

逆解析によるトンネル地山熱定数の推定

Identification of Heat Parameters in Tunnel-Ground

須藤 敦史*・三上 隆**・荏澤 憲吉***

Atsushi SUTOH, Takashi MIKAMI and Noriyoshi NIRASAWA

This study present basic consideration to evaluate the thermal behavior in road tunnel-ground. In this study, the extended Kalman filter which was incorporated with the one-dimensional finite element thermal analysis in order to identify unknown the thermal coefficients in tunnel-ground. And then, the estimated in tunnel-ground temperatures from identified the thermal coefficients are compared with the observed temperatures of actual tunnel-ground. Finally, numerical examples are worked out to demonstrate the usefulness of this method in identification of the thermal characteristics and evaluation and/or estimation of thermal behavior in road tunnel-ground.

Keywords: Load Tunnel, Heat Condition, Parameter Identification, Finite Element Method, Kalman Filter.

1. はじめに

寒冷地における道路トンネルは、冬期間の凍上防止のために断熱材を施工する例が多くなっており施工性・経済性の観点からその合理的な設計が課題となっているが、断熱材の設計厚さはトンネル周辺地山の熱定数(熱伝導率・熱容量)に大きく依存する。しかし、地山の熱定数等は空間的なばらつきや不均質性を示すものであり、かつ試験値は測定誤差を有するためその正確な推定は難しく、信頼性の高い断熱材の設計計算が行えないのが現状である。そこで、熱定数を実際に得られる地山の温度履歴より逆解析的に推定することが考えられるが、従来の手法では、その空間的なばらつきや観測誤差を考慮した逆解析が行えないため、地山の温度履歴を解析的に再現することは難しい。したがって、本研究では地山熱定数の空間的なばらつきや観測誤差を考慮した逆解析の検証を行う目的で、ベイズ定理により推定量の事前分布を観測値により更新し、事後分布を推定する拡張カルマンフィルタ¹⁾を基本とした手法(EK-WLI法)²⁾を逆解析における最適化手法として用いている。そして実際に得られたトンネル内空温度と地山の温度履歴から、有限要素法の非定常熱伝導解析を行うことによりトンネル周辺地山の熱伝導率・熱容量を推定している。加えて、地山熱定数の推定に関する効率的な観測位置やその個数、覆工コンクリートに対する熱伝達率や季節による熱の流れ状況等の考察も行っている。

2. 確率論的最適化手法(拡張カルマンフィルタ)

確率的最適化手法では、地盤定数等の状態量はばらつく量とし、その特性は平均と分散(共分散)で表される量と定義している。加えて状態量の事前情報(初期推定値・初期共分散値)はあらかじめ得られるものとして、事後情報(観測値)が得られる度に条件付き確率密度関数を更新して、その期待値(最適推定値)を推定する逐次型の手法である。ここで拡張カルマンフィルタは以下に示すように、状態量のばらつきと観測誤差はそれぞれに含まれるガウス性のノイズで表現した、非線形連続型状態方程式(1)と非線形離散型観測方程式(2)より構成されている。

$$\frac{dx_i}{dt} = f(x_i, t) + G_i w_i \quad (1)$$

$$y_{ik} = h(x_{ik}, t_k) + v_{ik} \quad (2)$$

x_i, x_{ik} : 連続型・離散型状態量, G_i : 変換行列

w_i, v_{ik} : システム・観測ノイズ, y_{ik} : 観測量

$$E\{w_i\} = 0, E\{w_i w_i^T\} = Q_i, E\{v_{ik}\} = 0, E\{v_{ik} v_{ik}^T\} = R_{ik}$$

ここで観測値が得られる度に基本式(1), (2)を推定量の近傍で線形化して最適状態量の推定アルゴリズムを構成したものである。いま、この基本式(1), (2)に関して次式に示す線形式を考える。

$$x_i = \Phi_{i-1} x_{i-1} + \Gamma_{i-1} w_{i-1} \quad (3)$$

* 正会員 博士(工学) ㈱地崎工業 技術開発部 主任研究員

** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 博士(工学) 北海道大学助教授 工学部土木工学科

$$y_{ik} = H_{ik}x_{ik} + v_i \quad (4)$$

Φ_{i-1} : 変換行列 ($n \times n$), Γ_{i-1} : 既知行列 ($n \times r$), H_{ik} : 観測行列

また、状態量 x_i における平均値 $\bar{x}_i$ とその共分散行列 P_i は以下の式で与えられる。

$$\bar{x}_i = E(x_i) = \Phi_{i-1}\hat{x}_{i-1} + \Gamma_{i-1}w_{i-1} \quad (5)$$

$$P_i = E[(x_i - \bar{x}_i)(x_i - \bar{x}_i)^T] = \Phi_{i-1}P_{i-1}\Phi_{i-1}^T + \Gamma_{i-1}Q_{i-1}\Gamma_{i-1}^T \quad (6)$$

ここで、観測値 y_{ik} が得られた時に x_i が起こる条件付き確率密度関数をベイズ定理より求めると次式となる。

$$p(x_i|y_{ik}) = \frac{p(y_{ik}|x_i)p(x_i)}{p(y_{ik})} \quad (7)$$

この条件付き確率密度関数 $p(x_i|y_{ik})$ を最大にするには、次式に示す指数部の θ (目的関数) を最小にする x_i を求めればよいことになる。

$$\theta = -\frac{1}{2}\{(x_i - \bar{x}_i)^T P_i^{-1}(x_i - \bar{x}_i) + (y_{ik} - H_{ik}x_i)^T R_{ik}^{-1}(y_{ik} - H_{ik}x_i)\} \quad (8)$$

この目的関数 θ を最小にする x_i をガウス・ニュートン法により繰り返し推定するアルゴリズムを構成したものが、拡張カルマンフィルタの漸化式である。

次に基本式 (1), (2) を推定点 $\hat{x}_i$ と $\hat{x}_{ik}$ のまわりで線形化 (1 次) すると次のような線形式となる。

$$\frac{d(\delta x_i)}{dt} = F[t, \hat{x}(t)]\delta x_i + G(t)w_i \quad (9)$$

$$\delta y_{ik} = M[t_k; \hat{x}(t_k)]\delta x_{ik} + v_{ik} \quad (10)$$

$$F[t, \hat{x}(t)] \equiv \left[\frac{\partial f_i(x_i)}{\partial x_i} \right]_{x_i = \hat{x}_i}, \quad M[t_k; \hat{x}(t_k)] \equiv \left[\frac{\partial h_i(x_i)}{\partial x_i} \right]_{x_i = \hat{x}_{ik}}$$

この式 (9), (10) に対しても同様に、観測値 y_{ik} が得られた基での条件付き確率密度関数を最大にする x_i を求めるアルゴリズムを構成したものが次式に示す拡張カルマンフィルタの漸化式である。

$$x_{ik+1} = x_{ik} + K_{ik}[y_{ik} - h_i(x_{ik})] \quad (11)$$

$$P_{ik} = P_i - K_{ik}M_{ik}P_i \quad (12)$$

$$K_{ik} = P_i M_{ik}^T (M_{ik}P_i M_{ik}^T + R_{ik})^{-1} \quad (13)$$

したがって、拡張カルマンフィルタは目的関数 θ の右辺第 1 項 (事前情報) と第 2 項 (事後の観測情報) を同時に最小とする x_i を最適推定値としている。しかし、拡張カルマンフィルタでは線形化における誤差の影響と推定誤差共分散行列値 P_{ik} が過度に減少する弊害を有する²⁾。そこで本研究では、これらの要因を抑制する目的でアルゴリズムの各ステップにおいて推定誤差共分散行列に重み W を乗じ、収束速度が向上する EK-WL1 法を用いている。

$$P_{ik} = W \cdot P_{ik-1} \quad (14)$$

W : 重み ($W > 1$)

この修正アルゴリズムでは、初期推定 (事前情報) 誤差の影響を早期に解消した後に、観測情報を重視した最尤法による推定に順次移行していると言える。

$$\theta_1 = -\frac{1}{2}\{[y_{ik} - h(\hat{x}_{ik})]^T R_{ik}^{-1}[y_{ik} - h(\hat{x}_{ik})]\} \quad (15)$$

θ_1 : 目的関数 (最尤法)

3. 非定常熱伝導問題の解析

トンネル周辺地山や断熱材、覆工コンクリートの温度履歴は三次元問題として取り扱うべきであるが、解析を簡略化するためにここでは一次元問題として考える。加えて非定常熱伝導方程式の空間方向における離散化には有限要素法を採用し、加えて要素内の温度分布は線形的に変化すると仮定している。また時間方向に対する離散化には、無条件安定な 4 点の Crank-Nicolson 法を用いている⁴⁾。

一般に温度分布 $T(x, t)$ を示す非定常熱伝導方程式の一次元形式は次式で示される。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (16)$$

a^2 : 温度伝播率, $a^2 = \frac{k}{\rho c}$, k : 熱伝導率 ($\text{kcal} / \text{m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$)

ρ : 比熱 ($\text{kcal} / \text{kg} \cdot ^\circ\text{C}$), c : 密度 (kg / m^3), ρc : 熱容量 ($\text{kcal} / \text{m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$)

上式において境界条件はトンネル内空側と地山側でそれぞれ以下の式となり、地山の厚さ(深さ) l_m を十分に大きくとれば、 T_m はトンネル施工箇所における年平均気温に一致することが知られている。

$$q = \alpha(T - T_0)$$

(17. a)

$$T = T_m$$

(17. b)

q : 熱流束(kcal/h), α : 熱伝達係数(kcal/m²・h²・C)
 T_0 : トンネル内空側の温度履歴 T_m : 地山の温度履歴

ここで、トンネル壁面における熱伝達条件(17. a)と地山側における境界条件式(17. b)を考慮すると、時間に対するマトリクス方程式は以下になる。

$$[C_{uu}]\left\{\frac{\partial T_u}{\partial t}\right\} + [K_{uu}]\{T_u\} = \{P_u\}$$

(18)

$$\{P_u\} = \{F_u\} - [C_{uk}]\left\{\frac{\partial T_k}{\partial t}\right\} - [K_{kk}]\{T_k\}$$

(19)

$\{T\}^T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$: 全体の節点温度ベクトル (n : 全節点数)
 $\{F\}$: 熱流束ベクトル, $[C]$: 熱容量マトリクス, $[K]$: 熱伝導マトリクス
 $(u$: 未知節点温度, k : 既知節点温度)

よって、式(18)を時間方向に積分すれば全要素の未知温度が求められる。
 次に時間刻み幅を Δt とするとCrank-Nicolson法により以下の漸化式が得られ、初期条件と境界条件が得られれば未知節点の温度履歴が求められる。

$$\left[\frac{[K_{uu}]}{2} + \frac{[C_{uu}]}{\Delta t}\right]\{T_u\}_{N+1} = \left[\frac{[C_{uu}]}{\Delta t} - \frac{[K_{uu}]}{2}\right]\{T_u\}_N + \frac{1}{2}\{\{P_u\}_{N+1} + \{P_u\}_N\}, N = 0, \Delta t, 1 \cdot \Delta t, \dots$$

(20)

Δt : 時間刻み

いま、各地山要素の熱伝導率 k_e と熱容量 $(\rho c)_e$ を拡張カルフィルタの状態量とし、これらが定常性を示すものとする、式(1)は以下のように変更される。

$$x_{ik+1} = [I]x_{ik} + w_{ik}$$

(21)

また、式(20)において一部節点 n_1 の温度履歴が観測されるものとする、式(2)の観測方程式は以下となる。

$$y_{ik} = \{T_u\}_{N+1}^{n_1} + v_{ik}$$

(22)

n_1 : 観測節点数 ($n_1 < n$)

$$\therefore \{T_u\}_{N+1} = \left[\frac{[K_{uu}]}{2} + \frac{[C_{uu}]}{\Delta t}\right]^{-1} \left(\left[\frac{[C_{uu}]}{\Delta t} - \frac{[K_{uu}]}{2}\right]\{T_u\}_N + \frac{1}{2}\{\{P_u\}_{N+1} + \{P_u\}_N\}\right)$$

ここで、拡張カルフィルタでは観測方程式(22)を推定量において偏微分した変換行列 $M\{t_k; \hat{x}(t_k)\}$ が必要となる。しかし、観測方程式は熱伝導の有限要素法で構成されるため、変換行列を算出する手順は煩雑となる。そこで差分近似を用いて変換行列を求める⁵⁾。この近似により変換行列が容易に算定できることになり、拡張カルフィルタと有限要素法により地山の熱伝導率 k_e と熱容量 $(\rho c)_e$ の推定が可能になる。

4. 実観測値による地山熱定数の推定

一般国道37号豊浦町礼文華トンネルで観測された温度履歴と覆工コンクリート-地山の熱伝導解析により、地山の熱伝導率 k と熱容量 (ρc) の推定を行うが、本トンネルでは断熱材の施工がなされていないため覆工コンクリート-地山をFig. 1に示す6領域(要素分割数72)に分割した解析モデルを用いている。

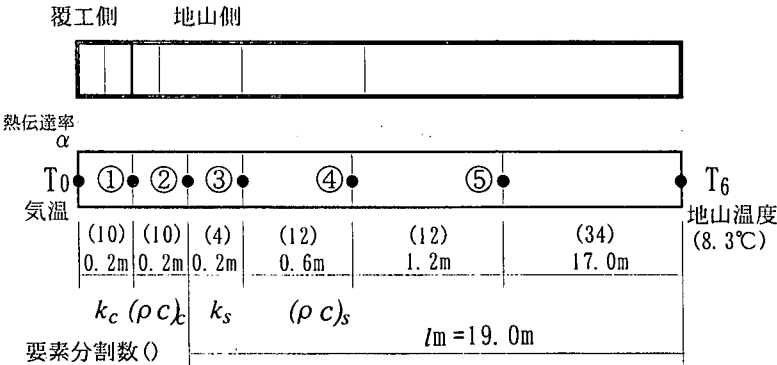


Fig. 1 解析モデルと温度観測点

ここで、冬期・夏期の観測温度履歴をFig. 2(a), (b)に示す。なお、冬期観測はNo. ①～⑤までの5点の温度履歴を用いているが、夏期ではNo. ④が欠損しているため④を除く4点の温度履歴を用いて熱定数の同定を行っている。加えて、トンネル内空側の温度 T_0 は観測気温、定常温度は施工箇所付近の平均気温 $T_0 = T_m (8.3^{\circ}\text{C})$ 、 $l_m = 19.0\text{m}$ としている。

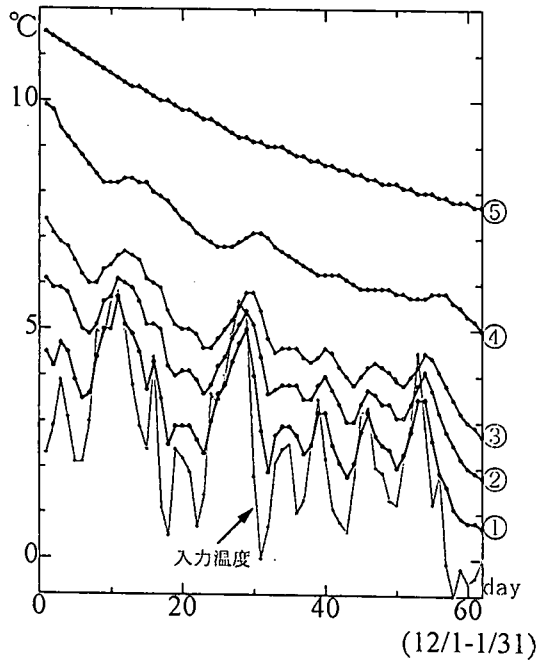


Fig. 2(a) 観測温度履歴(冬期間)

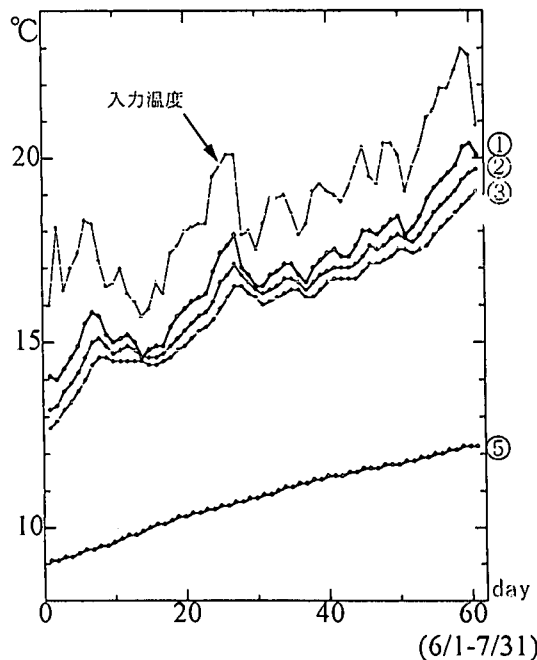


Fig. 2(b) 観測温度履歴(夏期間)

4.1 覆工に対する熱伝達率 α と熱伝導係数 $(k)_c$ の影響

トンネル内空側の温度 T_0 は覆工コンクリート表面の測定値ではないため、空気層と覆工表面の熱伝達率 α が解析に影響を及ぼす可能性が生じる。そこで熱伝達率 α の変化が解析に与える影響を検討する。また、夏期では温度・含水状態により覆工コンクリートにおける熱伝導率の変化が懸念されるため、覆工の設定熱伝導率を $(k)_c = 1.0 \sim 2.0$ に変化させて推定を行った結果をTable 1に示す。

Table 1 熱伝達係数による推定値

熱伝達率\同定値・残差		熱伝導率(k) s	熱容量(ρc) s	mP (残差)
Winter 覆工(ρc)c=400 (k)c=1.0	5	1.0	280	10.64
	10	1.0	340	4.18
	20	1.1	380	2.83
	50	1.1	400	1.87
	100	1.1	410	1.67
	∞	1.1	420	1.56
Summer 覆工(ρc)c=400 (k)c=1.0	5	1.1	360	10.45
	8	1.1	420	7.45
	10	1.1	450	7.20
(k)c=1.5	5	1.2	460	5.73
	8	1.3	570	5.14
	10	1.3	610	5.64
(k)c=2.0	5	1.2	540	3.71
	8	1.4	680	4.49
	10	1.4	750	5.86

ここで、本解析では推定誤差共分散行列に重み w を乗じているため、推定値の評価には式(23)に示すように得られた解析値による再現温度と観測温度の残差とする評価関数 P を用いている。

$$P = \frac{1}{mn_1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_1} (T_{ij} - T_{ij}^*)^2 \tag{23}$$

m : 日数(日)、 n_1 :観測点数
 T :再現温度、 T^* :観測温度

Table 1より、冬期では熱伝達率を大きく設定するにしたがい再現値の残差 mP は小さくなり、解析精度は向上している。このことより冬期間のトンネル内では空気層が激しく移動している状態が読み取れる。また、夏期では覆工コンクリートの熱伝導率を大きく設定し、かつ空気層と覆工表面の熱伝達率を小さくした場合の残差 mP が最も小さい。これより夏期ではトンネル内空側の空気層はあまり移動して少なく、かつ湿度により覆工コンクリートの熱伝導率が変化している状況が推測される。

したがって、地山の熱伝導率と熱容量の推定を行う際には、観測値の得られた季節や観測点の状況を

考慮して、空気層と覆工表面の熱伝達率 α と覆工コンクリートの熱伝導率を設定しなければならないことを示唆している。

4.2 観測点数・位置による推定精度

一般に逆解析において数多くの観測値を用いれば、正確な地山熱定数が得られる可能性は高い。

Table 2 観測点数・位置による推定値

観測点\同定値・残差		熱伝導率(k)s	熱容量(ρc)s	mP(残差)
Winter 覆工(ρc)c=400 (k)c=1.0 α=∞	①②③④⑤	1.1	420	1.56
	①(覆工内)	1.0	290	10.26
	②	1.1	410	1.62
	③	1.1	440	1.68
	④	1.2	460	2.00
	⑤	1.1	390	2.02
Summer 覆工(ρc)c=400 (k)c=1.5 α=5	①②③⑤	1.2	460	5.73
	①(覆工内)	0.9	670	11.02
	②	1.1	430	4.62
	③	1.0	310	6.41
	⑤	1.3	610	8.64

しかし技術的・経済的な状況により観測点は少なくかつ覆工コンクリートに近い計測位置が望ましい。そこで、熱定数の推定における効率的な観測点の数とその位置について検討する。

観測点数・位置に対する解析値と再現値の残差をTable 2に示す。まず、冬期では全観測点における推定精度と覆工内の観測点①を除く他の4観測点による推定精度に大きな違いはなく、地山中の観測点(1点)を用いれば安定した熱伝導率・熱容量の推定解析が行える。

次に夏期も同様の傾向を示しているが、熱の流れが冬期と異なる(覆工コンクリート→地山)ため、設置深度の深い観測点を選定するにしたがい推定精度は悪くなる。

したがって、地山の熱伝導率と熱容量の推定を行う際には、覆工コンクリート境界面近傍における1~2点の観測点を選定すれば良い結果となった。ここで、冬期における観測点数による地山温度の再現値と観測値をFig. 3(a), (b)に示す。

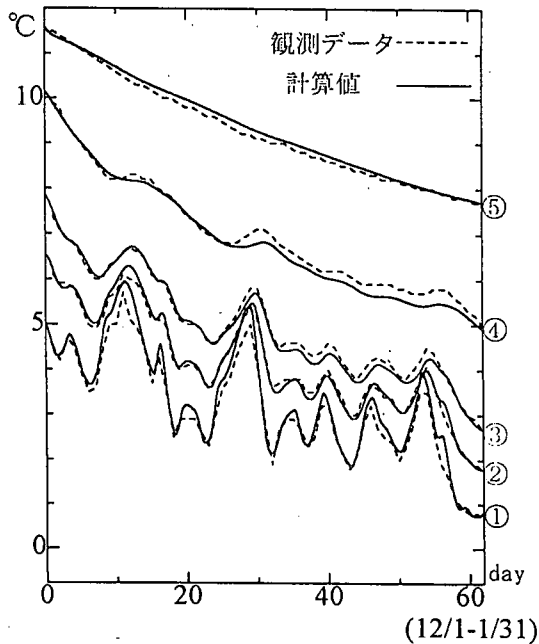


Fig. 3(a) 観測点①②③④⑤による再現値と観測値

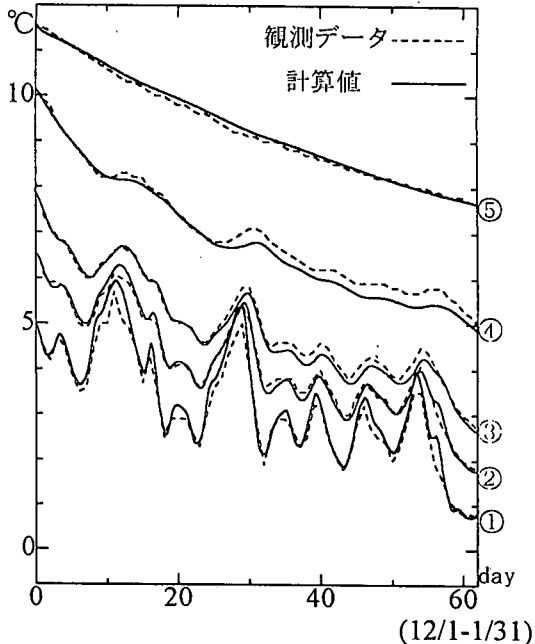


Fig. 3(b) 観測点②による再現値と観測値

4.3 2層モデルによる逆解析

実際のトンネルにおいて覆工境界部付近は掘削や長期にわたる凍害などにより変状し、境界部付近と深部ではその熱特性が異なる場合が多い。

Table 3 地山2層モデルによる推定値

境界(m)\同定値・残差	熱伝導率(k)s	熱容量(ρc)s	mP(残差)
Winter 覆工(ρc)c=400 (k)c=1.0 α=∞	0.5	(1層目) 1.1 (2層目) 1.2	310 450
	1.0	(1層目) 1.2 (2層目) 1.5	290 480
	0.5	(1層目) 1.2 (2層目) 0.9	330 510
	1.0	(1層目) 1.1 (2層目) 0.6	530 400

したがって、実際の状況に則した解析モデルを用いることが解析精度を保つために必要となる。

そこで、ここでは地山を異なる熱定数を有する2層モデルを用いて、それぞれの熱伝導率・熱容量の推定を行った。なお境界面深度は覆工背面より0.5(m)と1.0(m)とし、観測値は冬期・夏期ともに全観測点の値を用いている

2層モデルを用いた場合の解析結果をTable 3に示す。Table 3より、2層目(深部層)における熱伝導率・熱容量の推定値は、地山1層モデルによる推定値に近い値を示しており、加えて再現値の残差も最も小さい

値を示している。また、このことより力学的特性の間接的な推定に応用ができる可能性を有しているが、境界面の設定など多くの課題は残る。ここで、層境界面0.5(m)の温度履歴再現値と観測値をFig. 4(a), (b)に示す。

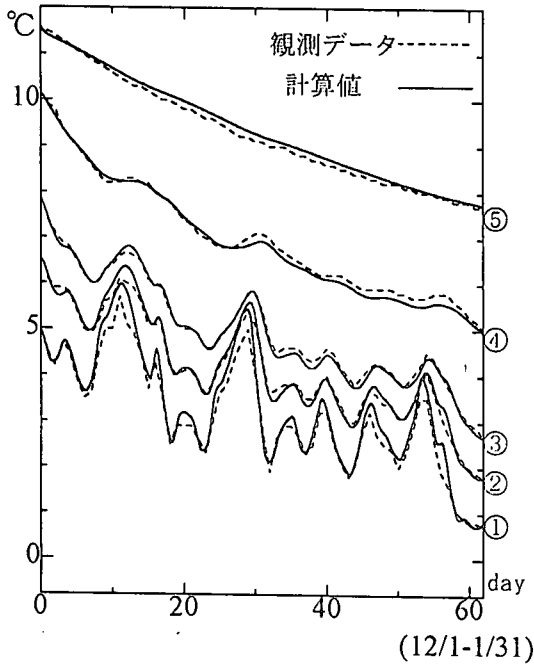


Fig. 4(a) 地山2層モデルによる再現値(冬期)

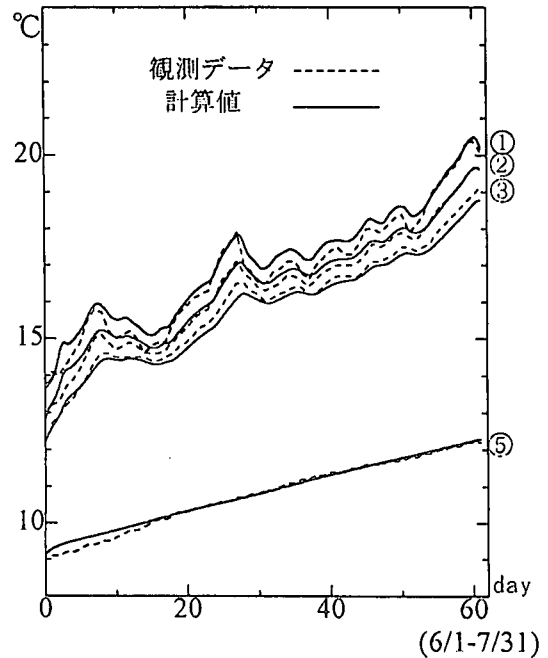


Fig. 4(b) 地山2層モデルによる再現値(夏期)

5. 結論

寒冷地道路トンネルにおける断熱材設計の基礎資料を得る目的で、トンネル周辺地山の熱伝導率・熱容量の推定と覆工コンクリートや地山の熱伝導状態の考察を行った結果、以下に示す事項が得られた。

- (1) 拡張カルマンフィルタを基本とした手法と有限要素法の非定常熱伝導解析により、地山の熱伝導率・熱容量の推定が可能となり、覆工コンクリート-地山の熱伝導状態の把握が行える。
- (2) 覆工コンクリート境界面近傍における1~2点の観測点を選定すれば、地山の熱伝導率と熱容量の安定した推定が行えるが、空気層と覆工表面の熱伝達率と覆工コンクリートの熱伝導率の設定には考慮が必要となる。
- (3) 観測点が多い場合には複数の熱伝導率・熱容量の推定が行えるが、境界面の設定などの課題も多い。

参考文献

- 1) A.H.Jazwinski: Stochastic Process and Filtering Theory, Academic Press,1970.
- 2) 須藤敦史・星谷勝:EK-WLI法と有限要素法を用いた逆解析,土木学会論文集,No.466/ I -19,pp.177~185,1992.
- 3) 須藤敦史・星谷勝:拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案,土木学会論文集,No.437/ I -17,pp.203~211, 1991.
- 4) 芳村仁・三上隆・小山田欣裕:寒冷地道路トンネルの地山温解析(非定常熱伝導解析),土木学会北海道支部論文報告集, 昭和63年度,pp.109-112,1988.
- 5) W.G-W.Yeh: Review of Parameter Identification Procedures in Groundwater Hydrology (The Inverse Problem), Water Resources Research,22(2),pp.95~108, 1986.