

トンネル覆工の力学挙動評価への 各種解析手法の適用性に関する研究

A Study on the Application of Various Analyses to the Evaluation of Behavior of Tunnel Linings

中田 雅博*・佐野 信夫*・朝倉 俊弘**・小俣 富士夫***・若菜 和之***

Masahiro NAKATA, Nobuo SANÔ, Toshihiro ASAKURA, Fujio OMATA and Kazuyuki WAKANA

A study by experiments and numerical analyses of deformations of the tunnel linings is being made for the establishment of the method of soundness evaluation of the tunnel linings.

A tunnel lining model test device, a section 1/30 model of a double-track railway by which the correlative effect of the ground and the lining can be examined, was made and experiments on the development of deformations to the linings have been carried out. The deformation behavior of the lining was predicted on one of the basic specimen by four(4) types of analyses(i.e. frame analysis, FEM analysis, composite structure analysis and discontinuous deformation analysis).

The applicability of the numerical analyses to the actual design for the reinforcement of deformed tunnel linings has been shown through comparison and examination of the results of the experiments and analysis.

Keyword: tunnel lining, model experiment, application of various analyses

1. はじめに

現在供用中の道路・鉄道トンネルにおいて、トンネル覆工の老朽化や地圧の作用により変状の発生しているもの、膨圧地山のトンネル覆工において長期的に変状が進行しているもの等があり、対策工を要するトンネルも少なくない。対策工の実施にあたり、変状トンネル覆工の力学的評価や健全度の診断を行い、適切な対策工の設計を行うことは非常に重要な課題である。

また、近年、トンネルの近接施工やトンネル上部の土地利用に伴う荷重の変化による影響評価を行う必要のあるトンネルも増えてきており、対象となるトンネル覆工の力学的な健全度を的確に評価することが非常に重要になっている。

しかしながら、既設のトンネル覆工は他のコンクリート構造物に比較して厳密な設計がなされておらず、また実際の作用荷重も推定しがたいため、対策工の要否の検討には確立された手法もなく、類似条件下での実績を参照しながら経験的な技術的判断に頼っている。

このような状況に鑑み、筆者らは覆工の力学的健全度の評価法および変状トンネル対策工の設計法の確立を目的として、模型実験の実施とそのシミュレーション解析を中心とした覆工の力学挙動の検討を進めている^{1) 2) 3) 4)}。本論文では、この覆工模型実験の中から複線トンネルの健全覆工の天端部に鉛直载荷を行った場合の結果と、同実験ケースを対象とした4つの解析手法(骨組解析、FEM解析、ファイバーモデル解析、不連続変形法解析)を用いた解析結果とを相互に比較検討した。数値解析を行うことにより実験室モデルにおける覆工の力学挙動をより明確化すると同時に、数値解析による再現性について検討し、対策工設計への各種解析手法の適用性を考察した。

* 日本道路公団 試験研究所 トンネル研究室
** (財)鉄道総合技術研究所 トンネル研究室
*** ショーボンド建設株式会社 土木研究所

2. 実験

本研究では解析の対象として、既報の欠陥を有するトンネル覆工の変形挙動に関する一連の2次元模型実験⁵⁾の中から、最も基本的なケースであると考えられる、載荷時点で覆工が健全な状態にあり、覆工天端上面に載荷板を介して鉛直荷重を受け、破壊に至るまで補強を行わない試験体を選定した。以下に、選定試験体に関する実験装置・載荷方法および実験結果の概要を述べる。

2. 1 実験装置

図-1に示す立体実験装置は、新幹線標準断面（高速道路2車線断面に相当）を想定した直接載荷方式の立体実験装置（縮尺1/30）である。この装置は、載荷用部材（載荷板、反力板、地盤ばね材（硬質円筒形ゴム）、二重ねじ構造ボルト）、反力フレーム、側壁部ストッパー、脚部沈下機構、底板等からなっている。

2. 2 載荷方法および実験手順

最も基本的な実験ケースを対象として、数値解析による覆工の力学的挙動の再現性について検討するため、今回の実験では2次元モデル（軸方向に載荷板1枚分60mmの奥行きをもつ覆工模型）を用いてアーチ天端部より鉛直載荷を行った。また側壁脚部は、インバートがある場合を想定して、ストッパーの鋼製部分を覆工に接触させ、脚部の側壁の内側への水平移動を拘束した。主な使用材料とその物性値を表-1にまとめる。

実験手順としては、予め作成した覆工模型（覆工内面にひずみゲージ貼付け済）を実験装置にセットし、計測機器（小型ロードセル、棒状変位計）を配置した上で載荷を行った。載荷は変位制御によるステップ載荷（0.02mm/ステップ）とし、覆工の終局的破壊に達するまで載荷を行った。

2. 3 実験結果

図-2は載荷重Pと載荷位置の覆工内面の法線方向変位uの関係を示し、図-3にはひび割れの発生位置にその順序およびモードと発生時の載荷板押込量δを併記した。以下に、実験で得られた本試験体の覆工挙動について特徴を述べる。

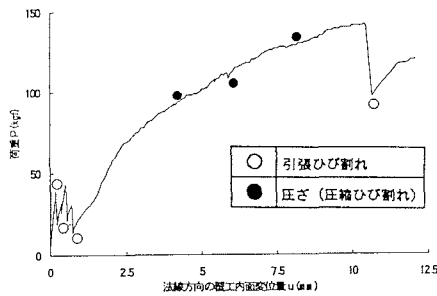


図-2 載荷位置での荷重と変位の関係

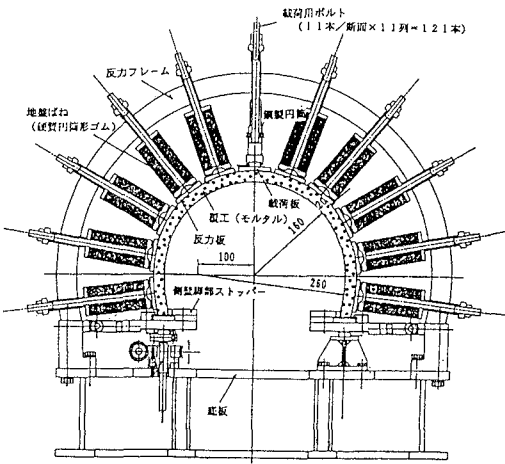


図-1 覆工模型実験装置

表-1 実験材料およびその物性

種別	使用材料	物 性 値
覆工模型	モルタル	一軸圧縮強度 $f'c=319\text{kgf/cm}^2$
		割裂引張強度 $f_t=21\text{kgf/cm}^2$
		圧縮弾性係数 $E_c=1.55\times 10^6\text{kgf/cm}^2$
地盤ばね材	硬質円筒形ゴム	ばね $K_1=110\text{kgf/cm}$ (変位量4.0mmまで)
		定数 $K_1=80\text{kgf/cm}$ (変位量4.0mm以降)

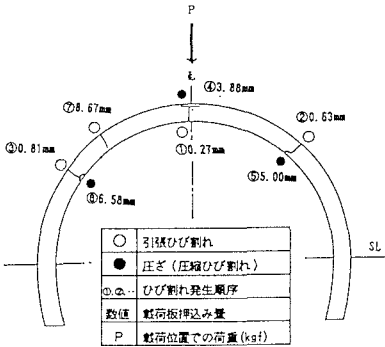


図-3 ひび割れ状況

①初期ひび割れ発生までは覆工は弾性的な変形挙動を示し、初期ひび割れ発生後は新たなひび割れが発生するごとに構造系が変化し、既往のひび割れの閉合が見られる。

② 載荷重の増加率はひび割れ進展に伴い若干低下するが、全体的な構造系としての剛性は保持される。

そしてひび割れの進展に伴い構造系が変化しながらも、アーチ作用によりかなりの変形量まで耐力を維持する。

3. 解析手法と材料および試験体のモデル化

模型実験の数値解析を、以下の各種解析手法により実施した。表-2には使用したプログラムの概要を、表-3には本覆工模型の数値解析時にプログラムごとに固有に設定される基本的な材料および試験体のモデル化を示す。

3. 1 骨組解析

数値解析には2次元骨組解析プログラム「SAP」⁹⁾を使用した。覆工を線形弾性梁と仮定し、地盤ばねを硬質ゴム特性に基づき非線形弾性体としてモデル化した。脚部支持条件は両端ピンとし、以下の手順で解析を実施した。

① 梁材端を全て剛結とした構造

系に初期ひび割れ発生直前の載荷重 P_1 (=39kgf)を載荷する(1次モード)。

② 初期ひび割れ発生箇所をピン結合とした構造系に2次ひび割れ発生荷重 P_2 (=24kgf)を載荷する(2次モード)。

解析の目的は、比較的軟弱な地盤中で不安定化が進行してしていく無補強の覆工の変形性を、線材材端の回転ばねを修正することにより予測することにあり、再現性は u/P がその指標となる。

3. 2 FEM解析

解析には、汎用プログラム「ABAQUS」¹⁰⁾を用いた。左右の対称性より1/2領域を対象とし、4節点線形平面応力要素により肉厚方向に4分割、周方向に69分割したメッシュを作成した。脚部の支持条件は、覆工の変形性に与える影響を把握する目的で事前に行った弾性解析結果を参考とし、両脚部中央節点をピン固定の条件とし弾塑性解析を行った。

ここで、モルタルの圧縮域における単軸応力～ひずみ特性および要素の破壊条件には、普通コンクリートに準じ表-3中に示した曲線⁹⁾・提案式⁹⁾を用いた。ただし、引張域における応力～ひずみ軟化曲線については、覆工の厚さ方向の分割数が少ないため緩慢な軟化特性をあたえた。荷重増分は、天端外縁の鉛直下向きの節点荷重を設定し、最終荷重の概略値150kgfに対し初期増分を0.005の割合とした。

解析の着目点すなわち予想される利点は、覆工内部のひび割れ発生時における応力の再配分を考慮することで内部応力状態を把握できることにある。

3. 3 ファイバーモデル解析

複合部材解析プログラム「FBSP-3D」¹⁰⁾をモルタル単一材料から成る模型の挙動解析に用いた。本プログラムは、図-4(a)に示すように梁の断面をそれぞれ固有の断面積と弾性係数を与えられたファイバーの集合で表現し、それらを合成して梁の弾性係数、断面係数を求めるものである。ひび割れの進展は、軸力と曲げ変形により個々のファイバーに生じる軸応力が与えた限界引張応力に達した場合にそれが破断したものとし剛性を低下させ、応力を解放して要素両端に断面力として載荷することでモデル化する。このとき、ひび割

表-2 使用プログラム一覧

概 要		プログラム名(開発者)
解析手法	主な用途	
骨組解析	2次覆工を有するシールド覆工解析	SAP(鉄道総合技術研究所)
FEM解析	汎用	ABAQUS(HKS Inc.)
ファイバーモデルを用いたFEM線材解析	複合部材のひび割れ進展解析	FBSP-3D(富士総合研究所)
不連続変形法解析	岩盤7'ロックシステム	DDA(Shi-Goodman)

表-3 覆工およびひび割れのモデル化

解析手法	覆工のモデル化			ひび割れコンクリートのモデル化
	覆工要素	要素の破壊と条件	一軸応力・ひずみ関係	
骨組解析	弾性梁要素	—	線形弾性	材端ばねの剛性低下
FEM解析	4節点平面応力要素	2軸破壊曲面 Kupferらの提案式	引張側:線形弾性～ ひび割れ後軟化特性 圧縮側:CEB/FIPの曲線	分布ひび割れモデル
ファイバーモデルを用いたFEM線材解析	梁要素	ファイバーの破断 曲げ引張強度	引張側:線形弾性・破断 圧縮側:完全弾塑性	分布ひび割れモデル
不連続変形法解析	要素内一様 応力弾性体	—	等方弾性	7'ロック結合材(バネ要素)の破断

れの深さに応じた中立軸の不連続性を、図-4 (b)に示すような剛域を設けることで表す。

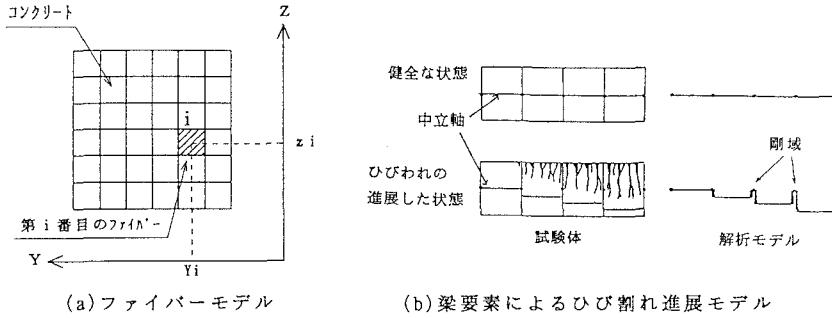


図-4 ファイバーモデルを用いたひび割れ進展解析の梁要素

解析においては、周方向を46分割、肉厚方向を一様物性を持つ20のファイバーに分割し、脚部両端はピン支持とした。載荷荷重条件として1kgfずつの漸増荷重を与えた。

解析の利点は、曲げ引張-圧壊型の覆工試験体におけるひび割れ進展を考慮した荷重～変形特性の予測ができることであり、再現性は法線方向の覆工内面変位量、およびひび割れ発生荷重とその部位やパターンが指標となる。

3. 4 不連続変形法解析

解析には不連続体解析プログラム「DDA」^(11,12)を用いた。これは、FEMと同様に変分原理を用いて定式化されたものであり、図-5

(a)に示す6個の変数（ブロック要素内定点Gの剛体変位 u_0 、 v_0 、剛体回転 λ 、およびひずみ ϵ_x 、 ϵ_y 、 γ_{xy} ）を主変数とし、ブロック内を定応力・定ひずみと仮定して線形変位関数により弾性変形を考慮している。また、ブロック間に引張力は働かず、ブロック同士が食い込むことがない条件を満足するために、収束計算過程において

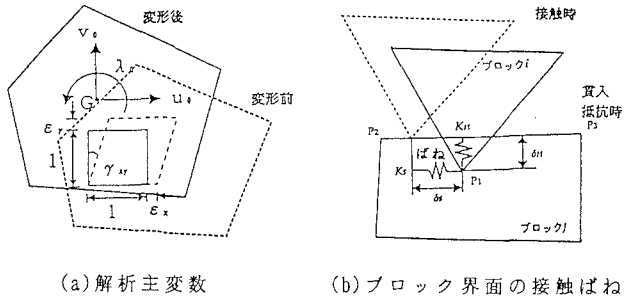


図-5 DDA解析の基本概念

ブロック頂点 P_1 が他のブロックの辺（ P_2-P_3 ）を乗り越えた場合には、これらの辺と頂点の間に図-5 (b)に示す十分剛な法線ばね K_s が導入されると同時に、接触力がクーロンの摩擦則を超過しない範囲においては接線方向にもせん断ばね K_t が組み込まれる。

解析においては、実験装置および試験体全体をモデル化の対象とするが、特徴を表現するためその離散化においては前述のFEMと比較し荒い分割を行っている。すなわち、周方向に10度ピッチを基本とし覆工厚さ方向のひずみ分布はこだわらず、他方、ひび割れ発生とその進展については非線形ブロック結合材（バー要素）を厚さ方向に5本ずつ設置することにより模擬した。

解析の利点は、荷重および変形の進行に伴う破壊面における摩擦抵抗性状の変化や中立軸の移動を考慮に入れることで、曲げひび割れ発生後の開口や閉合を予測し、覆工全体の大変位領域までの力学的挙動を推定できることである。再現性としては、法線方向の覆工内面変位量、およびひび割れ進展や最終崩壊モードがその指標となる。

4. 解析結果および考察

各種解析ごとに表-4に示した材料物性値や解析ステップなどの条件を設定し、以下の解析結果を得た。ここでは、3章で述べた各々の解析目的別に解析結果を実験結果と相互に対比することにより、考察を加える。

4. 1 骨組解析

u/Pの推定結果を図-6に、1次モードおよび2次モードに

おける変形図を図-7に得た。構造系の変化に伴う剛性低下および変形量は解析値より実験値の方が若干大きいめであるが、本試験体においては初期剛性そのものが理論解より小さいため、その差異は初期载荷状況に依存すると考えられる。

上記から、1次モード、2次モードのu/Pは比較的精度良く推定されたといえる。しかし、荷重条件によっては脚部両端がピンの条件下では、覆工に2つ以上のピンを発生させると不安定となるため、2次モード以降のu/Pを精度良く推定するためには肩部外縁に発生する曲げひび割れについて回転ばね剛性を定量的に評価・設定する必要がある。

表-4 解析における設定条件

解析手法 (プログラム名)	材料物性値		解析ステップ	
	覆工	地盤ばね	荷重増分	収束判定
骨組解析 (SAP)	$E_c=1.55 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$	$K_i=110 \text{ kgf/cm}$ $K_i'=1/3K_i$	1次モード、2次モード各々1stepずつ	—
FEM解析 (ABAQUS)	$E_c=1.55 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ $\nu=0.226$ $f'_c=319 \text{ kgf/cm}^2$ $f_t=21 \text{ kgf/cm}^2$	$K_i=110 \text{ kgf/cm}$ $K_i'=1/3K_i$	初期増分荷重を最大荷重の概略値(150kgf)の0.5%とし、Newton-Raphson法により漸増	節点荷重の残差の最大値が許容値を下回る
FEM解析を用いた FEM線材解析 (FBSP-3D)	$E_c=1.55 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ $f'_c=319 \text{ kgf/cm}^2$ $f_b=42 \text{ kgf/cm}^2$	$K_i=110 \text{ kgf/cm}$ $K_i'=1/3K_i$	1kgfずつ、200kgfまで漸増	ひび割れ解放力の載荷終了
不連続変形法解析 (DDA)	$E_c=1.55 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ $\nu=0.226$	$K_i=110 \text{ kgf/cm}$	10kgfずつ15段階に漸増1stageにつき時間刻み2.5x10 sec, 50stepを基本とする。	プロットシステムにおける拘束条件が全て満足される

表中の記号は、 E_c :圧縮弾性係数、 f'_c :一軸圧縮強度、 f_t :一軸引張強度、 f_b :曲げ引張強度
 ν :ポアソン比、 K_i :法線方向ばね定数、 K_i' :接線方向ばね定数を表す。

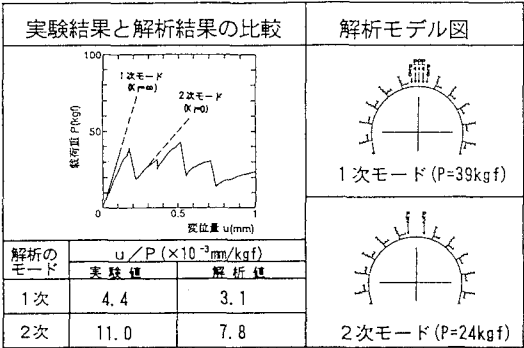


図-6 骨組解析による剛性変化の予測

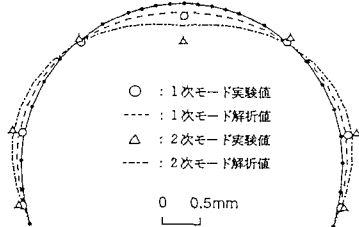
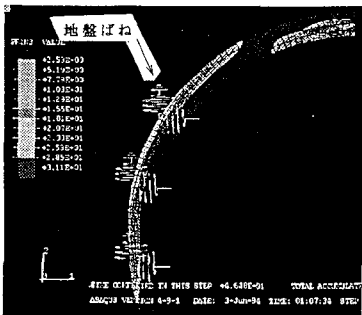


図-7 骨組解析による変状予測

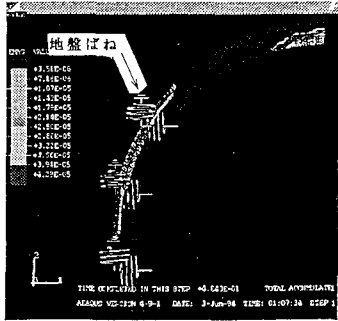
一方で本プログラムは、この他にも、2次モード発生後に補強工を施した他の試験体の解析に適用しており、比較的精度良く推定している⁵⁾ことから、破壊の進行が比較的初期の段階においては現状でも、曲げモードが卓越するような覆工構造の変状および補強工の効果を推定できるものと思われる。

4. 2 FEM解析

図-8に、鉛直载荷荷重P=70kgf相当における覆工の最大主応力および塑性ひずみの分布をコンター表示した。天端部内縁における圧縮一引張破壊による塑性領域の発生に続き、その外縁方向への拡大と肩部外縁にも肉厚方向に薄い塑性領域が発生している。



(a) 最大主応力分布



(b) 塑性ひずみ分布

図-8 P=70kgfにおけるFEM解析結果

これより、連続的な内部応力の再分配の表現が可能であることが確認された。しかしながら、なお無筋コンクリートの曲げ破壊の解析においては、引張軟化特性や要素寸法がひび割れ後の挙動に大きく影響する^{1,3)}ことから、変位応答まで含め安定した解を得るにはさらに十分な破壊力学的検討を要すると思われる。

4. 3 ファイバーモデル解析

図-9に、ファイバーの限界引張強度として、実験値より求まる曲げ引張強度 f_b ($=42\text{kgf/cm}^2$)を与えた場合と一軸引張強度 f_t ($=21\text{kgf/cm}^2$)を与えた場合の2ケースの荷重～変位の予測結果を実験結果と併せて示す。また、図-10(a),(b)には、実際のファイバー位置上に各ケースの曲げひび割れ、圧縮発生範囲および荷重レベルを表示した。

解析結果はいずれのケースも、ひび割れ発生箇所とそのモードについては、曲げひび割れ・圧縮のいずれも実験結果をほぼ正確に予測している。しかし、破壊の範囲や発生荷重レベルは両ケースにかなりの差が認められた。

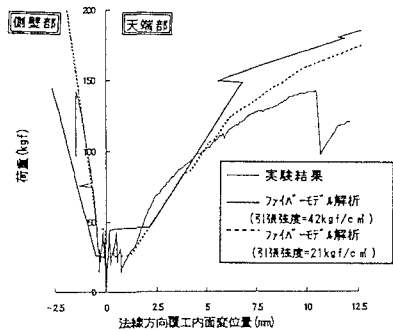
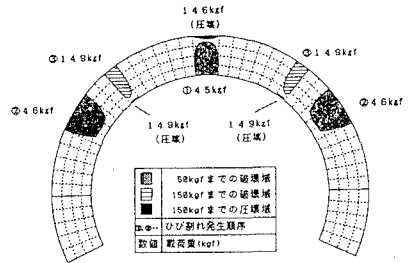
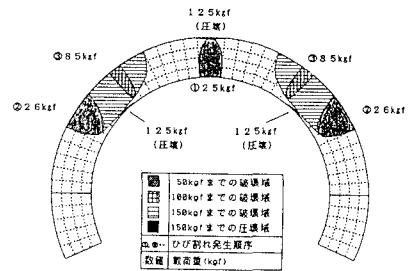


図-9 ファイバーモデルを用いた解析による
法線方向の覆工内面変位の予測



(a) 引張強度 $=42\text{kgf/cm}^2$



(b) 引張強度 $=21\text{kgf/cm}^2$

図-10 ファイバーモデルを用いた解析による
覆工の破壊過程の予測

具体的には、引張強度の大きさとして曲げ引張強度を与えた場合には初期曲げひび割れ発生荷重 ($P=45\text{kgf}$) は実験結果 ($P=39\text{kgf}$) とほぼ一致したが、その後肩部には $P=149\text{kgf}$ まで新たな曲げひび割れが発生しない。そして覆工試験体の曲げ引張強度が向上した場合、荷重変位曲線においてひび割れ発生時における変位量が極端に増大し、直線性が高い荷重レベルまで継続している。以上のようなことから本覆工試験体のように構造系が著しく変化しながらアーチ作用により抵抗し続ける場合に、引張強度をどのように与えるかは本解析手法に限らず共通の今後の課題であると思われる。

4. 4 不連続変形法解析

図-11(a)には、3章で述べた要領で弾性ブロックと非線形のブロック結合材（バー要素）を配したモデル図を示す。ここで、バー要素の特性としては、地盤ばねはNOTENSION材とし、覆工ブロック間を繋ぐ周方向のバーは、モルタルの弾性係数を E_c 、曲げ引張強度を f_b 、バー1本当たりのブロック断面積を A としたときに、剛性として $K=E_c \cdot A$ 、破断強度として $F=f_b \cdot A$ を与えた。

境界条件としては、反力枠外周の点と覆工脚部内側の水平・鉛直変位を拘束し、荷重は天端部の2つのブロックの外縁境界上に1/2ずつを与えた。また、荷重方法は 10kgf ずつの漸増荷重とし、先行する荷重後の変形状態に対し漸増分を追加することにより、大変形領域までの挙動を静的な時間ステップ解析により収束条件を満たしながら予測した。

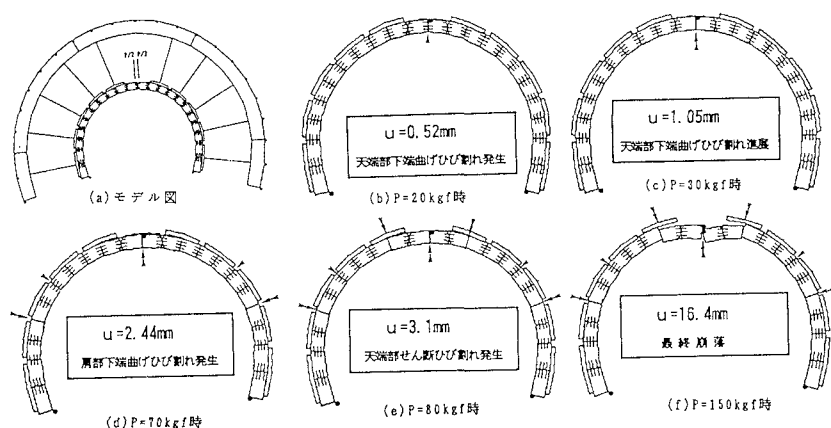


図-11 DDAによる解析モデルと変状・ひび割れ進展予測

図-12にDDAによる荷重～内空変位の予測を実験結果と併せて示し、ひび割れ進展状況を図-11(b)～(f)に示した。構造系の初期剛性を非常に小さく評価しているものの、ひび割れ発生位置と進展の様子、載荷重40kgf以上の領域における天端部および側壁部の内空変位は実験結果とよく一致している。

なお、最終ステップでは、対称問題でありながら変状の様子に若干の相違が見られるが、この点については非線形バー要素を多数配置する場合の接触面での収束計算過程に対する適切な時間ステップの与え方など研究しなければならない問題を残している。

5. まとめ

無筋・無補強の曲げ圧壊型のコンクリート覆工の挙動は、数値解析的に難しい問題を含んでいるが、各種解析手法の適用性に関して以下の知見を得た。

- (1) 骨組解析では、構造的に安定な範囲において、曲げひび割れの発生による覆工系の剛性の変化はひび割れ発生箇所をピン結合とすることにより予測が可能である。
- (2) FEM弾塑性解析により、曲げひび割れ発生および覆工の応力状態の推定が可能である。しかし、収束性の向上や変形性状まで含めた予測においては、覆工の要素分割や引張軟化特性の設定が結果に大きな影響を及ぼすため、覆工の寸法や地山条件に応じて適切に設定する必要がある。
- (3) ファイバーモデル解析では、分散ひび割れモデルを用いるため、ひび割れ発生領域を平均化された形でやや広めに推定するものの、大局的には曲げひび割れおよび圧縮の発生箇所を推定でき、適切な条件を与えれば発生荷重を推定することも可能である。
- (4) 不連続変形法解析では予め破壊の部位が明らかな場合、弾性ブロックにより覆工を離散化しブロック間に引張抵抗材を適切に配置することにより、ひび割れ発生後の挙動や最終的な破壊モードの予測が可能である。

また、今回の実験のシミュレーション解析に対する各解析手法の適用性を相対比較したものを表-5にまとめる。この表において◎、○、△の区分は(評価項目がいかにより自動的に得られるか)×(予測精度)、一は対象外の総合判断である。ただしこの判断の整合性に関しては多少の主観が入っていること、また今回の解

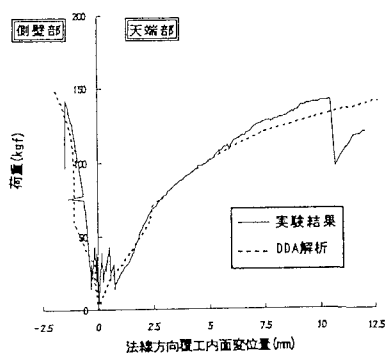


図-12 DDAによる法線方向の覆工内面変位の予測

析対象が1ケースのみであるので限られた範囲内でのものであることより、この判断により各種解析手法の適用性のすべてが決定されるとは言い難い。

表-5 実験シミュレーション解析に対する適用性の比較

解析手法	プログラムの使用性		マクロな視点からの評価特性					ミクロな視点からの評価特性		
	覆工のモデル化	パラメータの設定	初期剛性	初期ひびわれ発生位置・荷重	初期ひびわれ後の剛性低下	圧ぎ発生位置・荷重	破壊モード荷重	内部応力状態の変化	ひびわれの進展	ひびわれの閉閉
骨組解析	◎	◎	◎	○	◎	—	—	△	—	—
FEM解析	△	△	◎	○	◎	△	△	○	○	△
フィニッシュを用いたFEM線材解析	◎	○	◎	◎	◎	○	△	○	○	—
不連続変形法解析	○	△	△	○	◎	—	◎	△	△	◎

本研究で得られた覆工の力学挙動に関する解析的な考察結果を、覆工変状対策の設計実務に反映させるためには、本文中で何度か述べたように、今後さらに検討を深度化する必要がある。設計業務においてはできるだけ簡便な手法とするために骨組解析を基本とし、外力、構造物等のパラメーター決定について提案したいと考えている。そして変状発生原因が非常に複雑な場合等、骨組解析のみでは対策工の設計を行いにくい場合に対して、骨組解析以外の解析手法の適用性を具体的に明かにしたいと考えている。

6. おわりに

一連の覆工模型実験の中から同一の実験ケースに対して、4種の解析手法を用いて解析結果の感度比較を行い、その適用性について述べた。今回の解析は鉛直載荷モデルのみの比較であるため、今後さらに検討を深度化していくとともに、寸法効果の問題についても検討し、適用条件を明らかにしていきたいと考えている。なお、本研究は、日本道路公団試験研究所と（財）鉄道総合技術研究所、およびショーボンド建設（株）の3者の共同研究の成果の一部をとりまとめたものである。最後に、本研究の実験、解析にご協力を頂いた日本道路公団中野清人氏、（財）鉄道総合技術研究所小島芳之氏、佐藤豊氏、東日本旅客鉄道（株）安東豊弘氏、ショーボンド建設（株）近藤悦郎氏、松尾伸二氏、（株）間組肥後満朗氏、鈴木雅行氏、坂田英一氏、前場洋之氏、（株）富士総合研究所伊東淳氏、山本晃司氏、岩館憲一氏に深甚なる謝意を表する次第である。

[参考文献]

1) 朝倉俊弘、小島芳之、安東豊弘：トンネル覆工の力学挙動解析ー複線トンネル覆工模型実験のシミュレーションー、トンネル工学研究発表会論文・報告集第1巻、1991.12
2) 朝倉俊弘、安東豊弘、小島芳之、川上義輝：トンネル覆工の力学挙動解析(2)ー単線トンネル覆工模型実験のシミュレーションー、トンネル工学研究発表会論文・報告集第2巻、1992.10
3) 朝倉、他：トンネル覆工の力学挙動解析(3)ートンネル覆工の3次元挙動ー、トンネル工学研究発表会論文・報告集第3巻、1993.11
4) 朝倉俊弘、小島芳之、安東豊弘、佐藤豊、松浦章夫：トンネル覆工の力学挙動に関する基礎的研究、土木学会論文集 No.493/Ⅲ-27,1994.6
5) 朝倉俊弘、安東豊弘、小俣富士夫、若菜和之、松浦章夫：欠陥を有するトンネル覆工の変形挙動と内面補強工の効果、土木学会論文集 No.493/Ⅲ-27,1994.6
6) 半谷哲夫：二次覆工を有するシールドトンネル覆工の力学特性に関する研究、鉄道技術研究報告、No.1303、1985
7) ABAQUS, HKS Hibbitt, Karlsson & Sorensen Inc., Providence, Rhode Island 02906 USA
8) CEB/FIP:Recommandations internationales pour le calcul et l'execution des ouvrages en beton (1970)
9) Kupher,H.B. and Gerstle,K.H.: Behavior of concrete under biaxial stresses, Proc. of ASCE, EM4853-866,1973
10) 朝倉俊弘、安東豊弘、小島芳之、伊東淳、山本晃司：トンネル覆工のひび割れ進展シミュレーション、第25回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集、1993.2
11) Shi,G.H. and Goodman,R.E.:Discontinuous deformation analysis, Proc. 25th U.S Symposium on Rock Mechanics, pp.269-277,1984.
12) Shi,G.H.:Block System Modeling by Discontinuous Deformation Analysis, Ph.D.Thesis, Univ. of Calif., Berkeley, 1989
13) 日本コンクリート工学協会:破壊力学の応用研究委員会報告書、1993.10