

底面摩擦装置によるトンネル切羽崩壊実験のDEM解析

DEM ANALYSIS OF TUNNEL FACE COLLAPSE TEST BY BASE FRICTION MODEL

松井幹雄*・西村和夫**

Mikio MATSUI, Kazuo NISHIMURA

It is one of the most important subjects for tunneling to keep the tunnel face stable. The Distinct Element Method (DEM) has a possibility to simulate the tunnel face collapse. To establish the DEM as a powerful analyzer for revealing the collapse mechanism and for developing good tunneling methods, it is necessary first to verify its capability of simulating accurately the experimental collapse under a simple condition.

This paper shows the applicability of the DEM, comparing its numerical results with experiments by a base friction machine which can model the tunnel face collapse. The collapse mechanism is discussed after the DEM analysis.

Keywords: base friction, tunnel face collapse, DEM

1. はじめに

トンネル施工においては、切羽の崩壊がトンネルの安定に大きく影響し、急激で、災害にも直結することから、切羽の安定性確保は極めて重要である。より安定性の優れた工法や切羽形状などを考えるためには、崩壊のメカニズムの解明が望まれる。

底面摩擦装置（通称、ベースフリクション）はトンネル切羽崩壊を模擬できる有力な室内模型実験装置の1つであり、切羽形状や拘束圧などを変えた実験および観察が容易に行なえる。しかし、内部の応力変化などの計測が難しいため、現象の定性的な把握にとどまることが多く、崩壊時の様々な情報を定量的に捉えることのできる数値解析手法によって底面摩擦模型実験をフォローすることが望まれている¹⁾。

個別要素法（DEM）^{2), 3)}はこのような崩壊現象を計算機上で模擬できる可能性を持つ数値解析手法であり、形状や条件を自在に設定できるだけでなく、実験や現実の地盤では測定が困難なものでも容易に求められるという利点を持つ。しかしながら、DEM解析結果が実際の崩壊現象を正しく再現しているかどうかの判断は難しい。DEMを切羽崩壊メカニズムの解明と有効な工法の開発のための解析手法として確立するためには、まず、単純な条件下での崩壊実験に対するDEM解析の再現性を検証する必要がある。底面摩擦模型実験はその対象として考えられるが、2次元DEMでは底面摩擦効果を考慮できないのが現状である。

* 学生員 工修 東京都立大学大学院 土木工学科

** 正会員 工博 東京都立大学講師 工学部土木工学科

本論文は、底面摩擦装置による模型実験固有の底面摩擦効果を新たに定式化してDEMに導入し、トンネル切羽崩壊実験をDEMで解析し、底面摩擦模型実験へのDEM解析の適用性を示し、さらに、切羽崩壊のメカニズムを探るものである。

2. 底面摩擦装置の底面摩擦に対する定式化

2. 1 底面摩擦装置の概要

本装置を使った実験方法を図-1に示す。底版に厚さ1mmのマグネットシートを敷き、その上に円柱形の鉄塊を立たせ、底版を一定速度でスライドさせる。マグネットシートは底版表面と鉄塊底面の間の摩擦が非常に小さいため敷いたものである。マグネットシートは底版に接着しており、一体となって動く。鉄塊は直径10mmと5mmの2種類用意しており、いずれも高さは15mmである。

鉄塊の移動を拘束すれば、マグネットシートと鉄塊底面の間の摩擦（以下、底面摩擦と呼ぶ）によって、スライド方向に擬似的な重力が作用している状態をモデル化できる。トンネル切羽崩壊を模擬する場合は、トンネル切羽付近の断面形状に合わせて、多数の鉄塊を配列する。

本装置には、2次元条件に限られるという制約があり、また、擬似重力方向に直角な擬似水平方向の鉄塊の動きに対しても摩擦が作用してしまうなどの欠点がある。しかし、実験が容易であり、また、現象がゆっくりであるため観察し易いという大きな利点がある。必要ならば、崩壊現象を途中で止めたり、再開することもできる。

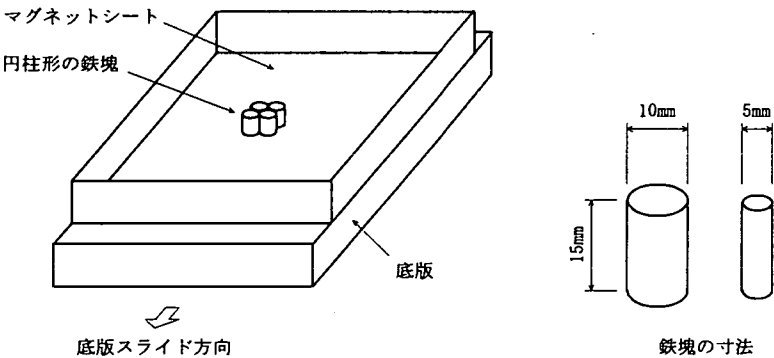


図-1 実験方法の概略図

2. 2 DEM解析手法の概要

DEMは1つ1つの剛体要素の運動方程式を微小時間増分ごとに時間差分近似によって陽的に解いて行く数値解析手法である。1解析ステップ中の要素の移動は、拘束のない加速度運動であり、1要素に作用する力は外力と重力と接触抗力の合力で与えられる。接触抗力は接触している要素間に設けるばねとダッシュポットに生じる要素間の相対変位と相対変位速度で決定される。これらは、図-2に示すように、法線方向と接線方向にそれぞれ並列配置される。図中の記号 K_n と K_s は法線方向と接線方向のばね係数、 η_n と η_s は法線方向と接線方向の粘性係数をそれぞれ表す。要素間の滑りについては、クーロンの摩擦則に従うものとする。

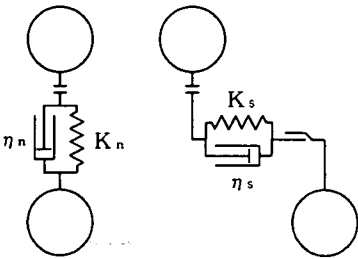


図-2 要素間モデルの模式図

時間差分近似式は次式に示すように、速度については前進Euler、変位については後退Eulerを用いる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_{(t)} &= F_{x(t)} / m \\ \dot{x}_{(t+\Delta t)} &= \dot{x}_{(t)} + \ddot{x}_{(t)} \cdot \Delta t \\ x_{(t+\Delta t)} &= x_{(t)} + \dot{x}_{(t+\Delta t)} \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $\ddot{x}$ 、 $\dot{x}$ 、 x は要素中心の x 方向加速度、速度、座標を表し、 F_x は要素に作用する力の x 方向成分、 m は要素の質量、 t および Δt は時間および時間増分をそれぞれ表す。 y 方向と回転方向についても同様の差分近似式を用いる。

解の安定条件から、次式に示すように、時間増分 Δt は限界時間増分 Δt_{CRIT} より小さくしなければならない³⁾。

$$\Delta t < \Delta t_{\text{CRIT}}, \quad \Delta t_{\text{CRIT}} = \eta_n / K_n \quad (2)$$

もちろん、 Δt をできるだけ小さくすれば、差分近似誤差が減り安定性も向上するが、所期の時間に至るまでの解析ステップ数が増し、演算時間が増加する。従って、ばね係数を小さくして限界時間増分を大きくするなどの工夫が必要となる。

2. 3 底面摩擦効果の定式化

本実験装置には、水平2軸方向および鉛直方向の3方向載荷機能を有するが、今回の実験ではこれらの荷重は加えなかった。従って、水平2軸方向の2次元場で考えれば、鉄塊に作用する力（回転成分も含む）は他の鉄塊または境界面との接触力、および、底面摩擦力だけである。ここでは、この底面摩擦力を2次元DEM解析用に定式化する。

底版スライド方向が $-y$ 軸方向になるような2次元 $x-y$ 座標系を考える。底面摩擦力は鉄塊と底版との間の滑りに対して生じることから、DEM解析においては、要素-底版間に相対滑り速度が生じるとき、その反対方向の底面摩擦力ベクトルを要素に付加するものとする。回転に対する底面摩擦効果は無視できるものとし、以下のように定式化する。

$$\left. \begin{aligned} (\dot{x}_{(t)})^2 + (\dot{y}_{(t)} - v_B)^2 &= 0 \quad \text{のとき} \quad F_{(t)} = P_{(t)} \\ (\dot{x}_{(t)})^2 + (\dot{y}_{(t)} - v_B)^2 &\neq 0 \quad \text{のとき} \quad F_{(t)} = P_{(t)} + B_{(t)} \\ B_{x(t)} &= -\mu_B \cdot mg \cdot \dot{x}_{(t)} / \sqrt{(\dot{x}_{(t)})^2 + (\dot{y}_{(t)} - v_B)^2} \\ B_{y(t)} &= -\mu_B \cdot mg \cdot (\dot{y}_{(t)} - v_B) / \sqrt{(\dot{x}_{(t)})^2 + (\dot{y}_{(t)} - v_B)^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

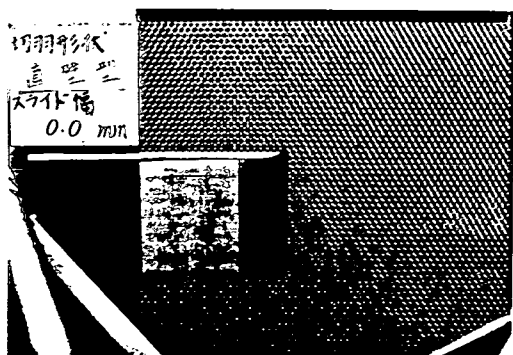
ここで、 v_B は底版スライド速度（＝一定 <0 ）、 μ_B は底面摩擦係数、 m は要素質量、 g は重力加速度、 $\dot{x}$ と $\dot{y}$ は要素の x 方向速度と y 方向速度、 F は要素に作用する荷重ベクトル、 P は接触抗力ベクトル、 B は底面摩擦力ベクトル、 B_x と B_y は底面摩擦力ベクトルの x 方向成分と y 方向成分をそれぞれ表す。

3. 底面摩擦装置によるトンネル切羽崩壊のDEM解析

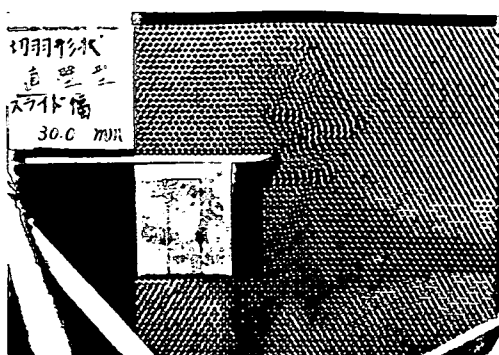
3. 1 実験の方法と結果

本実験は東京都立大学において以前行なわれたものである⁴⁾。直径5mmの鉄塊3382個をトンネル切羽断面に模して規則的に配置し、速度 $=-5\text{mm/min}$ で底版を30mmまでスライドさせたものである。

実験結果は図-3に示すとおりであり、切羽崩壊が観察される。切羽面付近の三角形領域が規則配列方向に沿って滑りながら前に押し出されており、その上方には緩んだような三角形領域も観察される。切羽崩壊角度は x 軸に対して 60° となっている。



初期状態



底版スライド量=30mm

図-3 底面摩擦装置による実験結果

3. 2 DEM解析で用いた諸元

DEM解析に用いた諸元を表-1～表-3に示す。これらを決定するために、3.1に示した本実験とは別の予備実験を今回行った。

底面摩擦係数 μ_B の決定のために、直径10mmの鉄塊74個を並べ、速度 $=-50\text{mm/min}$ で底版をスライドさせ、鉄塊の移動を拘束する板に加わる荷重を測定した。その荷重と鉄塊重量の比から $\mu_B=2.72$ を得たが、その $1/60$ の $\mu_B=0.045$ とした解析を主にする（理由は後述）

いま、 x 軸に対する傾きが θ の斜面上を1つの鉄塊が滑る場合を考える。鉄塊と斜面の間の摩擦係数（動摩擦係数）を μ_w とし、鉄塊が斜面に接しながら一定速度で滑るものと仮定すれば、式(3)で $F=0$ とおくことにより、次式が得られる。

$$\dot{x} = \left(\frac{\sin 2\theta}{2} - \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \mu_w \right) \cdot v_B, \quad \dot{y} = \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{2} \mu_w \right) \cdot v_B \quad (4)$$

そこで、3.1に示した本実験で下端境界として用いた鉄製角材を $\theta=45^\circ$ の斜面上にし、直径10mmの鉄塊1個を接して立たせ、速度 $=-50\text{mm/min}$ で底版を50mmスライドさせた。このとき、鉄塊は移動量 $=20.4\text{mm}$ 、回転角 $=230^\circ$ であった。鉄塊の回転に対する底面摩擦が全くないとすると、移動量 $=20.4\text{mm}$ のとき、回転量 $=233.8^\circ$ となるはずであるから、やはり、回転に対する底面摩擦効果は小さいことが分かる。また、この予備実験結果および式(4)から、本実験で下端境界に用いた鉄製角材と鉄塊側面との間の摩擦係数 $\mu_w=0.423$ が得られる。これは、別に測定した静摩擦係数0.528の80%の大きさである。

鉄塊の側面どうしの摩擦係数は別に測定した静摩擦係数の80%であるとして、0.24とした。

他の境界と円要素との間の摩擦係数は、本実験で下端以外の境界として用いたアクリル板と鉄塊側面との間の摩擦係数に対する推定値である。

底版スライド速度については、演算時間の削減のため、実験における速度 $(=-5\text{mm/min})$ の60倍に設定した。同様に、ばね係数を比較的小さく設定したのも、限界時間増分を

表-1 円要素の諸元

直径	D (mm)	5
奥行長	ℓ (mm)	15
質量密度	ρ (g/cm ³)	7.758
質量	m (g)	2.285

表-2 他の諸元

底面摩擦係数 μ_B	2.72, 0.045
底版スライド速度 v_B (mm/sec)	-5
時間増分 Δt (sec)	10^{-5}

表-3 円要素との間の材料定数

	円要素	下端境界	他の境界
要素間摩擦係数 μ	0.24	0.423	0.364
法線方向ばね係数 K_n (gf/mm)	4500	9000	9000

大きくして時間増分を大きくとることにより、解析ステップ数を減らして演算時間を削減するためである。ばね係数と粘性係数の設定に当たっては、木山・藤村³⁾の決定法を参考にした。法線方向の粘性係数 η_n は次式のようにした。

$$\begin{aligned} \text{円-円間} \quad \eta_n &= \sqrt{2mK_n} \\ \text{円-境界間} \quad \eta_n &= 2\sqrt{mK_n} \end{aligned}$$

接線方向のばね係数と粘性係数については、次式が成り立つとした。

$$s = K_s / K_n = 0.25, \quad \eta_s / \eta_n = \sqrt{s}$$

以上の条件の下に、直径5mmの円要素3382個を実験と同様に規則的に配置した。

3.3 DEM解析結果と考察

DEM解析結果を図-4～図-9に示す。図-4は、底面摩擦係数だけを変えて行なった2通りの解析結果（底版スライド量=30mmのときの要素位置）を並べて図示したものである。要素の移動量が見易いように要素移動量の最大値26.1mmを3等分して色分けしてある。両者を比較すると、最上部のくぼみの程度、あるいは、崩壊の進展度が異なっており、底面摩擦係数は実測値より小さくした方がむしろ、図-3に示す実験結果に近い結果が得られている。

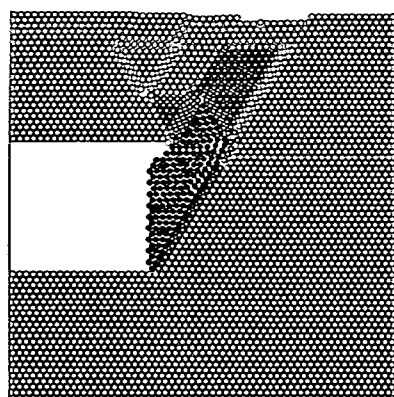
これは、底版スライド速度を実験の60倍にもしてしまったため、摩擦による作用力が大きい場合は要素の動きが静的でなくなり、慣性力の影響を受けてしまったためと考えられる。この計算時間が丸1日かかる現状では、これ以上実験条件に近づけることは難しい。しかし、底面摩擦による作用力を1/60にした解析結果は、実験結果とよく対応しているといえる。また、実験と同様、DEM解析結果でも、崩壊角度はx軸に対して60°になっている。

図-5～図-9は底面摩擦係数を1/60にした解析結果であり、それぞれ、底版スライド量=11mm, 12.5mm, 19mm, 25.5mm, 30mmのときの要素の移動速度ベクトルと要素間接触抗力の法線方向成分を示したものである。移動速度ベクトルは大きさに応じて矢印の長さを変え、法線方向接触抗力は大きさに応じて線の太さを変えて表示してある。いずれも実験では測定が困難であるため、このような図はDEM解析ならではの図である。

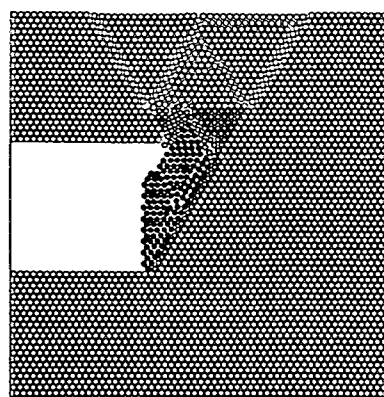
底版スライド量が11mm（図-5）と12.5mm（図-6）のときとで、移動速度ベクトル分布が異なっている。特に、トンネル天端覆工の直上部で違いが大きい。両者が異なっている理由は接触抗力分布から推察できる。底版スライド量が12.5mmのときは、緩んでいると考えられる領域の中に、力の伝達がブリッジ状（またはアーチ状）に形成されているのに対し、11mmのときはこのような力のブリッジは見られない。力のブリッジを境に、その上部では移動速度が小さく、下部では大きい。移動速度ベクトル分布と接触抗力分布の差異および両者の前述の関係は、底版スライド量が25.5mm（図-8）と30mm（図-9）のときとで、より一層明瞭にみることができる。

力のブリッジが形成される理由は、移動速度ベクトル分布から推定できる。底版スライド量が11mm（図-5）のとき、下方へ向かう速度ベクトル分布領域のすぐ上に、左右から斜め下方へ集中しようとする速度ベクトル分布領域が見られる。そして、崩壊領域の右側の緩んでいない領域とトンネル天端覆工との間の狭い領域に集まろうとすることによって、要素がかみ合うためと考えられる。

その後、力のブリッジの上部の要素が小さい速度ではあるが徐々に移動してくるにつれて、次第に強い力のブリッジに成長して行き、新たな力のブリッジも形成される（図-7）。すると、力のブリッジで区別された、速度がほぼ等しい塊が形成され（図-7）、前から存在していた力のブリッジに塊として負荷を加える。これら力のブリッジはいつまでも安定していることができず、やがて壊れ、こうして崩壊領域は拡大して行く（図-8）。その結果、緩んだ広い領域の要素が再び狭い領域に集まろうとして、また新たな非常に強い力のブリッジが形成される（図-9）という、同じ過程を繰り返している。

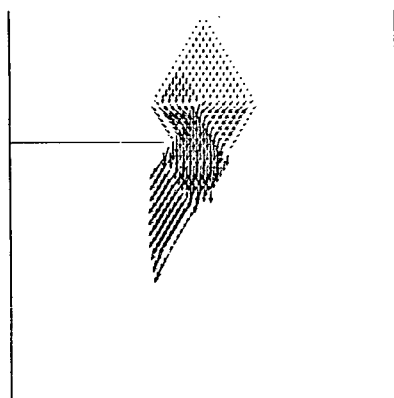


底面摩擦係数=2.72

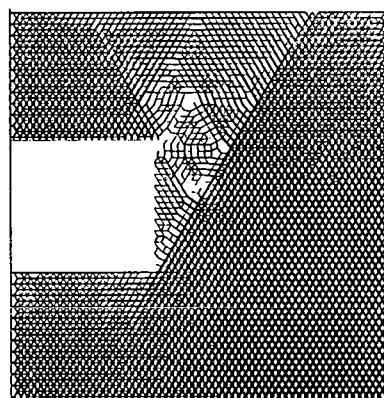


底面摩擦係数=0.045

図-4 底面摩擦係数の違いによるDEM解析結果の比較(底版スライド量=30mmのとき)

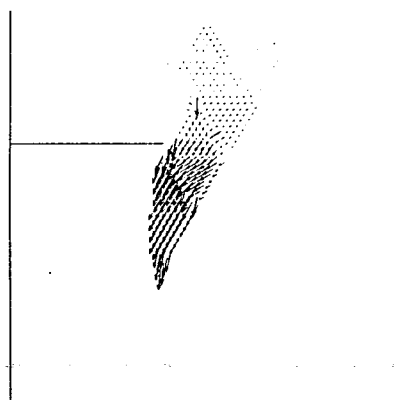


移動速度ベクトル

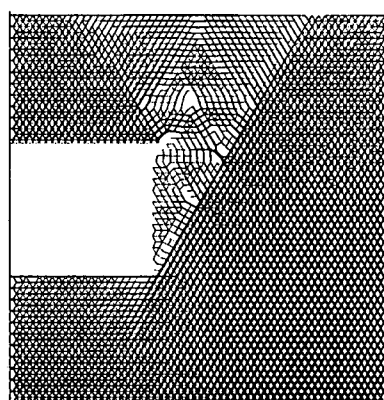


法線方向接触抗力

図-5 底版スライド量=11.0mmのときのDEM解析結果(底面摩擦係数=0.045)

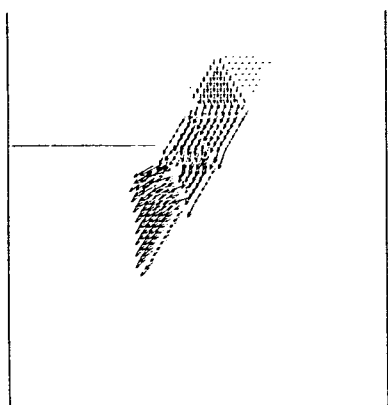


移動速度ベクトル



法線方向接触抗力

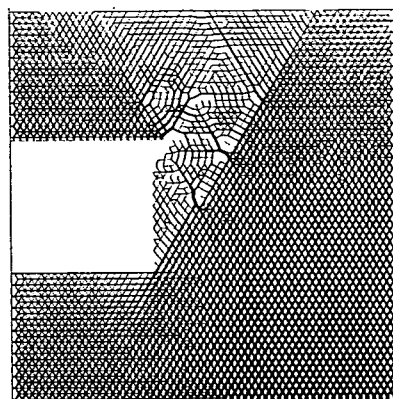
図-6 底版スライド量=12.5mmのときのDEM解析結果(底面摩擦係数=0.045)



移動速度ベクトル

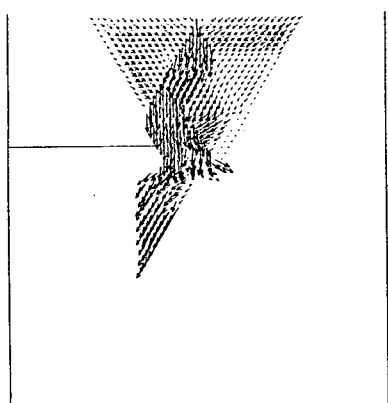
VELOCITY
← 5.0 (mm/sec)

NORMAL FORCE
— 7.0 (gf)



法線方向接触抗力

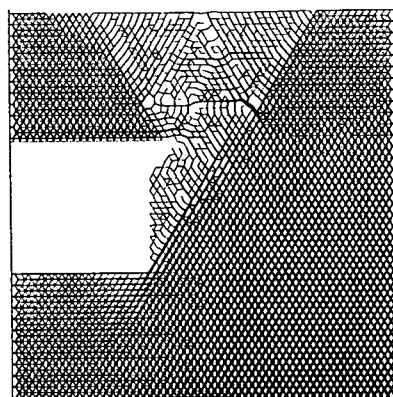
図-7 底版スライド量=19.0mmのときのDEM解析結果(底面摩擦係数=0.045)



移動速度ベクトル

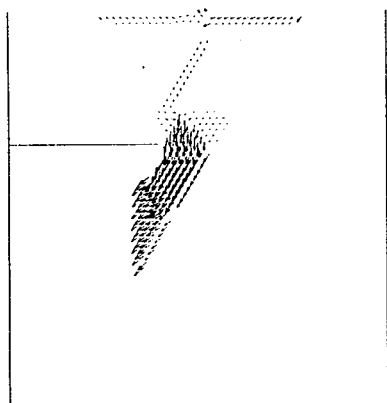
VELOCITY
← 5.0 (mm/sec)

NORMAL FORCE
— 7.0 (gf)



法線方向接触抗力

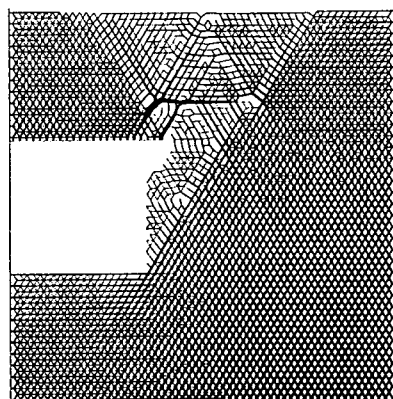
図-8 底版スライド量=25.5mmのときのDEM解析結果(底面摩擦係数=0.045)



移動速度ベクトル

VELOCITY
← 5.0 (mm/sec)

NORMAL FORCE
— 7.0 (gf)



法線方向接触抗力

図-9 底版スライド量=30.0mmのときのDEM解析結果(底面摩擦係数=0.045)

4. おわりに

得られた知見を要約すると以下のとおりである。

- ①底面摩擦装置（ベースフリクション）を用いた実験はDEMでよくシミュレーションできるが、静的な実験に対しては、計算時間の制約のため、精緻な近似は難しい。
- ②個別要素に作用する力は、式(3)で示すような底面摩擦力を通常の接触抗力に付加すればよい。
- ③等粒径・規則配列の場合に底面摩擦装置による実験で見られる崩壊形状の方向性（横軸に対して 60° ）が、DEMによる計算においても再現される。
- ④等粒径・規則配列の場合のDEM解析結果から、次のようなトンネル切羽崩壊メカニズムが説明できる。トンネル切羽においては、切羽の進行方向斜め上部において、応力解放のために力の伝達が弱まり、緩んだ状態となる。そして、その緩み領域の上側の地山が緩み領域側に落ち込んでくる。そのため、その狭い領域に移動した粒子どうしがかみ合って、新たな力の伝達が緩み領域を渡るブリッジ状に形成されるが、力のブリッジ下の地山の塊はトンネル内に崩れ出る。このブリッジは安定した堅固なものではなく壊れ易い。その結果、ブリッジの形成と破壊の繰り返しとともに、崩壊領域が次第に上方に拡大して行く。
- ⑤回転に対する底面摩擦効果については今回の解析では無視したが、一般的な底面摩擦装置による模型実験にDEMを適用するためには、定式化しておくことが今後必要と思われる。

5. 参考文献

- 1) 川本眺万・尾原祐三・市川康明：底面摩擦模型実験装置および模型材料の力学特性，日本鉱業会誌，Vol. 99，pp. 1-6，1983.
- 2) Cundall, P. A. and O. D. L. Strack : A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- 3) 木山英郎・藤村 尚：カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析，土木学会論文報告集，第333号，pp. 137-146，1983.
- 4) 越迫 晃：切羽の形状に関する研究，東京都立大学卒業論文，1994.