

トンネル壁面への各種载荷による岩盤物性評価に関する研究

Study on the Evaluation of Rock Mass Properties by Various Loadings against the Inner-Surface of Tunnel.

岡 千裕* 川久保 昌平† 平島 健一‡ 木村清和§

Kazuhiro OKA, Shohhei KAWAKUBO, Ken-ichi HIRASHIMA, Kiyokazu KIMURA

This paper presents a method which determines the elastic properties of anisotropic rock masses by interpreting the response of the various loading against the inner-surface of tunnel. Recently, the evaluation of rock mass properties has been tried to use the displacement data by gripper loads at TBM tunnelling. This method can be applied for their data. In the first, the mathematical formulation is given, and then the numerical calculations are presented for several loading conditions.

Keywords: anisotropic rock, orthotropic elastic properties, theoretical treatment, loading test, TBM

1 緒言

トンネルの事前調査および掘削施工中において地山の岩盤物性を精度良く評価することは、掘削時の地山の安定性を検討する上で重要な要件となる。従来これらの評価は岩石コアによる室内試験や、調査ボーリング孔を利用した孔内载荷試験等により実施されてきたが、近年 TBM によるトンネル掘進時のグリッパ反力载荷時の岩盤変位を測定し、岩盤物性を評価する方法が試みられるようになってきた¹⁾。本論文では、TBM グリッパによるトンネル壁面に対する複数の対角方向への载荷から得られる変位データを系統的に整理することにより、掘削施工と同時に実施できる岩盤の異方性の性質も含めたより精度の高い物性評価方法について述べる。

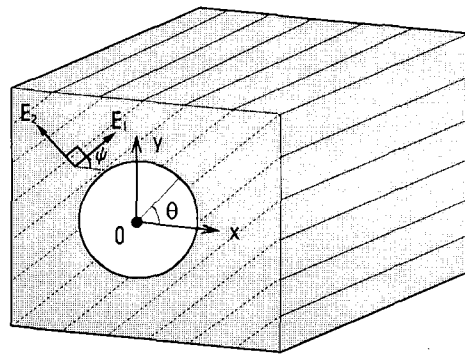


図1 異方性弾性体中の円形孔

具体的には直交異方性岩盤中の円形孔壁面への各種载荷による、二次元弾性論に基づいた岩盤の変位に関する理論的解析解を提示し、数値計算例をもとにしてトンネル壁面への各種载荷による変位データから等方性岩盤の弾性係数やポアソン比、異方性岩盤の主弾性係数等を決定するための具体的手順と計算図表を例示するものである。

*正員 日本国土開発(株)技術本部

†学生員 山梨大学大学院 工学研究科

‡正員 工博 山梨大学教授 工学部土木環境工学科

§正員 工博 群馬高専助手 土木工学科

なお、円形孔壁面への載荷に関する研究としては、等方性岩盤に関するポアホールジャッキ試験の問題として Goodman ら²⁾の解があり、孔内載荷試験結果の整理に用いられている。また、直交異方性岩盤の主弾性軸方向に鉛直荷重を作用させた場合について、級数解を用いて変形係数を決定する手法を Amadei and Savage³⁾が提案している。本論文ではそれらの解を包含したより一般性のある解析解を導出したものを用いるが、この解は載荷方向と岩盤の異方性弾性軸が異なる場合にも適用でき、また載荷荷重の分布を任意にモデル化して計算することも可能である。なお、本論文で扱う荷重状態は孔軸方向に一定な二次元荷重に限定した。

2 問題の定式化

ここでは岩盤を、等方性をその特殊な場合として包含した異方性弾性体として定式化する。図1は円形孔が内部に存在する異方性弾性体をモデル化して示したものである。二方向の縦弾性係数をそれぞれ $E_1, E_2 (E_1 > E_2)$ とし、その主方向は任意の角度 ψ で傾斜しているものとする。

2.1 基礎方程式

2次元異方性弾性体に対する一般化した構成方程式は次のように与えられる。

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (1)$$

ここで、二次元平面内の弾性主軸の二方向を 1,2 とし、それとは垂直な方向を 3 としている。また、図1のように、弾性主軸が座標軸に対して ψ の傾斜角を有する場合には、上式の係数 a_{ij} は次式のように与えられる³⁾。

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{\cos^4 \psi}{E_1} - \left(\frac{2\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2 \psi \cos^2 \psi + \frac{\sin^4 \psi}{E_2}, \\ a_{22} &= \frac{\sin^4 \psi}{E_1} - \left(\frac{2\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2 \psi \cos^2 \psi + \frac{\cos^4 \psi}{E_2}, \\ a_{12} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} + \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + 2\frac{\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2 \psi \cos^2 \psi, \\ a_{66} &= \frac{1}{G_{12}} + 4 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2 \psi \cos^2 \psi, \\ a_{16} &= \left\{ \frac{\sin^2 \psi}{E_2} - \frac{\cos^2 \psi}{E_1} - \left(\frac{\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{2G_{12}} \right) \cos 2\psi \right\} \sin 2\psi, \\ a_{26} &= \left\{ \frac{\cos^2 \psi}{E_2} - \frac{\sin^2 \psi}{E_1} + \left(\frac{\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{2G_{12}} \right) \cos 2\psi \right\} \sin 2\psi. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで G_{12} はせん断弾性係数であるが、本論文では G_{12} を次のような式で仮定している。

$$1/G_{12} = (1 + 2\nu_{12})/E_1 + 1/E_2. \quad (3)$$

$E_1 = E_2 = E$ のとき、せん断弾性係数は等方性の場合の式 $E/2(1 + \nu)$ に帰着する。

式(2)は平面応力状態に対するものであるが、平面ひずみに対しては a_{ij} の代わりに次の b_{ij} を用いればよい。

$$b_{ij} = a_{ij} - a_{i3}a_{j3}/a_{33}, \quad (i, j = 1, 2, 6). \quad (4)$$

ここに、 a_{13}, a_{23}, a_{33} は奥行き方向に関連する係数である⁴⁾。

座標系 (x, y) における応力成分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ および変位成分 u_x, u_y は複素変数 $z_k = x + \mu_k y (k = 1, 2)$ を用いて複素応力関数 $\Phi_k(z_k)$ により、次式で与えられる⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2\operatorname{Re}[\mu_1^2 \Phi_1'(z_1) + \mu_2^2 \Phi_2'(z_2)], \\ \sigma_y &= 2\operatorname{Re}[\Phi_1'(z_1) + \Phi_2'(z_2)], \\ \tau_{xy} &= -2\operatorname{Re}[\mu_1 \Phi_1'(z_1) + \mu_2 \Phi_2'(z_2)]. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} u_x &= 2\operatorname{Re}[p_1\Phi_1(z_1) + p_2\Phi_2(z_2)] - \omega_0 y + u_x^0, \\ u_y &= 2\operatorname{Re}[q_1\Phi_1(z_1) + q_2\Phi_2(z_2)] + \omega_0 x + u_y^0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに、 ω_0, u_x^0, u_y^0 は剛体回転、剛体移動に関する積分定数であるが、今の場合無視できる。また、 p_k, q_k は次のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} p_k &= a_{11}\mu_k^2 + a_{12} - a_{16}\mu_k, \\ q_k &= a_{12}\mu_k + a_{22}/\mu_k - a_{26}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

なお、 $\mu_1, \mu_2, \bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2$ は次の4次代数方程式

$$a_{11}\mu^4 - 2a_{16}\mu^3 + (2a_{12} + a_{66})\mu^2 - 2a_{26}\mu + a_{22} = 0. \quad (8)$$

の複素根である。

2.2 各種載荷条件

図2(a)に示すように、異方性弾性体中の円形孔壁に対してジャッキが x 軸と ϕ の角度をもって対角方向に載荷されている場合を考える。載荷板のアーク角度を $2\beta_c$ 、円形孔の半径を a とし、ジャッキによって載荷板が円形孔壁に変位を与えるときの載荷板の反力分布としては、等分布載荷の場合と山型分布載荷の場合の二通りを示す。前者は Amadei らの解析で仮定されており、後者は Goodman らの解析で用いられている。本論文の手法ではどちらの条件でも計算可能であるが、ここでは定式化のみを示し、数値計算では山型分布載荷の条件で計算する。

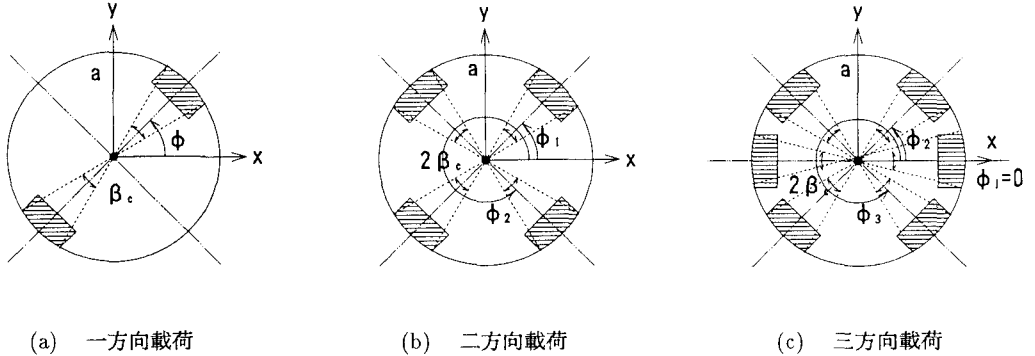


図2 各種の載荷モデル

2.2.1 等分布載荷

図3(a)に示すように、円形孔壁の単位面積当たりに作用する荷重分布が一定であると仮定したとき、ジャッキによる荷重の載荷方向成分は次のように表せる。

$$P(\theta) = \begin{cases} P_0 & (-\beta_c + \phi < \theta < \beta_c + \phi) \\ -P_0 & (-\pi - \beta_c + \phi < \theta < -\pi + \beta_c + \phi) \\ 0 & \text{(上記以外の点)} \end{cases} \quad (9)$$

これを Fourier 展開すると、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n(\theta - \phi), \\ a_n &= \frac{2P_0}{n\pi} \{1 - (-1)^n\} \sin n\beta_c \quad (n = 1, 3, \dots). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

2.2.2 山型分布載荷

載荷軸方向に等分布な荷重を考える場合、円形孔壁面での単位面積当たりに作用する荷重は図 3(b) のような山型 ($\cos \theta$) 分布になる。したがって、 $P(\theta)$ は以下のように与えられる。

$$P(\theta) = \begin{cases} P_0 \cos(\theta - \phi) & (-\beta_c + \phi < \theta < \beta_c + \phi, -\pi - \beta_c + \phi < \theta < -\pi + \beta_c + \phi) \\ 0 & (\text{上記以外の点}) \end{cases} \quad (11)$$

これを Fourier 展開すると、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P(\theta) &= \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} a_n \cos n(\theta - \phi), \\ a_n &= -\frac{2P_0}{\pi} \left\{ \frac{1}{n+1} \cos \frac{(n+1)\pi}{2} \sin(n+1)\left(\frac{\pi}{2} - \beta_c\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{n-1} \cos \frac{(n-1)\pi}{2} \sin(n-1)\left(\frac{\pi}{2} - \beta_c\right) \right\} \quad (n=3,5,\dots), \\ a_1 &= \frac{P_0}{\pi} \{2\beta_c + \sin(\pi - 2\beta_c)\}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

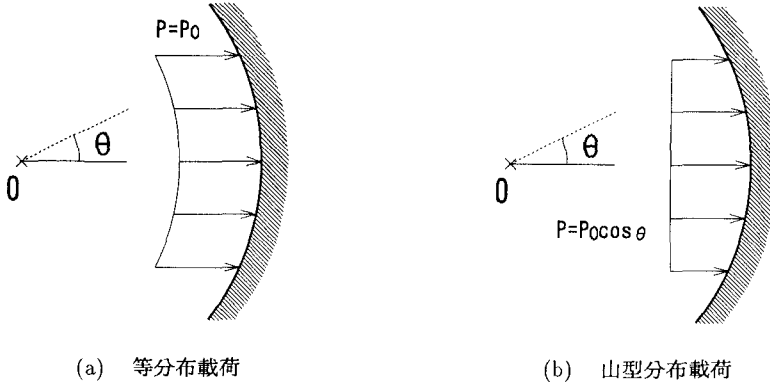


図 3 載荷荷重分布

2.3 境界条件と応力関数

異方性弾性体理論において、孔壁が受ける x, y 方向の外力 X_n, Y_n を円形孔境界に沿う微小要素 ds で積分して得られる合応力 $f_x(\theta), f_y(\theta)$ は、一般に応力関数を用いて次のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} f_x(\theta) &= -\int_0^s X_n ds = 2Re[\mu_1 \Phi_1(z_1) + \mu_2 \Phi_2(z_2)], \\ f_y(\theta) &= \int_0^s Y_n ds = -2Re[\Phi_1(z_1) + \Phi_2(z_2)]. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ここで、今のように円形孔の内部に作用する部分荷重載荷問題に対する応力関数を次のように仮定する。

$$\Phi_k(z_k) = \frac{(-1)^k}{\mu_1 - \mu_2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (\mu_j \bar{\alpha}_n + \bar{\beta}_n) \zeta_k^{-n}, \quad (k=1,2; j=2,1). \quad (14)$$

ζ_k は z_k と次のような関係にある。

$$z_k = \frac{a}{2} \{(1 - i\mu_k)\zeta_k + (1 + i\mu_k)/\zeta_k\}, \quad (k=1,2). \quad (15)$$

また、 $\bar{\alpha}_n, \bar{\beta}_n$ は複素定数であり、上付きバーは共役であることを示している。なお、この応力関数は無限遠方 ($\zeta_k \rightarrow \infty$) で応力、変位が零に近づくという条件を満たしている。

一方 f_x, f_y はそれぞれ次のようにして求めることができる。

$$f_x(\theta) = -a \int_0^\theta P \cos \phi d\theta = -a \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{a_n}{n} \cdot \sin n\theta \cos \phi. \quad (16)$$

$$f_y(\theta) = a \int_0^\theta P \sin \phi d\theta = a \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{a_n}{n} \cdot \sin n\theta \sin \phi. \quad (17)$$

式(14)を式(13)に代入し、式(17)との係数比較を行うと、 $\overline{\alpha_n}, \overline{\beta_n}$ が以下のように求められる。

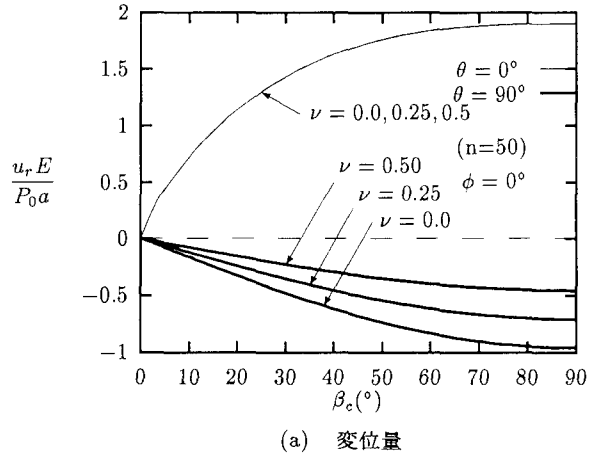
$$\overline{\alpha_n} = -\frac{ia}{2n} a_n \sin \phi, \quad \overline{\beta_n} = \frac{ia}{2n} a_n \cos \phi \quad (n = 1, 3, \dots). \quad (18)$$

図2(b),(c)に示すような任意の $\phi_m (m = 1, 2, \dots)$ 方向の载荷に対する応力関数を $\Phi_k^m(z_k)$ とすれば、多軸方向の载荷に対する応力関数は、次のような重ね合わせで求められる。

$$\Phi_k(z_k) = \Phi_k^1(z_k) + \Phi_k^2(z_k) + \Phi_k^3(z_k) \dots \quad (19)$$

3 数値計算例

上記で求めた理論解を用いて、円形トンネル壁面に対する各種の軸対称载荷に関する計算を行う。変位は、壁面での法線方向変位 u_r に例えば $E/(P_0 a)$ を乗じて無次元化して表示している。ここに、 E は等方性岩盤の弾性係数、 P_0 は载荷圧、 a はトンネル半径である。なお、ここでは平面ひずみモデルについて山型分布荷重を用いて Fourier 級数の項数 n を 50 までとして計算した。



3.1 等方性岩盤に関する計算

等方性の岩盤に対角方向载荷を行う場合の計算例を示す。図4(a)は、横軸に β_c をとり、ポアソン比 $\nu = 0.0, 0.25, 0.50$ について载荷点中心直下 ($\theta = 0^\circ$) での変位を、また 载荷点から 90° の位置 ($\theta = 90^\circ$) での変位を $\phi = 0^\circ$ のときについてプロットしたものである。この図を用れば、種々の载荷幅に対応した値としての岩盤の弾性係数を計算することができる。また、 $\theta = 90^\circ$ の位置での変位が負の値（内側への押し出し）として生じ、その値がポアソン

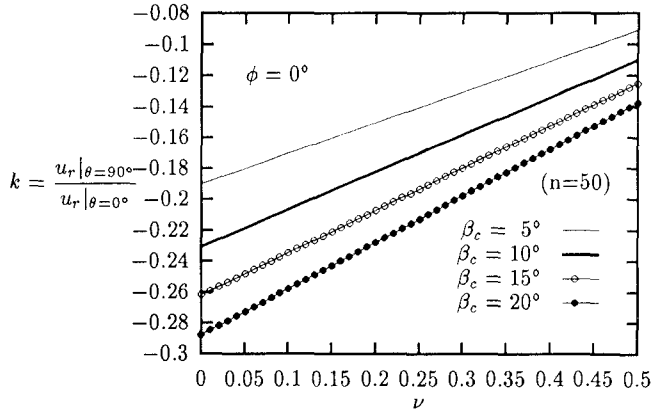


図4 等方性岩盤に対する対角方向载荷による変位

比により顕著に変化していることに着目すれば、載荷方向に対して直角方向の変位を測定する意義が生ずる。具体例として $\beta_c = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ について、両点での変位の比 ($k = u_r|_{\theta=90^\circ}/u_r|_{\theta=0^\circ}$) について横軸にポアソン比 ν をとりプロットしたのが図 4(b) であり、 β_c と計測から求まる k からポアソン比 ν を求めることができる。

3.2 異方性岩盤に関する計算

異方性岩盤中のトンネル壁面に対する載荷では、等方性岩盤と比較して異方性弾性係数比 $e = E_1/E_2$ や弾性主軸と載荷方向の角度 ψ がパラメータとして加わる。これらのパラメータを決定するためには、複数の方向への載荷変位を測定することが条件となるが、それらが得られない場合には地質調査による岩盤の走向・傾斜データや岩石コア試験の結果を解析に取り入れて評価することも可能と考える。

3.2.1 対角一方向載荷の場合

図 2(a) に示すように、トンネル壁面に対する対角一方向の載荷について、 $\phi = 0^\circ, \beta_c = 10^\circ, 20^\circ$ の場合について載荷点直下の変位を示したのが図 5 である。図の横軸に ψ をとり、 $e = 1.0$ (Isotropic), $5.0, 10.0$ の場合についてプロットした。トンネル壁面への載荷以外のデータとして ψ と E_1 が求まっていれば、この図より e を求めること $k = \frac{u_r|_{\theta=-45^\circ}}{u_r|_{\theta=45^\circ}}$ ができ、 E_2 が計算できる。

3.2.2 対角二方向載荷の場合

図 2(b) に示すように、トンネル中心を通る水平面から $\phi_1 = \phi, \phi_2 = -\phi$ の二方向に載荷角度 $2\beta_c$ で載荷する場合には、それぞれの応答変位の差異から異方性弾性係数を求めることができる。 $\beta_c = 15^\circ, \phi = 45^\circ$ としたとき、横軸に

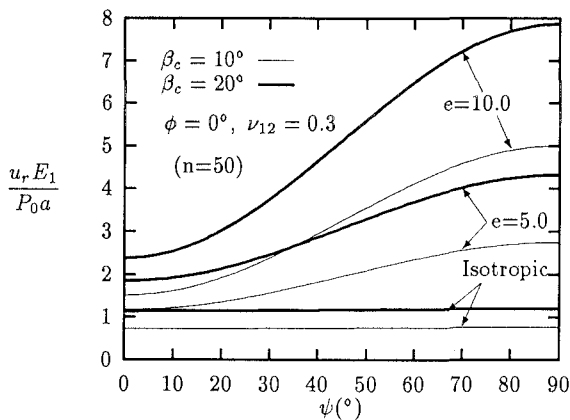
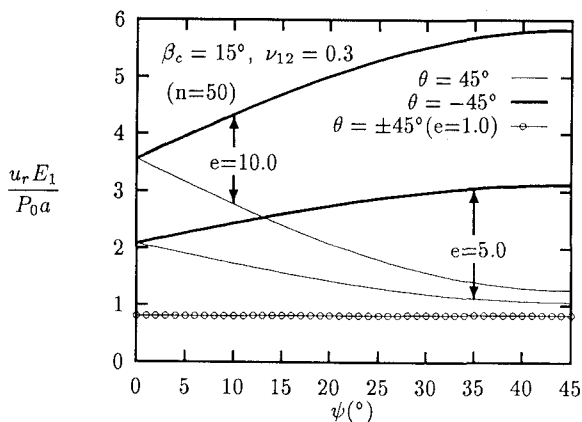
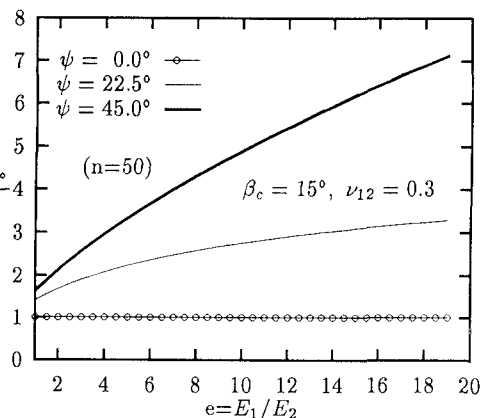


図 5 異方性岩盤に対する対角一方向載荷による変位



(a) 変位量



(b) 二載荷点直下の変位量比

図 6 異方性岩盤に対する対角二方向載荷による変位

ψ をとり、 $e=1.0$ (Isotropic), 5.0, 10.0 についてプロットしたものが図 6(a) である。この図から読み取れることは、 e の増加に伴って変位量が増加しており、また同一の ψ に対する $\theta = 45^\circ$ 方向と $\theta = -45^\circ$ 方向の変位量の差も大きくなっていることである。したがって、地質調査等で ψ が求まっていれば、 $k = u_{-45^\circ}/u_{+45^\circ}$ の値を e をパラメータとして整理した図表を準備することにより、地質調査等で求めた ψ を参考にして、載荷時の計測データから e を決定することが可能である。具体例として、 $\psi = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ$ について横軸を e 、縦軸を k として図 6(b) を示した。図 6(b) 中の与えられた ψ に対応するグラフで、載荷による変位量の比 k に対する e の値を求める。次に図 6(a) 中の求めた e に対するグラフ上で前出の ψ に対する $u_r E_1 / P_0 a$ の値を読み取り、 E_1 が計算できる。次いで E_1 と e から E_2 が計算できる。

3.2.3 対角三方向載荷の場合

図 2(c) に示すように、トンネル壁面に対して水平面から $\phi_2 = \phi, \phi_3 = -\phi$ の 2 方向の他に水平面方向 ($\phi_1 = 0$) にも載荷する場合について、 $\beta_c = 15^\circ, \phi = 45^\circ$ の場合の三方向載荷に伴う三方向の変位をプロットしたものが図 7 であり、 $e=1.0$ (Isotropic), 5.0, 10.0 についてプロットしている。対角三方向載荷は、三方向同時に載荷する状態について示しているので、中央の載荷 ($\theta = 0^\circ$) に対する変位は両側の載荷 ($\theta = \pm 45^\circ$) の影響を受けて大きくなっている。これは、 $e=1.0$ のグラフにおける $\theta = 0^\circ$ と $\pm 45^\circ$ の値の差あるいはそれぞれの e の値に対する $\psi = 0^\circ$ の同様の値の差により理解できる。

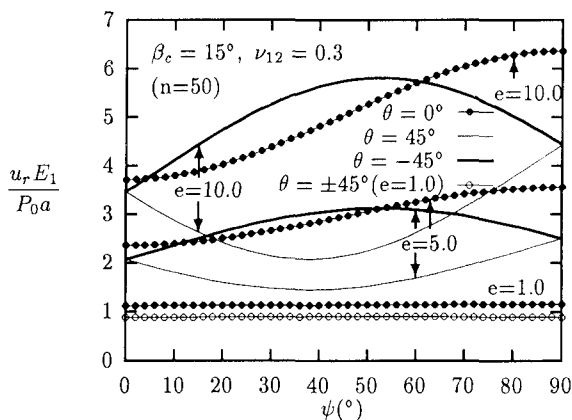


図 7 異方性岩盤に対する対角三方向載荷による変位

4 結言

本論文では、TBM のグリッパ反力載荷機構を念頭に置き、円形トンネル壁面への各種載荷による異方性を含めた岩盤物性評価方法について検討し、単一あるいは複数の対角載荷による変位データから、種々の岩盤物性を決定する可能性を示した。TBM によるトンネルが先進導坑として掘削される場合には、その時に得られる情報が本トンネル掘削時にフィードバックできるため、本論文の理論を用いて異方性を含めた岩盤の弾性係数やポアソン比を設定し、本掘削前の設計、解析時の入力パラメータとして利用できると考えられる。

なお、ここでは便宜上二次元的荷重状態であつ異方性も二次元的な直交異方性の完全弾性体と考えたこと、また実際のグリッパ反力は等変位載荷であるのに対し本論文では応力境界条件によって与えていること等に関する補正については今後の研究課題である。

5 参考文献

- 1) 渡辺 邦男, 山田 秋夫, 砂道 紀人 : 秋葉第三発電所放水路トンネル TBM (パイロット機) による掘削について. 電力土木, No.226, pp.28-37, 1990.5.
- 2) Goodman,R.G.,et al : Measurement of rock deformability in boreholes, Basic and Applied Rock Mech. (Ed. by R.E.Gray),AIME, pp.523-555,1972.
- 3) Amadei,B. and Savage,W.Z. : Analysis of borehole expansion and gallery tests in anisotropic rock masses, Int.J.Rock Mech.Min.Sci.Geomech.Abstr., Vol.28, pp.383-396,1991.
- 4) Lekhnitskii, S.G. : Theory of Elastidity of an Anisotropic Body,pp.33-174, (1981),Holden-day.
- 5) Lekhnitskii, S.G. : Anisotropic Plates, (Eng. Trans.), Golden and Breach Science, 1968.