

接触問題として扱ったシールド掘進時の地盤変状解析
CONTACT ANALYSIS BETWEEN A SHIELD MACHINE AND THE
SURROUNDING GROUND DURING SHIELD THRUSTING

吉田 保* 田中 弘** 草深守人*** 武田 洋***

Tamotsu YOSHIDA, Hiroshi TANAKA, Morito KUSABUKA and Hiroshi TAKEDA

We introduced the contact analysis by means of finite element numerical calculation method, as one of an alytical methods for researching contact influence between a shield machine and the surrounding ground. To verify the capability of the method, we performed a preliminary sensitivity study, in which ground behavior due to shield thrusting was simulated, based on the contact analysis. In principle the results of the study were well similar to observed ground behavior.

Keywords: shield tunnelling, neighboring construction, contact analysis, numerical analysis
ground behavior

1. まえがき

過密化した都市部におけるシールドトンネルの施工環境は、近年ますます厳しい規制が要求される状況にある。しかも、最近では、これからの大都市圏の新しい道路整備などにもシールド工法の採用が検討されるなど、トンネルの大断面化や断面の多様化なども増加している。こうした状況下では、大断面シールドトンネル施工が近接構造物に与える影響の抑制や、大断面トンネルの小土被り下での施工時の地盤変状の抑制などが重要な技術的課題となっている。

こうした課題は、当初、軟弱地盤でシールド工法が多様されていた時期に問題にされたテールボイド部の応力解放による地盤沈下現象とは異なり、シールド機が掘進する際にシールド機のスキンプレートと周辺地

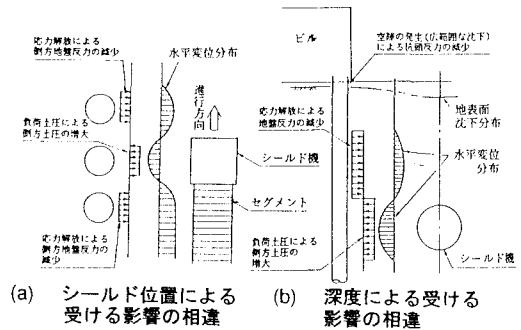
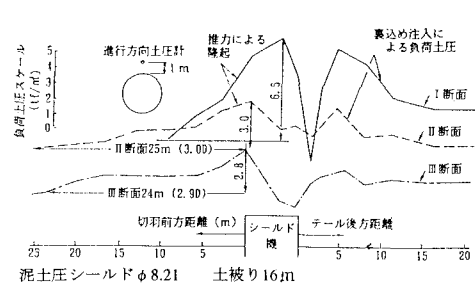


図-1 シールド掘進による地盤変状と基礎杭の受ける影響



* 正会員 工博 日本工営(株)都市土木部次長
** 正会員 工修 日本工営(株)都市土木部課長
*** 正会員 工博 法政大学工学部教授

山との摩擦により生じる地盤隆起や、シールド機の通過の際にシールド機が周辺地盤をあたかも押し分けながら進む状況となることに起因する現象であることが多い。図-1と図-2は、著者等がこれまでに実施したシールド施工実態調査の計測データの中から、シールド近接施工に伴う杭基礎の影響挙動の模式図¹⁾と、シールド機通過時に生じる負荷土圧の実測値²⁾を示したものである。同図によれば、シールドの切羽土圧や掘削・排土の施工性の影響を大きく受ける切羽より前方に生じる現象と、テールボイド部の応力解放や裏込めの施工性に大きく影響されるシールド機より後方に生じる現象の他に、ちょうどシールド機が通過する時に生じる周辺地盤への負荷土圧や隆起押し分け現象が生じていることが認められる。ところが、シールド機通過時のこうした周辺地盤への影響に関する詳細な検討は、これまで国内外ではほとんど例を見ていない。

本解析の目的は、上述の技術的課題を解決するための基礎資料を得るためのものであり、シールド機の掘進に伴って生じる周辺地盤挙動に関する検討手法の一つとして、シールド機と掘削地盤面との相互作用を幾何学的非線形問題としてとらえ、これを接触問題として扱った数値解析手法の適用性について検討したものである。

2. 解析理論

2. 1 概要

接触理論の解明は古くから固体力学における重要な問題の一つとして認識され多くの研究が積み重ねられており、解析手法として有限要素法に代表される数値解析が主流となった今日でも多くの研究者により積極的な研究が続けられている。有限要素法による接触問題の数値解法は、従来からギャップ要素、インターフェイス要素、あるいはジョイント要素などを利用してなされてきた。こうした要素は、接触条件を組み込む接触面（節点間あるいは要素間）を前もって明確に規定できる場合にのみ、収束条件を満足する解が得られるという制限がある。したがって、推進移動するシールド機と掘削地盤面との接触問題のように、一方の物体表面に位置する任意要素面が、他方の物体表面に位置する任意要素面に沿って連続的に接触移動する場合に対しては、こうした手法のいずれもその適用が困難であった。こうした問題に対する解析アルゴリズムとして、接触面の節点間あるいは要素間に対して接触条件を事前に強制する必要のない「接触切片（contact segment）」の概念が摩擦の無い場合に対してはSimo等により³⁾、さらに摩擦を考慮した問題に対してはShyu等により提案されている⁴⁾。これらの方法は、接触条件を任意の位置に課することができるが、対象としている接触面をはさむ二つの有限要素分割をほぼ等しくする必要があった。一方、武田は、Simoらによって提案された方法を、任意の有限要素メッシュ分割を持つ問題や、一方が剛体の場合にも適用できるように一般化した摩擦を含む接触問題にまで拡張した^{5) 6)}。

2. 2 接触条件と基礎方程式の変分形式

本解析で使用した有限要素法による接触問題の基礎方程式と変分形式について、特に接触条件の定式化を中心に、その概要を明らかにしておくこととする。

接触が想定される二つの物体A、Bの変形後の形状は次のように表わすことができる。

$$\mathbf{x}^\alpha = \mathbf{X}^\alpha (\mathbf{X}^\alpha) \quad ; \mathbf{X}^\alpha \in \Omega^\alpha \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

ここで、 Ω は初期状態、 $\mathbf{X}$ は変形前の位置、 $\mathbf{x}$ は変形後の位置であり、添字 α は物体A、Bを表わす。次に、変形後の位置を変位場 $\mathbf{u}$ を用いて表わすと次のようになる。

$$\mathbf{x}^\alpha = \mathbf{X}^\alpha + \mathbf{u}^\alpha \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

接触面の位置ベクトル $\mathbf{x}^\circ$ と単位法線ベクトル $\mathbf{n}^\circ$ は次式によって表わされる。

$$\mathbf{x}^C = \mathbf{x}^A \cap \mathbf{x}^B \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\mathbf{n}^C = \frac{\nabla \mathbf{x}^C(\mathbf{X})}{\|\nabla \mathbf{x}^C(\mathbf{X})\|} \quad \dots\dots\dots (4)$$

接触面のギャップ間隔 g を増分形で表わすと次のようになる。

$$g = [\Delta \mathbf{u}^B - \Delta \mathbf{u}^A] \cdot \mathbf{n}^C + g_0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 g_0 は増分前のギャップ間隔であり、増分前の変位 $\mathbf{u}^0$ と初期形状におけるギャップ間隔 G を用いると次のように表わせる。

$$g_0 = [\mathbf{u}^0{}^B - \mathbf{u}^0{}^A] \cdot \mathbf{n}^C + G \quad \dots\dots\dots (6)$$

接触前のギャップが開いた状態は次式で表わされる。

$$g = [\Delta \mathbf{u}^B - \Delta \mathbf{u}^A] \cdot \mathbf{n}^C + g_0 > 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\lambda = \mathbf{T}^A \cdot \mathbf{n}^C = -\mathbf{T}^B \cdot \mathbf{n}^C = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $\mathbf{T}$ は表面力ベクトルであり、 λ は接触面における法線方向の表面力（接触圧力）である。接触後のギャップが閉じた状態は次のようになる。

$$g = [\Delta \mathbf{u}^B - \Delta \mathbf{u}^A] \cdot \mathbf{n}^C + g_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\lambda = \mathbf{T}^A \cdot \mathbf{n}^C = -\mathbf{T}^B \cdot \mathbf{n}^C < 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ギャップが閉じた状態は滑りの発生していない場合と、滑りの発生している場合の二つに分けて考えることができる。滑りの発生していない固着状態は接触面の相対変位の増分 $\Delta \gamma$ を用いて次のように表わすことができる。

$$\Delta \gamma = [\Delta \mathbf{u}^B - \Delta \mathbf{u}^A] \cdot \mathbf{t}^C = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\eta = \mathbf{T}^A \cdot \mathbf{t}^C = -\mathbf{T}^B \cdot \mathbf{t}^C \neq 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 $\mathbf{t}^C$ は接触面における単位法線ベクトルであり、 η は接触面における接線方向の表面力（接触せん断応力）である。同様に滑り状態を表わすと次のようになる。

$$\Delta \gamma = [\Delta \mathbf{u}^B - \Delta \mathbf{u}^A] \cdot \mathbf{t}^C \neq 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\eta = \mathbf{T}^A \cdot \mathbf{t}^C = -\mathbf{T}^B \cdot \mathbf{t}^C = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

以上に考慮した接触条件をまとめてKuhn-Tucker条件として表わすと次のようになる。

$$g \lambda = 0, \Delta \gamma \eta = 0 \quad \text{on} \quad \mathbf{x}^C \quad \dots\dots\dots (15)$$

接触条件を考慮しない場合の増分型変分形式として次のポテンシャルエネルギー汎関数 $\Delta \mathcal{Z}$ を考えることができる。

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{Z}^\alpha (\Delta \mathbf{u}^\alpha) &\equiv \int_{\Omega^\alpha} \Delta \mathcal{U} dV - \int_{\Omega^\alpha} (\bar{\mathbf{q}}^\alpha + \Delta \bar{\mathbf{q}}^\alpha) \cdot \Delta \mathbf{u}^\alpha dV - \int_{\partial \sigma \Omega^\alpha} (\bar{\mathbf{T}}^\alpha + \Delta \bar{\mathbf{T}}^\alpha) \cdot \Delta \mathbf{u}^\alpha dS \\ &\quad ; \alpha = A, B \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathcal{U}$ は内部エネルギー関数、 $\bar{\mathbf{q}}^\alpha$ は物体力、 $\bar{\mathbf{T}}^\alpha$ は力の境界 $\partial \sigma \Omega^\alpha$ で規定された表面力である。上式に接触の拘束条件を考慮するために接触面における表面力 λ と η をラグランジュ乗数とする振動型ラグランジュ汎関数 $\Delta \Pi_\epsilon$ として次式を考えることができる。

$$\begin{aligned} \Delta \Pi_\epsilon (\Delta \mathbf{u}^A, \Delta \mathbf{u}^B, \gamma, \eta) &\equiv \sum_{\alpha=A}^B \Delta \mathcal{Z}^\alpha (\Delta \mathbf{u}^\alpha) + \int_{\mathbf{x}^C} \lambda_c \{ [\Delta \mathbf{u}^B - \Delta \mathbf{u}^A] \cdot \mathbf{n}^C + g_0 \} dS \\ &\quad - \frac{1}{2\epsilon\lambda} \int_{\mathbf{x}^C} \lambda_c^2 dS + \int_{\mathbf{x}^C} \eta \{ [\Delta \mathbf{u}^B - \Delta \mathbf{u}^A] \cdot \mathbf{t}^C \} dS - \frac{1}{2\epsilon\eta} \int_{\mathbf{x}^C} \eta^2 dS \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ここで、 $\epsilon > 0$ はペナルティ係数である。上式の振動型ラグランジュ汎関数が停留となるための条件として次式を考えることができる。

$$\delta \mathbf{u} \Delta \Pi_\epsilon = \left\| \frac{d}{d\mu} \Delta \Pi_\epsilon (\Delta \mathbf{u}^\alpha + \mu \mathbf{u}^{*\alpha}, \lambda, \eta) \right\|_{\mu=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\delta \lambda \Delta \Pi \epsilon = \left\| \frac{d}{d\mu} \Delta \Pi \epsilon (\Delta \mathbf{u}^\alpha, \lambda + \mu \lambda^*, \eta) \right\|_{\mu=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\delta \eta \Delta \Pi \epsilon = \left\| \frac{d}{d\mu} \Delta \Pi \epsilon (\Delta \mathbf{u}^\alpha, \lambda, \eta + \mu \eta^*) \right\|_{\mu=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 $\mathbf{u}^{\alpha*}$ は幾何学的に許容できる以外は任意の仮想変位であり、 λ^* と η^* は力学的に許容できる以外は任意の仮想表面力である。以上より接触問題に対する有限要素定式の基礎となる一般的な変分方程式として次式を考えることができる。

$$\Delta \mathcal{F}_0 = \sum_{\alpha=A}^B \delta \mathbf{u} \Delta \mathcal{Z}^\alpha + \int_{\mathbf{x}^c} \lambda [\dot{\mathbf{u}}^B - \dot{\mathbf{u}}^A] \cdot \mathbf{n}^c dS + \int_{\mathbf{x}^c} \eta [\dot{\mathbf{u}}^B - \dot{\mathbf{u}}^A] \cdot \mathbf{t}^c dS = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\Delta \mathcal{F}_\lambda = \int_{\mathbf{x}^c} \dot{\lambda}^* \left\{ -\frac{\lambda}{\epsilon_\lambda} + [\Delta \mathbf{u}^B - \Delta \mathbf{u}^A] \cdot \mathbf{n}^c + g_0 \right\} dS = 0 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\Delta \mathcal{F}_\eta = \int_{\mathbf{x}^c} \dot{\eta}^* \left\{ -\frac{\eta}{\epsilon_\eta} + [\Delta \mathbf{u}^B - \Delta \mathbf{u}^A] \cdot \mathbf{t}^c \right\} dS = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

上記の式(21)～(23)で表される接触問題に対する変分形式の有限要素法への離散化は、局所化混合スキームを導入することにより、一般に広く用いられている変位型有限要素法アルゴリズムの範疇で可能である⁵⁾。

3. 接触解析のシールド掘進問題への応用

解析の対象は、シールド機が掘進する際にシールド機と周辺地盤との摩擦抵抗や、掘進地盤を押し分けてシールド機が前進することにより生じるシールド機近傍地盤の変状である。シールド機は外径 5mで解析地盤の中央部に配置するものとし、解析領域はシールド掘進方向に34m、トンネル直径水平方向ならびに鉛直方向25mとした。

3. 1 解析条件

解析条件の設定では、地盤や覆工セグメントの材料条件や構造形状の他に、トンネルの掘進施工過程を反映したモデル化が必要である。しかしながら、シールド掘進問題への接触解析の適用性については現在十分な知見が得られていない状況にあるため、施工過程の詳細なモデル化までは今回の計算目的に含めず、小土被りでのシールド掘進時の地盤変状や、近接施工でのシールド機通過時の負荷土圧の発生検討に対する接触解析の可能性を明らかにすることに力点をおいた。すなわち、シールドトンネルの掘進現象を接触問題として解析し、その解析結果が、実際の施工中に現われる周辺地盤変状や負荷土圧の現象を的確なモードで表現できているかといった基礎的検討を行なうための数値解析を実施した。

3. 2 計算方法

計算は、①切羽前方部のトンネル断面掘削による地盤の弾性変形量の計算〔初期条件ステージ〕と、②シールド機前進時の地盤変状解析〔接触解析ステージ〕の2段階の計算ステージで行なう。

(a) 初期条件ステージの計算

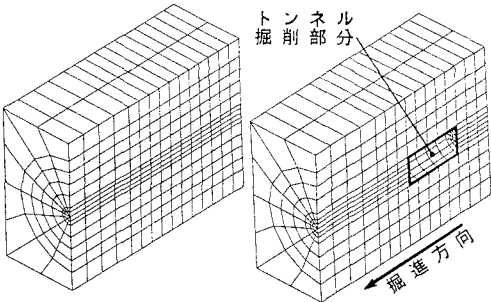
初期条件ステージでは、トンネル掘削に伴う地盤変形量の計算を行なう。このステージでは、トンネル断面は掘削されている状態にあるが、シールド機は掘進していない状態である。図-3に初期条件ステージの

計算で用いた要素分割図を示す。どちらも通常の3次元弾性解析有限要素法モデルである。

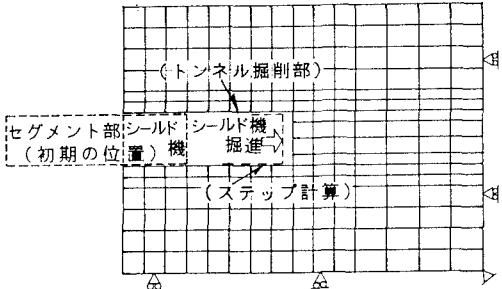
図-3 (a) は初期地山モデルで、これに自重を作用させてトンネル掘削前の地盤変形量を計算する(ステップ1)。物体力として地盤材料の単位体積重量 $\gamma = 1.9 \text{ tf/m}^3$ を作用させ、全側面境界を水平方向のみ固定、底面境界を鉛直方向のみ固定としてトンネル掘削前の地盤変形量を計算する。

図-3 (b) はトンネル断面の要素を削除したトンネル素掘り状態の地山モデルで、これに自重を作用させてトンネル素掘り状態での地盤変形量を計算する(ステップ2)。計算条件はステップ1と同様である。

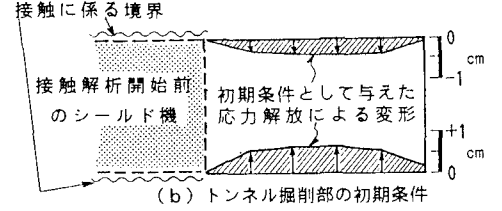
最後にステップ2の変位量からステップ1の変位量を減ずることで、シールド機および覆工構造が存在しない状態でのトンネル掘削(素掘り状態)に伴う地盤の弾性変形量が得られる。この地盤変形量を次の接触解析モデルでの地盤領域の初期条件(掘削の応力解放に伴う地盤変形量)として与える。本来ならば、セグメント1リング分の長さを掘削するとともにシールド機を前進させる実際の施工ステップに準じた解析を行なうべきである。しかし、実際の施工において、シールド機の推力や同時裏込め注入が適切に管理・施工されている場合、切羽の掘削と同時にシールド機に支持されている地盤の変形はほぼ弾性範囲内にあるとしても大きな誤りでないと考えられる。本解析はシールド機鋼殻面と地山の摩擦の影響を主眼としていることから、このような理想的な施工状態を想定し、シールド機掘進前の初期地盤条件として10m分掘削してある地盤変形量を接触解析の初期条件として与えた(図-4 (b) 参照)。



(a) 初期地山モデル (b) トンネル素掘りモデル
図-3 初期ステージ解析用の有限要素分割



(a) 有限要素分割



(b) トンネル掘削部の初期条件

図-4 接触解析モデル

(b) 接触解析ステージの計算

接触解析ステージでは、掘削に伴う応力解放で生じる弾性的な断面変形をシールド機が拘束支持しつつ推進してゆく状態を計算する。この時、シールド機とトンネル掘削地山面との間では幾何学非線形問題としての接触条件が考慮された弾塑性計算が行なわれる。図-4に接触解析ステージで用いた解析断面モデルを示す。今回の検討では二次元モデルを用いた。表-1に地盤、シールド機、セグメント等の主要解析条件およ

表-1 接触解析に用いた計算条件

地盤	弾性係数 $E = 100 \text{ kgf/m}^2$	ポアソン比 $\nu = 0.4$
シールド機	ケースA: 鉛直変位拘束+規定増分水平変位	
	ケースB: 鉛直変位自由+ 同 上	
セグメント	シールド離脱直後に設置	
摩擦条件	地盤とシールド機接触面 $\mu = 0.0, 0.1, 0.3, 0.5$ (パラメトリック)	
	地盤とセグメントの接触面=摩擦無し	

び地盤とシールド機の摩擦条件を示す。本解析は、地盤とシールド機接触面との摩擦条件の影響に着目したパラメトリックスタディである。シールド機は計算 1 ステップ毎に約セグメント幅の長さだけ水平方向に掘進移動させる（規定増分水平変位）。この時、シールド機鋼殻面と接触する地盤応力の、鋼殻面に対する垂直応力成分と摩擦係数 μ との積が摩擦力として接触部に作用することになる。

4. 解析結果と考察

4. 1 シールド機の掘進に伴って生じるせん断応力

吉田によれば掘進地盤がN値30以下の砂質土の場合、現場計測値より求めたシールド機と周辺地盤との摩擦係数は $\mu = 0.2 \sim 0.5$ の範囲にある⁷⁾。また、通常シールド工事の施工計画では摩擦係数 μ を $0.3 \sim 0.5$ と設定してジャッキ推力を算定することが行われている。そこで本検討ではシールド機と地盤との接触面の摩擦係数 μ を 0.1 、 0.3 、 0.5 と変化させた。それぞれの場合のシールド機の掘進（シールド機はケース A の条件）に伴って生じるせん断応力分布を図-5 に示す。ただし、同図中のせん断応力はシールド機の進行時に生じたせん断応力の増分であり、初期地山条件のせん断応力は含まない。シールド機の推進によって地山内にせん断応力を生じるということは、垂直応力成分（すなわち負荷土圧）も発生していることを示す。図-5 (a) はシールド切羽が掘削切羽面の約 2 m 手前まで進んだ場合、図-5 (b) はシールド機が掘削部全体に進行した場合である（実際のシールド施工状態に相当）。なお、本解析はシールド機と掘削地盤面との接触問題を解析していることから、切羽圧や裏込め注入圧による荷重は解析では考慮されていない。したがって、解析結果はシールド機長範囲の領域においてのみ意味がある点に留意する必要がある。

せん断応力のコンター目盛によれば、増加分のせん断応力値は摩擦係数 μ の増加に伴い大きくなっているが、分布形態は、図-5 (a)、(b) とともに摩擦係数 μ の違いによらずほとんど類似した分布である。ここに示すケース A での計算条件のように、シールド機が掘進断面を理想的に真つゞ進行した場合には、シールド機の掘進に伴って生じる増分せん断応力はシールド掘進断面より下方に集中し、しかもシールド機長の前方半分に特に集中する。シールド掘進断面より上方の地盤では、下方地盤に比べて発生する応力値は小さいが、応力集中の箇所は同様にシールド機長の前方半分に生じる。こうした応力集中の発生箇所は図-2 に示した負荷土圧の実測と傾向が一致している。

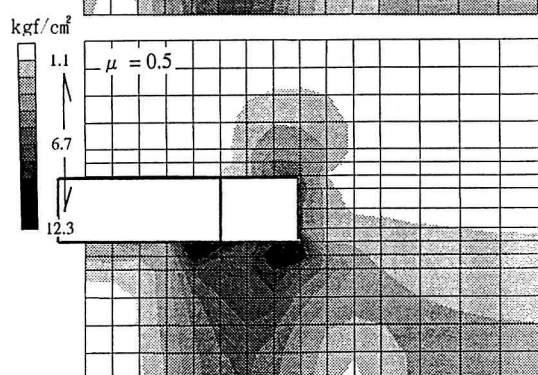
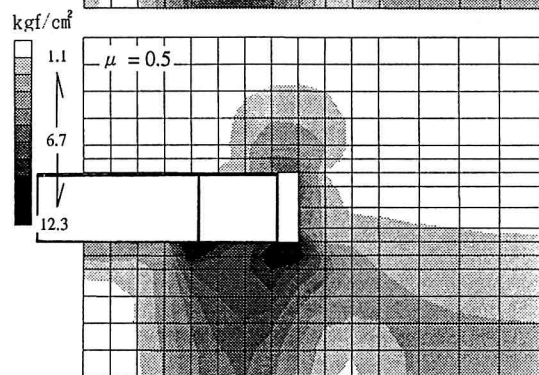
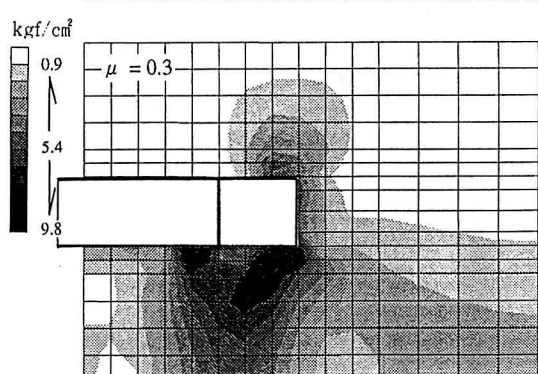
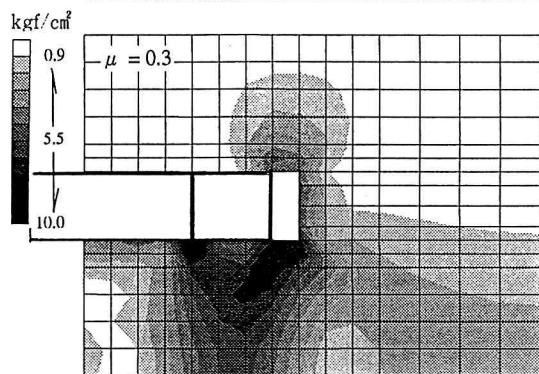
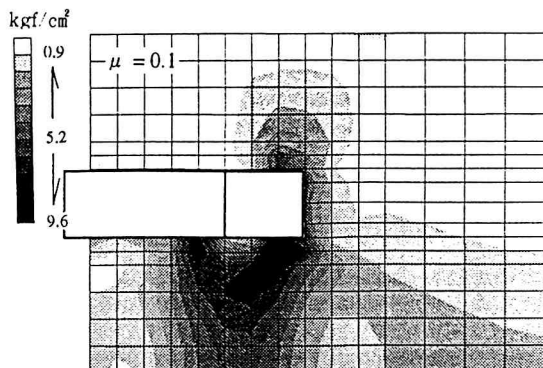
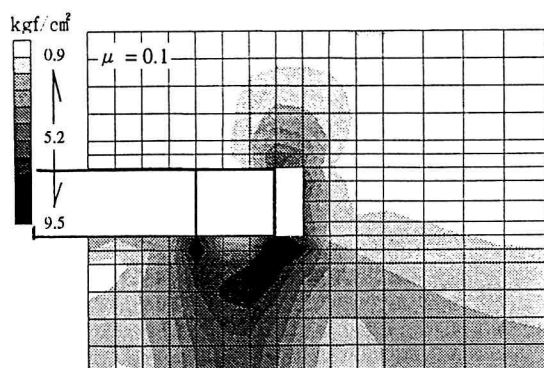
4. 2 シールド機の蛇行と発生応力

図-6 はケース B のシールド機の条件で摩擦係数 μ を 0.3 とし掘進させた場合の増分せん断応力分布図である。ケース B のシールド機は、鉛直方向変位を自由に行っているため、結果的にはシールド機が平行を保ちながらやや上方に変位を生じながら掘進している場合に相当する。この場合、せん断応力はシールド掘進断面より上方地盤に大きく生じており、前述のケース A の結果とは明らかに異なっている。こうした結果は、シールド掘進時に生じる負荷土圧等の周辺地盤挙動が、蛇行やピッチングといったシールド機の掘進に係わる施工精度とも大きく関係していることを示唆するものである。

なお、せん断応力の集中箇所については、ケース A と同様にシールド機長の前方半分で集中し、テールボイドに向かう後半部分では減少しており、こうした傾向は図-2 に示した実測と非常によく一致している。

5. あとがき

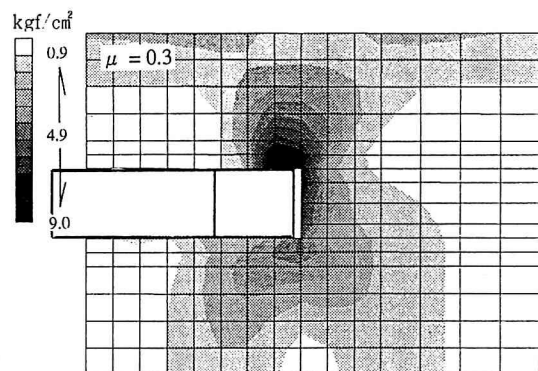
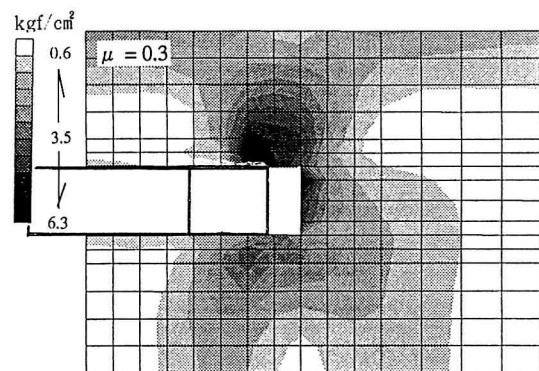
シールド掘進が近接施工時の既設構造物に与える影響を検討する一手法として、シールド掘進時のシールド



(a) 切羽手前 2mまで掘進時

(b) 完全掘進時

図-5 接触解析によるシールド掘進時のせん断応力分布 (ケースA)



(a) 切羽手前 2mまで掘進時

(b) 完全掘進時

図-6 接触解析によるシールド掘進時のせん断応力分布 (ケースB)

ド機と掘削地盤面との相互作用を幾何学的非線形問題としての接触問題としてとらえた数値解析が可能であることを示した。また、その適用性を検討するために、理想的な管理・施工状態にあるシールド掘削問題をモデル化した解析を行い、その結果、実際の現場で計測される挙動を良く説明し得ることを明らかにした。今回用いた接触解析は、その施工過程の詳細なモデル化などの点に関して、今後さらに現実の施工条件を反映させ得るものに改良する余地を残している。ただし、今回の計算条件によっても、シールド機が掘進する際に生じる負荷土圧の発生現象や、特にその分布特性を実際に近い形で再現できることが確認できた。実測値に基づいた数値シミュレーションや、入力値に関するパラメトリックスタディを今後積み重ねれば、シールド近接施工時の既設構造物に与える影響検討手法として接触解析は十分に活用されうると考えられる。

なお、本数値解析は接触問題に関する有限要素法汎用プログラムコードF E N I Xにて実施したことを付記し、関係各位に深く感謝いたします。。

参考文献

- 1) 吉田 保(1994) : シールド掘進に伴う地盤及び構造物挙動と近接施工に関する研究、法政大学学位請求論文、p.130
- 2) 松崎茂樹、宇佐見武敏、野尻 博、山田孝治、吉田 保、田中 弘(1986) : 洪積地盤における泥土圧シールドの施工と計測結果その2 (大田幹線その2シールド工事)、第21回土質工学研究発表会、658, pp.1723-1724
- 3) J.C.Simo, P.Wriggers and R.L.Taylor (1985): A perturbed lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems, Comput. Meth. appl.Mech. Engrng. 50, pp.163-180
- 4) S.C.Shyu, T.Y.Chang and A.F.Saleeb (1989): Friction-contact analysis using a mixed finite element method, Compu. Struct. 32(1), pp.223-242
- 5) H.Takeda and H.Isha (1981) :Some considerations on displacement assumed finite elements with the reduced numerical integration technique, Proc. of 6th SMiRT Conference, M1/2
- 6) 武田 洋 : 有限要素法による接触問題の理論と計算、法政大学計算センター研究報告、第4号(1990), pp.1-4
- 7) 吉田 保、山田孝治 : 泥土圧シールド掘進時の切羽土圧と周辺摩擦力について、土木学会論文集、No.445/Ⅲ-18, pp.75-82, 1992.3