$  を用いている。図-9 は載荷面の水平方向変位を固定とした場合の供試体 (1/4 断面) に発生する相当塑性ひずみの進行状況である。図より、せん断帯は形成されず、塑性領域が供試体内部で広がっていることがわかる。図-10 に示す応力とひずみの関係を見ると、完全弾塑性で計算しているものの、ひずみ硬化が生じていることがわかる。また、図-11 は軸ひずみに対する体積ひずみの関係を示したものであるが、これより、塑性変形が生じても体積ひずみが減少していることがわかる。載荷面を拘束することにより、その付近の要素はせん断変形を受け難い状態にあるものと考えられる。

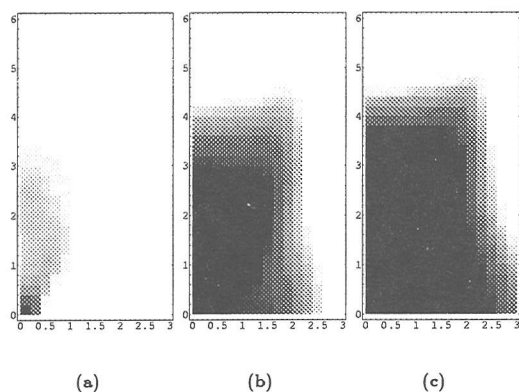


図- 9: 完全固定

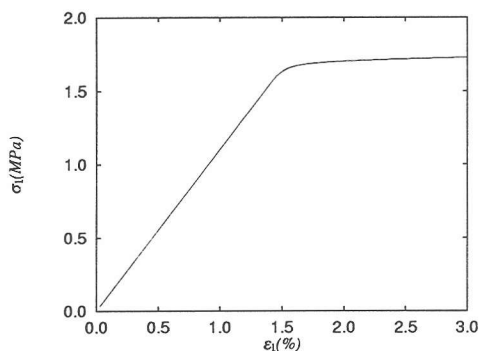


図- 10: 応力とひずみの関係

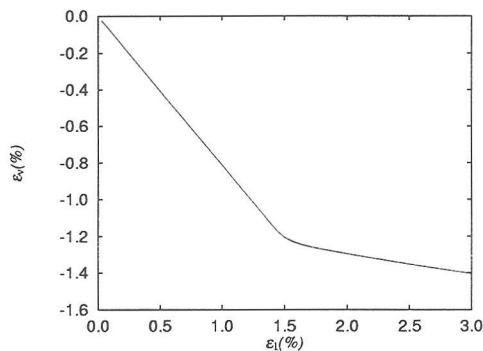


図- 11: 体積ひずみの変化

### 3.4 結論

平面ひずみ条件下で圧縮試験の数値実験を行い、粘着力、内部摩擦角、ダイレイタンシー角や拘束圧が、地盤材料の塑性変形挙動によるせん断帯の形成や破壊の状況に与える影響を解析した。解析結果から得られた結論は以下の通りである。

- (a) ダイレイタンスーを考慮した非関連流れ則を用いることにより、相当塑性ひずみが地盤の塑性領域の進行に与える影響を考察することができた。
- (b) 地盤材料の塑性変形の局所化、すなわち、せん断帯の形成に対しては、ダイレイタンスー角と拘束圧の影響が大きい。これは、せん断変形を支配する因子が、地盤の平均応力とダイレイタンスーであり、特に塑性変形による体積膨張が周辺の平均応力を増加させ、せん断帯を進行させない方向に働くためと考えられる。
- (c) 平面ひずみ状態での圧縮過程において、拘束圧と偏差応力の第2不変量の平方根  $\sqrt{J_2}$  に着目することにより、地盤材料の破壊が拘束圧に大きく作用されることを確認することができた。

## 参考文献

- [1] Drucker, D.C. : A more fundamental approach to plastic stress-strain relations, Proc. 1st U.S. Natl. Congress Appl. Mech., pp. 487-491, 1951.
- [2] Drucker, D.C. and Prager, W. : Soil Mechanics and analysis on limit design, Quarterly of Appl. Mech., Vol. 10, No. 2, pp. 157-165, 1952.
- [3] Pietruszczak, S.T. and Mroz, Z. : Finite element analysis of deformation of strain-softening materials, Int. J. Numer. meth. Engng., Vol. 17, pp. 327-334, 1981.
- [4] Oka, F., Yashima, A., Adachi, T. and E.C. Aifantis : Instability of gradient dependent viscoplastic model of clay saturated with water and FEM analysis, Appl. Mech. Rev. 15, No. 3, part 2, 1992.
- [5] 西岡 隆 : シールドトンネルの地震時終局状態について, トンネル工学研究論文・報告集, 第7巻, pp. 343-348, 1997.
- [6] 西岡 隆, 山田 恭央, 松本 嘉司 : 地震時におけるトンネル周辺地盤の終局状態について, 土木学会論文集 投稿中
- [7] 董軍, 中村和之, 佐藤剛司, 龍岡文夫 : 大型平面ひずみ圧縮試験における粒状体のせん断層と粒子寸法の影響, 粒状体の力学シンポジウム, 土質工学会, pp. 92-94, 1993.
- [8] 土質工学会粒状体力学に関する国内委員会編集 : 粒状体の力学, 土質工学会, 1993.
- [9] J.C. ジェガー 著, 飯田汲事 訳 : 弾性・破壊・流動論, 共立全書, 1968.
- [10] 河上房義 : 土質力学, 森北出版株式会社, 1977.
- [11] 松井保, 阿部信晴 : 土の構成式入門 5, 弾塑性体理論と適用 (その 1), 土と基礎, vol. 31, No. 11, pp. 97-105, 1983.
- [12] 松井保, 阿部信晴 : 土の構成式入門 5, 弾塑性体理論と適用 (その 2), 土と基礎, vol. 31, No. 12, pp. 73-79, 1983.
- [13] 土の強さと地盤の破壊入門編集委員会 : 土の強さと地盤の破壊入門, 土質工学会, 1987.

- [14] D.R.J Owen・E.Hinton 著, 山田嘉昭 監訳: 塑性の有限要素法; 材料非線形有限要素法, 科学技術出版,1988.
- [15] W.F.Chen and E.Mizuno, Nonlinear analysis in soil mechanics;theory and implementation, Elsevier,1990.
- [16] 松本嘉司, 西岡隆: トンネルの設計理論, 共立出版株式会社,1992.
- [17] Y.Matsumoto and T.Nishioka, Theoretical Tunnel mechanics, University of Tokyo Press,,1991.
- [18] V.S.Vutukuri and K.Katsuyama, Introduction to Rock Mechanics, Industrial Publishing and Consulting,Inc.,1994.
- [19] 富田佳宏: 数値弾塑性力学:有限要素シミュレーション -基礎と応用, 養賢堂, 1994.